This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

IOACHIM GEORG DARIES
Pot. Borussor. Reg. a Consil. intim. Iur. et Philos.
Doct. in Vradrina Iur. atque Phil. P.P.O. Senatus
Acad. Iuris. ut. Elect. Reg. Assess. ordinarius etc.

Erſte Gründe der geſamten Mathematik

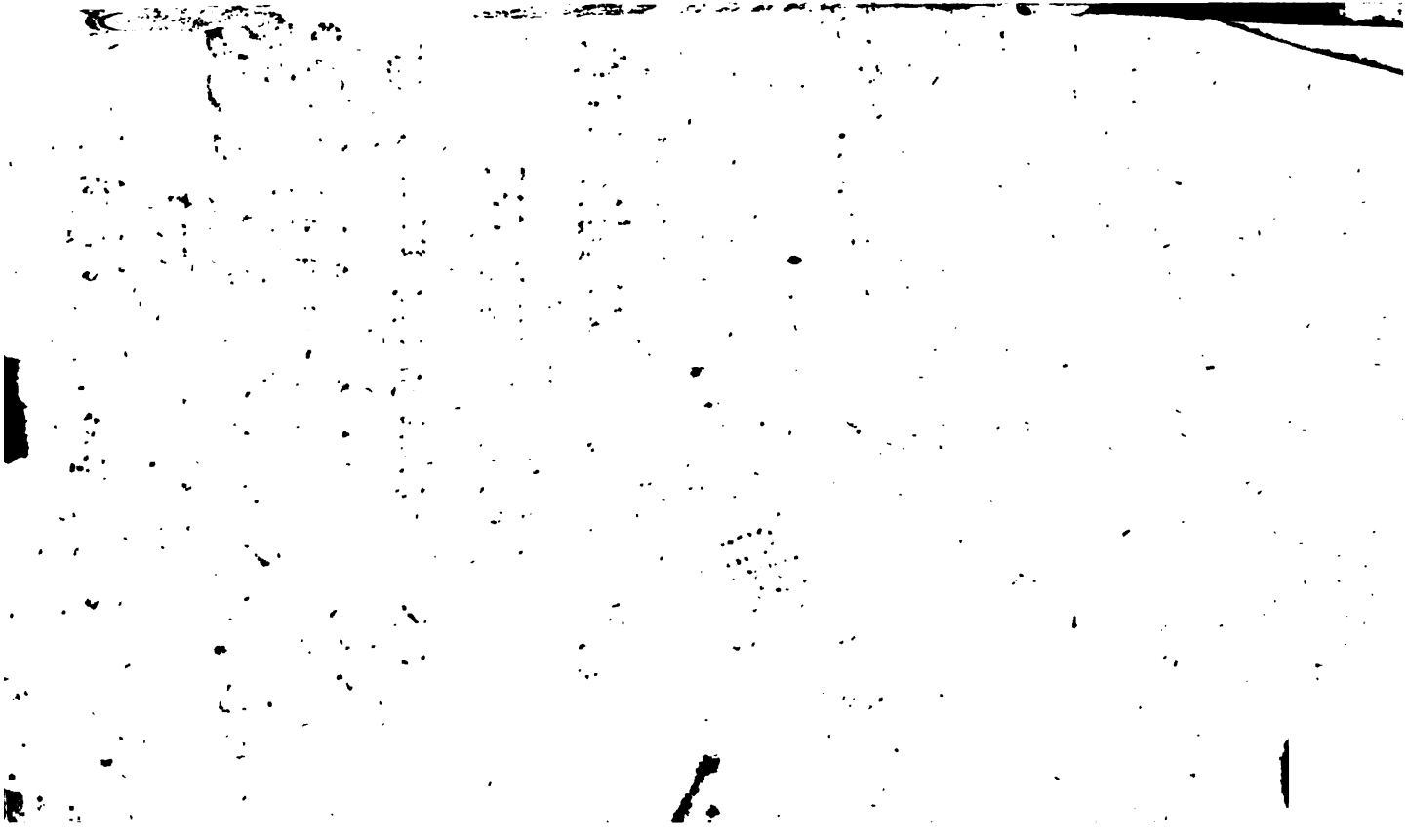
Darinnen die Haupt-Theile
ſowohl
der Theoretiſchen
als auch
Praktiſchen Mathematik
in ihrer natürlichen Verknüpfung
auf Verlangen
und zum Gebrauch ſeiner Zuhörer
entworfen
von

Joachim Georg Darjes

Sr. Kön. Maj. in Preuſſen hochbetrauten Geheimenrathe, der Weltweisheit und der Rechte Doctor wie auch ordentlichen öffentlichen Lehrer zu Frankfurt an der Oder, der Churfürſtl. Mainziſchen Academie der nützlichen Wiſſenſchaften ordentlichen Beiſitzer, der Jenaiſchen teutſchen Geſellſchaft hochverdienten Ehren-Mitgliede.

Neue und verbeſſerte Auflage

Jena,
bey Chriſtian Henrich Cuno, 1764.



Vorrede.

Je gröſſer bishero die Begierde, und je allgemeiner der Beyfall geweſen, womit meine academiſche Unterweiſungen in mathematiſchen Wiſſenſchaften, von meinen Zuhörern, in ſo anſehnlicher Zahl, ſind aufgenommen worden; deſto mehr iſt in mir die Bemühung gewachſen, Ihnen dieſe Wiſſenſchaften gründlich, und auf eine brauchbare Art, mit aller möglichen Deutlichkeit, beyzubringen. Dieſe Abſicht wird mein Unternehmen zum wenigſten in etwas rechtfertigen, daß ich zu meiner Zuhörer bequemen Unterweiſung eine eigene Anleitung zur Mathematik, und zwar in einer ſolchen Ordnung ausgefertiget habe, in welcher die mir vorgeſetzte Abſicht am beſten zu erhalten gedenke.

Durch einige, in dieſem Zuſammenhange der Dinge, gewöhnliche Urtheile, werde ich genöthiget, mich, ehe und bevor ich dieſes

weiter ausführe, wider solche zu verwahren. Ich gedenke, nach dieser meiner Anleitung zur Mathematik, meinen Zuhörern diese Wissenschafft am bequemsten, gründlich und brauchbar vorzutragen. Will nun der G. L. hieraus den Schluß ziehen, daß ich die Lehr-Gebäude, welche von berühmten Lehrern sind verfertiget worden, verachte, so wird er einen Satz aus meinem Unternehmen folgern, dessen Richtigkeit unmöglich zu erweisen. Ich verehre diese als meine Lehrer, ich gönne Ihren Schriften gerne einen Vorzug, und bin versichert, daß dieses unmöglich dadurch könne aufgehoben werden, wenn ich behaupte, daß ich meinen Zuhörern am bequemsten eine Wissenschafft, nach einer solchen Anleitung, vortragen könne, welche in derjenigen Ordnung, nach welcher ich zu denken gewohnet bin, entworfen ist. Ich habe ferner diese ersten Gründe der Mathematik, zum Gebrauch meiner Zuhörer, verfertiget. Will nun jemand hieraus einen Bewegungs-Grund nehmen, in die Fußstapfen des Richters meines Natur- und Völker-Rechts, von welchem noch bis auf diese Stunde eine Beantwortung meiner Vertheidigung sehnlich erwarte, zu treten, und mit diesem zu folgern, daß dieses mein Buch einzig und allein von meinen Zuhörern könne genützet werden; so werde ich Ihm diese seine Stärke im schliessen nicht

miß-

mißgönnen, mir aber doch dabey die Freyheit behalten, daß ich den Grund einer solchen Folge, entweder in der Einfalt, oder in gewissen Neben-Absichten suche, weil ich denselben in den Regeln einer vernünftigen Logik unmöglich finden kan.

Die Begierde den Verstand im Denken zu bessern, und das Verlangen im gemeinen Leben brauchbar zu werden, sind diejenigen Bewegungs-Gründe, wodurch ich meine Zuhörer, die mathematischen Wissenschafften zu lernen, aufmuntere, und kein Kenner dieser Wissenschafften wird diese meine Gründe verwerffen. Zumahl die Erlangung des ersten eine nothwendige Folge der Lehr-Art, in welcher die mathematischen Wahrheiten vorzutragen, und die Erlangung der zweyten Absicht in der Beschaffenheit der Wahrheiten, womit die Mathematik umgehet, nothwendig gegründet ist. Weil es nun die Vernunft erfodert, daß wir die Ausführung einer Schrift nach ihrer Absicht beurtheilen; so will ich beyde etwas umständlicher beschreiben, und alsdenn dir, G. L., die Beurtheilung dieses Buches überlassen.

Es ist eine allgemeine Rede, daß die Mathematik den Verstand schärffe; aber wie viele sind, welche den wahren Grund dieser Wahrheit einsehen? Will man denselben in der Lehr-Art suchen, so wird man es mir er-

lauben, daß ich frage: was ist die mathematische Lehr-Art? und warum soll die Mathematik insbesondere den Verstand schärfen, da doch auch andere Wissenschafften in dieser Lehr-Art mit gleicher Stärke abgehandelt werden?

Soll die mathematische Lehr-Art darin bestehen, daß man zuerst eine Reihe von Erklärungen, alsdenn eine Reihe von Grund-Sätzen, und hierauf eine Reihe von Lehr-Sätzen und Aufgaben anführet, so gestehe ich es, daß die Einbildungs-Kraft hiedurch könne verstärket, zweifele aber, ob der Verstand dadurch könne geschärfet werden. Denn wie kan der Verstand durch eine solche Lehr-Art geschärfet werden, in welcher er unmöglich denken kan? Der Verstand denket die Wahrheiten in einer beständigen Verknüpfung, er macht zuerst von dem Haupt-Gegenstande einer Wissenschafft einen deutlichen Begriff, er suchet aus diesem durch aneinander hangende Bestimmungen die Begriffe von besondern Dingen, und ziehet aus dieser Verknüpfung die Lehr-Sätze und Aufgaben, und diese geben Ihm Gelegenheit, jene Begriffe noch weiter zu bestimmen, und so ferner. Wie kan nun eine Lehr-Art, in welcher diese Ordnung nicht beobachtet wird, den Verstand schärfen? Vielleicht suchen andere die mathematische Lehr-Art darin, daß man die leichtesten Wahrheiten auf eine so schwere Art vor-

vortragen müsse, daß sie kaum auch von den Verständigsten können eingesehen werden. Aber auch dieses wird den Verstand nicht schärfen. Der Verstand soll natürlich denken, die Natur aber bemühet sich nicht das Leichte schwer, sondern das Schwere leicht zu machen.

Doch ich will keinen widerlegen, sondern nur mit einigen Worten zeigen, wie es nach meiner Einsicht möglich ist, daß man der Mathematik mit Wahrheit den Ruhm beylegen könne, daß sie besonders vermögend sey den Verstand zu schärfen. Es ist eine ausgemachte Wahrheit, daß die Schärfe des Verstandes durch die Uebung nach den Regeln, welche die Logik vorschreibet, Wahrheiten zu erfinden und zu beurtheilen, erhalten werde. Es ist nicht zu läugnen, daß die Uebung, wodurch eine Fertigkeit vollkommen und leicht entstehen soll, von dem leichtesten müsse angefangen werden. Da es nun wahr ist, daß keine Wissenschafft mit so leichten Wahrheiten umgehet, als die Mathematik, und da es ohne Zweifel, daß diese Wahrheiten durch eine vollständige Anwendung der Logicalischen Regeln können erfunden und abgehandelt werden, so würde es unbillig seyn, wenn wir die Möglichkeit dessen, daß die Mathematik für andern Wissenschafften diesen Vorzug habe, daß sie den Verstand schärfen könne, in Zweifel ziehen wollten.

Die Griechen haben zwar insbesondere der Geometrie diesen Vorzug beygeleget. Ich werde aber nicht zu viel reden, wenn ich behaupte, daß die Geometrie ohne Rechen-Kunst und Dynamik zu dieser Absicht unvollständig sey; Denn wie kan eine vollständige Fertigkeit ohne einer vollständigen Uebung erhalten werden?

Wir haben zwey Wege, Wahrheiten zu erfinden, durch den Gebrauch der Zeichen, und durch die Betrachtung der Dinge selbst. Der erste Weg muß den andern erleichtern, und wegen der Endlichkeit unsers Verstandes vollkommen machen; und dieser muß uns Gelegenheit geben, den ersten mit Nutzen zu gebrauchen. Wollen wir durch die Betrachtung der Dinge selbst die Wahrheiten erfinden, so werden sie uns entweder durch die Sinne und Einbildungs-Kraft, oder durch den Verstand dargestellet. Es ist demnach unmöglich, daß jemand eine vollständige Scharfsinnigkeit seiner Seelen erhalten könne, der sich nicht geübet, Wahrheiten zu erfinden, durch den Gebrauch der Zeichen, durch die Betrachtung der Dinge, welche uns die Sinne und Einbildungs-Kraft darstellen, und durch die Betrachtung solcher Dinge, welche nur mit dem Verstande zu fassen sind. Ist es nun gegründet, daß man bey einer Uebung von dem leichtesten anfangen müsse: ist es wahr,

wie

wie es denn nicht zu läugnen, daß die Mathematik mit den leichtesten Wahrheiten umgehet; so wird mir ein jeder zugeben müssen, daß eine gründliche Ausführung der Rechenkunst, bey der Uebung des Verstandes durch Zeichen zu erfinden: eine vernünftige Ausführung der Geometrie, bey der Uebung des Verstandes durch Betrachtung der Dinge, welche uns die Sinne und Einbildungs-Kraft vorstellen, die Wahrheit zu untersuchen: und eine ordentliche Abhandlung der Dynamik bey der Uebung des Verstandes durch Betrachtung der Dinge, welche nur mit dem Verstande zu erkennen, die Wahrheiten fest zu setzen, die schönste Gelegenheit giebt einen fruchtbaren Anfang zu machen, und daß eine von diesen Wissenschafften ohne der andern zu der gesetzten Absicht unvollständig ist.

Die Art Wahrheiten, durch den Gebrauch der Zeichen, und die Art Wahrheiten, durch die Betrachtung der Dinge, zu erfinden, sind besondre Arten, welche in ihren Begriffen etwas gemeinschafftliches haben müssen. Und keiner wird diese besondere Regeln mit Vortheil anwenden können, der sich nicht in der Anwendung der allgemeinen Regeln geübet. Dieses hat mir Bewegungs-Gründe gegeben, eine allgemeine Mathematik den übrigen besondern Theilen dieser Wissenschafft vorzusetzen.

Durch die Betrachtung dieser Absichten konnte ich die Eintheilung der lehrenden Mathematik in die allgemeine Mathematik, Rechen-Kunst, Geometrie und Dynamik, rechtfertigen, wenn ich solche nicht bereits in dem Vorberichte, aus dem Begriffe der lehrenden Mathematik, gefolgert hätte.

Ein jeder, der sich im Denken geübet, wird ohne ferneren Beweis gestehen, daß in der Seele keine vollständige Scharfsinnigkeit zu erhalten sey, wenn nicht durch die Uebung eine Fertigkeit, das allgemeine auf besondere Fälle anzuwenden, ist erlanget worden. Und hieraus erhellet, unter welchen Bestimmungen dem praktischen Theile der Mathematik der Ruhm gebühret, daß er die in dem lehrenden Theile erhaltene Scharfsinnigkeit verbessern, und vollkommener machen könne. Durch eine blosse Beschreibung verschiedener Aufgaben wird dieser Vortheil nicht entstehen, sondern das allgemeine muß durch dasjenige, was bey einem vorkommenden Dinge besonders zu finden, in einem beständigem Zusammenhange genauer bestimmt werden, wovon in dem Vorbericht mehrere Nachricht.

Dieß ist die Ordnung, in welcher die Mathematik abzuhandeln, wenn von ihr soll behauptet werden, daß sie den Verstand schärfe. Vergleiche nun G. L. die Ordnung, in welcher ich mein Buch geschrieben habe, mit diesen Regeln. Findest du,

du, daß diese Regeln beobachtet sind, so wird es mir um desto angenehmer seyn, weil ich daraus schliessen kan, daß meine Bemühung auch diesmahl nicht vergeblich ist. Solltest du aber das Gegentheil finden, so wird mir auch solches nicht unangenehm seyn, weil es mir Gelegenheit geben kan meine Absichten vollständiger zu erhalten.

Ich muß noch etwas hinzu setzen, ehe ich die andere Absicht meines Buchs genauer beschreibe, nemlich dieses. Daß ich in der Astronomie, Geographie, Chronologie und Gnomonik nur dasjenige, was unter dem, so von den Lehrern dieser Wissenschafften ist beschrieben worden, fürnehmlich zu merken, in einer kurzen Ordnung vorgetragen. Hätte ich diese Wissenschafften in einer solchen Lehr-Art, wie die anderen, entwerfen wollen, so hätte ich in der Astronomie eine ganz andere Ordnung, als gewöhnlich, annehmen müssen, welches aus verschiedenen Lehr-Sätzen, so in derselben erwiesen sind, zu begreiffen. Hätte ich aber diese annehmen wollen, so würde mein Buch zu meinen academischen Fürlesungen zu weitläuftig geworden seyn. Daher habe ich solche Ausführung bis zu einer andern Gelegenheit versparen müssen.

Die zweyte Absicht meines Buches ist, den Leser und insbesondere meine Zuhörer in einen solchen Stand zu setzen, daß sie von

vor-

vorkommenden mathematiſchen Wahrheiten urtheilen, und anderer Schriften mit Nutzen leſen können. Zu dieſem Ende habe ich in einem jeden Theil das weſentliche von den zufälligen Umſtänden abgeſondert, und jenes alſo erkläret, daß es bey vorkommenden Umſtänden mit leichter Mühe wird können angewendet werden. Eine ſolche Abhandlung wird bey der Erklärung der erſten Gründe der Mathematik nothwendig erfordert, weil dieſes nicht nur der kürzte Weg zu einer vollſtändigen Erkenntniß der Mathematik zu gelangen, ſondern auch derjenige iſt, welchen man nicht verfehlen darf, woferne die Mathematik mit Recht eine Wiſſenſchafft ſoll genennet werden. Verſtehet man z. E. das weſentliche der Rechen-Kunſt, ſo ſind einem alle Arten zu rechnen begreiflich, welches unmöglich, wenn man nur die Rechen-Kunſt in einer beſonderen Art gelernet hat. Verſtehet man das weſentliche der Geometrie, ſo wird man ſich bey Ausmeſſung der Ausdehnungen in vorkommenden Umſtänden weit leichter finden können, als wenn man nur in der Ausmeſſung der Ausdehnungen unter gewiſſe Umſtände iſt unterwieſen worden. Verſtehet man das weſentliche der Mechanik, ſo wird man weit leichter und vollkommener die Beſchaffenheit einer Machine nach ihrer Abſicht beurtheilen und angeben können, als wenn man einem nur

dieſe

diese oder jene Art der Machinen erkläret hat. Und so weiter in den übrigen Theilen der Mathematik. Denn wer kan behaupten, daß der z. E. die Kriegs-Bau-Kunst verstehe, welcher eine Festung nach Vaubans oder eines andern Erfindung angeben und zeichnen kan. Wie will man demjenigen die Erkenntniß der Bau-Kunst beylegen, der z. E. nach Sturms Erfindung ein Gebäude zu zeichnen vermögend ist, und so weiter.

Hieraus kanst du nun G. L. urtheilen, was du nach meiner Absicht in meinem Buche zu erwarten hast, zu dessen bequemen Gebrauch ein vollständiges Register beygefüget worden ist. Findest du es, daß die wesentliche Ausführung dieses Buchs der mir vorgesetzten Absicht gemäß sey, so werde meine Mühe, die an dessen Ausarbeitung gewand habe, für vollkommen vergolten achten.

Vorrede
zur neuen Auflage.

Es scheinet nöthig zu seyn, daß ich dasjenige kürzlich beschreibe, worinn sich diese Auflage meines Mathematischen Lehr-Buches, von dem ersten Abdrucke unterscheidet. In der Ordnung und in dem Vortrage habe ich wenig verändert. Ich glaube noch, daß beyde natürlich und meiner Absicht gemäß sind. In der ersten Auflage sind verschiedene Lehr-Sätze nicht bestimmt genug ausgedrucket worden. Ein Fehler, den man sehr leicht alsdenn begehen kann, wenn man gewohnt ist die Wahrheiten in einem solchem Zusammenhange zu denken, in welchem sie aus einander entstehen, und von einander unterstützet werden. Weise Leser bemühen sich einer Schrift in derjenigen

Ord-

Ordnung nachzudenken, in welcher sie von dem Verfasser ist abgehandelt worden. Daher wird es diesen unmöglich fallen, sich durch solche scheinbare Fehler auf Abwege führen zu lassen. Viele lesen die Bücher ausser dem Zusammenhange. Sie hengen ihre Gedanken an den abgerissenen Ausdrückungen, und alsdenn freuen sie sich, wenn sie einen Fehler erschnappet, den sie dem Verfasser zur Last legen können, ohne zu untersuchen, ob auch dieser Fehler mit einem zureichenden Grunde ein Fehler könne genennet werden. Aus dieser Ursache, hab ich verschiedene Lehren genauer bestimmet, daß sie auch alsdenn Wahrheiten können genennet werden, wenn man es unterläst ihren Verstand aus dem Zusammenhange zu ergänzen. Dieß ist die erste Veränderung. In der ersten Auflage beschreibet der Anhang zur Geometrie einige Kegel-Schnitte, und sie entwickelt die Auflösungen von verschiedenen Aufgaben, welche hieher gehören. Diese habe ich, um Anfängern deutlicher zu werden, abgekürzet, und das wichtigste von ihnen faßlicher vorgetragen. Dieß ist die andere Veränderung. Mein geliebtester Hr. Schwager der Hr. Prof. Succow giebt meinem Buche die Ehre, daß er solche zum Grund seiner academischen Fürlesungen leget. Er ist ein Verehrer der Astronomie, und hat daher gewünschet auch in diesem Buche eine kurze Abbildung von dem Welt-Gebäude zu finden, theils

die

die aſtronomiſchen Auflöſungen faßlicher zu machen, theils hiedurch mehrere Gründe zu ſeinen Fürleſungen der Natur-Lehre veſtzuſetzen. Er hat dieſe Abbildung gründlich und angenehm entworfen. Daher iſt ſie ein Theil dieſes Lehr-Buches geworden, und hieraus iſt die Veränderung in der Aſtronomie entſtanden. In dem erſten Abdrucke ſind die Kupfer nicht alle genau genug abgefaſſet. Auch dieß iſt verbeſſert. Das übrige, was von einer Vorrede erfodert wird, das faſſet die Vorrede der erſten Auflage. Ich empfehle mich und mein Buch dem G. L. zur ferneren Wohlgewogenheit.

Jena 1757. den 4. October.

Innhalt überhaupt.

Mathesis pura oder lehrende Mathematik.
Vorbericht von den mathematischen Wissenschafften überhaupt. p. 1.
Erste Gründe der allgemeinen Mathematik p. 17.
" " der Rechen-Kunst p. 71.
" " der Geometrie p. 183.
" " der Trigonometrie p. 344.
" " der Dynamik p. 351.
Mathesis adplicata oder practische Mathematik.
Erste Gründe der Mechanik p. 436.
" " der Aerometrie p. 512.
" " der Music, oder der Würckung des Schalls p. 539.
" " der Hydrostatik p. 554.
" " der Hydraulik p. 572.
" " der Optik, Catoptrik und Dioptrik p. 604.
" " der Perspectiv p. 660.
" " der Feuer-Kunst p. 676.
" " der *Archit. ciuilis* p. 692.
" " der Artillerie-Wissenschafft p. 735.
" " der *Arch. militaris* p. 762.
" " der Astronomie p. 806.
" " der Chronologie und Gnomonik p. 883.
" " der Geographie. p. 927.

Der-

Verzeichniß der Kupffer.

Geometriae Tab. I. II. III. IV. V. VI. VII.
Mechanic. Tab. I. II. III.
Aerometr. Tab. I.
Hydroſtatik Tab. I.
Hydraulic. Tab. I. II.
Optic. Tab. I. II.
Perſpectiv. Tab. I. et II.
Architect. ciuil. Tab. I. II. et III.
Pyrotechn. Tab. I.
Architect. militaris Tab. I. et II.
Aſtronomiae Tab. I.
Gnomonic. Tab. I. II. et VI.
Geographiae Tab. I.

ELE-

ELEMENTA MATHESEOS PVRAE

Oder

Anfangs-Gründe Mathematischer Wissenschafften.

Theoretischer Theil.

Vorbericht

Von den Mathematischen Wissenschaften und deren Eintheilung überhaupt.

Das I. Capitel.

Von der Grösse und den verschiedenen Arten der Grösse überhaupt.

Erklärung.

§. 1.

Verschiedene Dinge werden Dinge von einerley Art genennet, in so weit man mit ihnen einen gemeinschafftlichen Begriff verknüpffet. Res eiusdem speciei quid.

Zusatz.

§. 2. Wir können demnach gewisse Dinge bald als Dinge von einerley, bald als Dinge von verschiedener Art ansehen, nachdem wir solche unter verschiedenen Bestimmungen betrachten.

Erklärung.

Quantitas numerus Pars quid.

§. 3. Wenn viele Dinge von einerley Art sammen gefasset werden, so wird gesaget, es eine Anzahl von solchen Dingen vorhand Wenn wir in einem Dinge eine solche Anzahl wa nehmen, so verursachet dieses, daß wir ihm e Grösse beylegen. Woraus folget, daß wir einer Grösse, als Grösse betrachtet, nichts deutl gedencken können, als die Vielheit der Dinge v einerley Art, welche auch Theile in der Grösse nennet werden.

Anmerckung.

§. 4. Es ist zu mercken, daß ich hieselbst das W Ding in einem mathematischen oder allgemeinem Versta nehme, und also dadurch alles dasjenige, was sich ged cken lässet, verstehe. Ferner, daß ich das Wort Th nicht in einem körperlichem, sondern in einem allgemein Verstande nehme. Ein solcher Gebrauch dieser Worte in der Mathematik nicht nur gewöhnlich, sondern auch n lich, wenn man sich bemühet, die mathematischen Le Sätze allgemeiner zu machen.

Erklärung.

Vnitas quid.

§. 5. Denjenigen Theil, welcher in einer Grö zuerst angenommen wird, nennet man eine Ei heit.

1. Zusatz.

§. 6. Hieraus folget, 1. daß eine Einheit, wel man solche nach ihrem Begriff betrachtet, keine Grö 2. daß derjenige Theil, welcher in einer Grösse a eine Einheit angenommen wird, in einer andern B stimmung eine Grösse haben könne (§. 5. 3.).

2. Zusatz.

§. 7. Woraus ferner klar, daß eine gedoppel Art von Einheiten könne gesetzet werden, die er fasset solche Einheiten, welche an und vor sich betra tet keine Grösse haben, die andere aber solche, we ch

dern man an und vor ſich betrachtet eine Gröſſe beylegen muß.

Erklärung.

§. 8. Wenn wir eine gewiſſe Gröſſe ſetzen, ſo können wir die Anzahl der Einheiten, welche in derſelben zu finden, entweder beſtimmen, oder wir können ſolche nicht beſtimmen. Im erſten Fall nennen wir die Gröſſe im mathematiſchen Verſtande eine endliche, und im andern Fall, eine unendliche Gröſſe. Woraus die Bedeutung folgender Redens-Arten, welche in der Mathematik gewöhnlich, leicht zu begreiffen, dieſes iſt unendlich groß, dieſes iſt unendlich klein. Quantitas eſt vel finita vel infinita.

Zuſatz.

§. 9. Wenn wir in der Mathematik etwas unendlich groß nennen, ſo geſchiehet dieß nicht aus der Urſache, weil in demſelben die Anzahl der Einheiten nicht beſtimmet, ſondern weil es uns auch unmöglich iſt, dieſe zu beſtimmen.

Erklärung.

§. 10. Die Gröſſen können ferner durch die Beſchaffenheit ihrer Theile von einander unterſchieden werden. Indem aber dieſe Theile, in ſo weit ſie eine Gröſſe machen, nur als Dinge von einerley Art zu gedencken (§. 3.); ſo folget, daß man hier auf keine andere Beſchaffenheit der Theile ſehen könne, als auf diejenige, welche aus der Art und Weiſe, wie ſie mit einander verknüpffet, zu begreiffen. In dieſer Betrachtung ſind die Theile, welche in einer Gröſſe zu unterſcheiden, entweder zugleich würcklich, oder ſie folgen in ihrer Würcklichkeit auf einander. Quantitas porro eſt vel ſimultanea vel ſucceſſiua.

Erklärung.

§. 11. Sind die Theile, welche in einer Gröſſe zu unterſcheiden, zugleich würcklich, ſo iſt entweder der eine Theil auſſer dem andern, oder man kan Illa eſt vel extenſa vel intenſa.

den einen Theil nicht auſſer dem andern ſetzen. Iſt di erſte, ſo nennet man die Gröſſe eine ausgedehn Gröſſe, und iſt das andere, eine nicht ausgedehn Gröſſe.

Erklärung.

Illa eſt vel continua vel interrupta.

§. 12. In der ausgedehnten Gröſſe oder in d Ausdehnung ſind die Theile entweder alſo mit ei ander verknüpffet, daß zwiſchen ihnen keine ande können geſetzet werden, oder man kan zwiſchen di ſelben noch andere ſtellen. Im erſten Fall wird geſag die ausgedehnte Gröſſe ſey aus einem Stücke, od ſie gehe in einem fort, und im andern Fall, die Au dehnung ſey eine unterbrochene Ausdehnung.

Zuſatz.

§. 13. Die verſchiedenen Arten der Gröſſe ſin erkläret worden, folglich wird man aus der Zuſammen ſetzung dieſer Begriffe leicht verſtehen können, was e zu bedeuten habe, wenn man in der Mathematik ein Gröſſe, in welcher die Theile in ihrer Würcklichke auf einander folgen, oder zugleich bey einander ſind eine ausgedehnte oder nicht ausgedehnte Gröſſe: ein unterbrochene Ausdehnung, oder eine Ausdehnung welche in einem fortgehet, endlich oder unendlich groß; endlich oder unendlich klein nennet (§. 9. 10 11. 12.).

Das 2. Capitel.

Von der Beſchaffenheit der Mathemati und den verſchiedenen Theilen dieſer Wiſſenſchafft.

Erklärung.

§. 14.

Inuenire quantitatem quid.

Wir haben die Beſchaffenheit einer Sache er funden, wenn wir die Merckmahle, welch in derſelbigen enthalten, und die Verknüpfung dieſe Merck

Rechnahle beſtimmet. In einer Gröſſe, als Gröſſe, kan nichts gedacht werden, als die Anzahl der Einheiten (§. 35.). Folglich haben wir die Gröſſe einer Sache, oder wie groß eine Sache erfunden, wenn wir die Anzahl der Einheiten, welche in dieſer Gröſſe enthalten ſind, beſtimmet.

Erklärung.

§. 15. Dieſe Anzahl der Einheiten, welche von uns beſtimmet worden, macht entweder die gantze Gröſſe, welche wir haben erfinden wollen, oder nur einen Theil derſelben. Und wenn dieſes, ſo iſt der Unterſcheid der wahren Gröſſe von der erfundenen entweder unendlich klein, oder nicht. Iſt das letzte, ſo haben wir bey Erfindung der Gröſſe einen ſolchen Fehler begangen, welchen wir hätten vermeiden können (§. 8. 9.), daher wird nicht nöthig ſeyn, daß wir dieſe Art, die Gröſſen der Dinge zu finden, beſonders anmercken. Wenn wir demnach eine Gröſſe erfunden, ſo macht die Anzahl der Einheiten, welche wir beſtimmet, entweder die gantze Gröſſe, oder nur einen ſolchen Theil derſelben, deren Unterſchied von der wahren Gröſſe unendlich klein iſt. Iſt das erſte, ſo wird geſaget, daß wir die Gröſſe genau, und iſt das andere, daß wir die Gröſſe bey nahe gefunden. Inuenire quantitatem accurate & per approximationem quid.

1. Zuſatz.

§. 16. Wollen wir demnach eine Gröſſe erfinden, und wir können die Anzahl der Einheiten in derſelben nicht genau beſtimmen, ſo müſſen wir uns bemühen, ſolche bey nahe zu beſtimmen.

2. Zuſatz.

§. 17. Woraus folget, daß wir eine Gröſſe, welche unendlich groß, nicht anders als bey nahe erfinden können (§. 8.).

Erklärung.

§. 18. Die Vernunft-Lehre erkläret es uns, wie wir die Eigenſchafften der Dinge erfinden können, ein- Quantitates per

calculum & sine calculo inuenire quid?

mahl, durch Hülfe der Zeichen, indem wir gleichgeltende Zeichen in gehöriger Ordnung vor einander setzen, welches calculiren genennet wird, fürs andere durch Betrachtung der Dinge selbst, indem wir solche mit einander vergleichen, und das, was in ihnen unterschieden ist, unterscheiden. Wir haben demnach keine Ursache zu zweifeln, daß nicht auch die Grössen der Dinge auf diese gedoppelte Art nemlich durch das calculiren, und durch die Betrachtung der Grösse selbst können erfunden werden.

Erklärung.

Matheſis quid?

§. 19. Diejenige Wissenschafft, welche erkläret wie die Grössen der Dinge zu erfinden, wird die Mathematik genennet. Daher ist die Mathematik eine Wissenschafft von Erfindung der Grössen.

Zusatz.

§. 20. Wenn wir mit dieser Erklärung dasjenige verknüpffen, was in der Vernunft-Lehre von der Beschaffenheit einer Wissenschafft ausgeführet worden, so erkennen wir, daß ein Lehrer der Mathematik aus den Begriffen der Dinge in unverrückter Ordnung diejenigen Gesetze folgern müsse, nach welchen bey einer vorkommenden Grösse die Anzahl der Einheiten entweder genau oder bey nahe zu bestimmen (§ 15. 16.).

Anmerckung.

§. 21. Bey vielen ist die Mathematik eine Wissenschafft von der Grösse. Ich habe in diesem Begriff etwas geändert doch hoffe ich, daß jene solches geneigt vermercken werden wenn sie bedencken, daß wir von der Grösse auf eine gedoppelte Art handeln können. Einmahl, wenn wir das Wesen der Grösse und diejenige Eigenschafften, welche daher folgen untersuchen: fürs andere, wenn wir uns bemühen, die Anzahl der Einheiten in der Grösse zu bestimmen. Und daß die erste Abhandlung von der Grösse nicht zur Mathematik sondern zur Metaphysik gehöret.

Er-

Erklärung.

§. 22. Diese Erklärung, welche wir von der Mathematik gebildet haben, lehret es uns, daß diese Wissenschafft aus verschiedenem Grunde in besondere Theile könne vertheilet werden. Der erste Grund ist die Art der Erfindung, da wir einmahl lehren, wie die Grössen durch das calculiren, und fürs andere, wie sie durch Betrachtung der Sache können gefunden werden. Das erste giebt uns den Begriff von der Rechen-Kunst. Der andere Grund zur Eintheilung ist die Beschaffenheit der Grösse, mit der wir uns beschäfftigen. Partes Matheseos generatim explicantur & speciatim quid arithmetica?

Anmerckung.

§. 23. Soll die Rechen-Kunst eine Wissenschafft seyn, die erkläret, wie unterbrochene Grössen zu erfinden, so wird es nicht nur unmöglich fallen, die Rechen-Kunst von andern Theilen der Mathematik zu unterscheiden, sondern es wird auch die Rechen-Kunst denjenigen Werth verliehren, welcher vermöge ihres Wesens derselben beyzulegen.

Erklärung.

§. 24. Daß beyde Theile der Mathematik, welche §. 22 aus dem ersten Grunde erkläret worden, einige Lehren gemein haben, die ein jeder Theil genauer bestimmet, dieß wird man uns ohne Beweiß verwilligen. Wir müssen demnach, wenn wir ordentlich denken wollen, zuvor eine Wissenschafft von Erfindung der Grössen überhaupt bilden, diese wird die allgemeine Mathematik genennet. Quibus mathesis vniuersalis praemittenda.

Erklärung.

§. 25. Die verschiedene Arten der Grössen, welche nach dem andern Grunde besondere Theile der Mathematik geben (§. 22.), sind bereits Geometria Dynamica & Chronologia quid.

reits §. 10 bis 12 erkläret worden. Woraus es klar, daß aus diesem Grunde folgende Theile der Mathematik zu setzen. 1. Die Wissenschafft von Erfindung der Grösse in der Ausdehnung. 2. Die Wissenschafft von Erfindung nicht ausgedehnter Grössen. 3. Die Wissenschafft von Erfindung solcher Grössen, deren Theile in ihrer Würcklichkeit auf einander folgen. Die erste Wissenschafft kann wiederum in zwey besondere Theile getheilet werden, zumal ausgedehnte Grössen entweder unterbrochene, oder solche sind, deren Theile in einem fortgehen (§. 12.). Weil aber die Grössen einer unterbrochenen Ausdehnung ohne vieles Nachdencken zu bestimmen, so würde es überflüßig seyn, wenn wir diesen Theil der Mathematik besonders abhandeln wollten. Daher werde ich in folgenden durch eine Ausdehnung nur diejenige verstehen, deren Theile in einem fortgehen. Die erste Wissenschafft wird die Geometrie genennet. Die zweyte Wissenschafft heist die Dynamik. Und die dritte soll in einem allgemeinen Verstand die Chronologie genennet werden.

1. Anmerckung.

§. 26. Es wird nicht ohne Nutzen seyn, wenn wir die Dynamik als einen besondern Theil der Mathematik betrachten. Der Vortheil ist, daß wir in den praktischen Theilen der Mathematik viele Dinge leichter und auch allgemeiner erklären können. Ich hoffe dieses nicht ohne Ursache. Denn in der Mechanik, Hydrostatik, Hydraulik, Aerometrie, Optik, Catoptrik, Dioptrik und andern Theilen soll die Grösse, mit welcher besondere Kräffte unter besonderen Umständen betrachtet würcken, erkläret werden. Nun wird man es uns gestehen müssen, daß wir die besonderen Eigenschafften der Dinge viel deutlicher begreiffen können, wenn wir zuvor das allgemeine untersuchet haben, als wenn wir das allgemeine beständig mit dem besondern verwickeln.

2. Anmerckung.

§. 27. Die Chronologie wird von den Lehrern der Mathematik eine Wissenschafft die Grösse der Zeit zu erfinden genennt. Weil nun die Grösse der Zeit eine solche Grösse, in welcher die Theile in ihrer Würcklichkeit auf einander folgen, so habe ich diese allgemeine Wissenschafft, weil keinen bequemern Namen gehabt, die Chronologie nennen wollen. Sie könnte auch der theoretische Theil in der Chronologie genennet werden.

Erklärung.

§. 28. Die Mathematik ist eine Wissenschafft von Erfindung der Grössen. Die Grössen können wir auf eine gedoppelte Art betrachten, einmahl vor sich, und alsdenn, in so weit solche in gewissen Arten der Dinge zu finden, und in denselben verschiedene Würckungen verursachen. Es werden demnach nicht ohne Ursache zwey Haupt-Theile in der Mathematik gesetzet, nemlich der theoretische und praktische. Jener erkläret, wie die Grössen vor sich betrachtet, zu erfinden, und dieser, wie wir die Grössen in vorkommenden Dingen, und in vorkommenden Würckungen der Dinge bestimmen können.

Mathesis pura et applicata quid.

1. Zusatz.

§. 29. Es ist demnach aus dem, was von den verschiedenen Arten der Grössen zuvor ausgeführet worden, leicht zu begreiffen, daß wir in dem theoretischen Theil der Mathematik erklären müssen 1) die allgemeine Mathematik 2) die Rechen-Kunst, 3) die Geometrie, 4) die Chronologie und 5) die Dynamik.

1. Anmerckung.

§. 30. Man kann uns bey dieser gemachten Eintheilung des theoretischen Theils der Mathematik einige Einwürffe machen, Einmahl, daß ich in dem theoretischen Theil der Mathematik mehrere Wissenschafften gesetzet, als insgemein in demselben gesetzet werden, z. E. die Chronologie und Dynamik Fürs andere, daß ich aus diesem Theil der Mathematik einige Wissenschafften weggelassen, welche von den Lehrern der Mathematik in derselbigen gesetzet worden, z E. die Trigonometrie und Algebram. Ich will, weil es die Absicht gegenwärtiger Schrifft erfodert, antworten.

2. Anmerckung.

§. 31. In Ansehung des ersten Einwurffes gestehe ich es, daß einige Lehrer der Mathematik in dem theoretischen Theil nur zwey Haupt-Wissenschafften gesetzet, nemlich die Rechen-Kunst und Geometrie. Man wird mir aber die Erlaubnis geben, daß ich in gegenwärtiger Schrifft mathematisch oder aus den Begriffen dencke. Ich habe keinen andern Begriff von dem theoretischen Theil der Mathematik angenommen, als welcher gewöhnlich, und aus diesem Begriff habe ich es gefolgert, daß in diesem Theile der Mathematik die §. 29. gesetzte Wissenschafften müsten erkläret werden. Dieses wird hinreichend seyn, die gemachte Eintheilung zu rechtfertigen.

3. Anmerckung.

§. 32. In Ansehung des zweyten Einwurffs gestehe ich es gleichfals, daß die Lehrer der Mathematik in dem theoretischen Theile die Trigonometrie und Algebre erkläret haben. Ich finde aber noch keine Ursache zu behaupten, daß diese in der Mathematik besondere Wissenschafften sind. Denn die Objecte dieser Wissenschafften gehören bald zur allgemeinen Mathematik, bald zur Geometrie, bald zur Chronologie, bald zur Dynamik, bald zu einem besondern Theil in der praktischen Mathematik; und die Art und Weise, nach welcher in diesen Wissenschafften die Gröſſen gefunden werden, ist diejenige, welche in der Rechen-Kunst gebraucht wird. Wenn ich demnach behaupte, daß die Trigonometrie nichts anders als eine Wissenschafft, in welcher erkläret wird, wie durch den Gebrauch der Rechen-Kunst die Gröſſen der Theile in den Triangeln zu finden: und daß die Algebre nichts anders, als eine weitläuftigere Ausführung der Rechen-

Kunst

Lust, indem in derselbigen der Gebrauch der Rechen-Kunst bey Erfindung verschiedener Arten der Grössen ausgeführet wird: so hoffe ich, daß meine Gedancken mit der Wahrheit selbsten übereinstimmen. Die Trigonometrie will am Ende der Geometrie erklären, und von der Algebre werde ich nur kurtzen aber doch zusammenhangenden Entwurff liefern.

2. Zusatz.

§. 33. Es folget ferner aus dem §. 28., daß wir in der praktischen Mathematik verschiedene Theile setzen können, wovon jetzo nur überhaupt etwas anführen werde.

Erklärung.

§. 34. Die praktische Mathematik erkläret, wie durch Hülffe der theoretischen Mathematik in vorkommenden Dingen die Grössen zu bestimmen (§. 28.). Weil nun nicht nur die Dinge, in welchen wir die Grössen bestimmen wollen, sondern auch die Grössen, welche wir bestimmen wollen, von verschiedener Art sind, so müssen auch die Theile in der praktischen Mathematik aus verschiedenen Gründen entspringen. In dem ersten Haupt-Theile der praktischen Mathematik werde ich erklären den Gebrauch der theoretischen Mathematik bey Ausmessung der Grösse in den Würckungen der körperlichen Kräffte. (Von den moralischen Kräfften, und den Kräfften der Seele werde bey einer andern Gelegenheit schreiben. Indessen bitte ich dasjenige nachzulesen, was hiervon in der Mathematik ist ausgeführet worden.) Die Körper sind entweder feste oder flüßige Körper, und diese können auch durch die Beschaffenheit ihrer Kräffte unterschieden werden. Daher kommen verschiedene besondere Wissenschafften, die zu dem ersten Haupt-Theil der praktischen Mathematik gehören. Es entspringet nemlich aus dem ersten die Mechanik, und aus dem andern die Aerometrie, Hydrostatik, Hydraulik, Pyrobolik,

Partes in Mathesi applicata explicandae generatim indicantur.

lik, Optik, Catoptrik, Dioptrik, Perſpectiv un
Muſik. In dem zweyten Haupt-Theile der pra
tiſchen Mathematik werde ich, ſo weit es nach m
ner gegenwärtigen Abſicht geſchehen kann, begre
lich machen den Gebrauch der theoretiſchen Math
matik bey Ausmeſſung der Veränderungen, welc
wir in der Zeit wahrnehmen, woraus die Gnom
nik und praktiſche Chronologie entſtehet. I
dem dritten Haupt-Theil der praktiſchen Ma
thematik werde ich nach Abſicht gegenwärtig
Schrifft erklären den Gebrauch der theoretiſche
Mathematik bey Ausmeſſung der verſchiedenen Welt
Körper, ihrer Entfernungen von einander, und an
derer Dinge, welche ſich in dieſen Welt-Körper
befinden. Welches der Innhalt von der Aſtrono
mie und Geographie. In dem vierten Haupt
Theile der praktiſchen Mathematik werde ich end
lich beſchreiben, wie die theoretiſche Mathematik zu
gebrauchen bey den verſchiedenen Gebäuden, welch
die Menſchen vermöge ihrer Umſtände von nöthen
haben. Folglich faſſet dieſer Theil eine kurtze, abe
doch hinreichende Theorie, nach welcher Waſſer-
Gebäude, Wohnungen, Feſtungen und allerhand
Machinen anzugeben und aufzubauen.

Anmerckung.

§. 35. Ich geſtehe es ohne Wiederrede, daß noch mehrere Wiſſenſchafften in der praktiſchen Mathematik können abgehandelt werden. Es erfodert aber eine Einleitung zur Mathematik nur eine Erklärung derjenigen Theile, von welchen die übrigen abhangen, und nach welchen dieſe können verſtanden und beurtheilet werden.

ELEMENTA MATHESEOS VNIVERSALIS

Oder

Erſte Gründe der allgemeinen Mathematik.

Erſte Gründe der allgemeinen Mathematik.

Das 1. Capitel.

Von den Eigenſchafften der Gröſſen, welche bey der Erfindung derſelben zu unterſcheiden.

Erklärung.

§. 1.

Die Dinge werden einerley genennet, von welchen eins vor das andere kan ſubſtituiret, oder in die Stelle des andern kan geſetzet werden, ohne daß eine Veränderung wahrgenommen wird. Kan man aber das eine vor das andere nicht ſubſtituiren, ſo ſind dieſe Dinge in ſo weit verſchieden. Eadem et diuerſa quid.

Zuſatz.

§. 2. Hieraus iſt es leicht zu begreiffen, daß zwey Dinge unter einigen Beſtimmungen einerley ſeyn können, die unter anderen Beſtimmungen verſchieden ſind. v. L. Korbinski

Erklärung.

Characteres. §. 3. Alle Eigenschafften der Dinge, wodurch man solche erkennen und von einander unterscheiden kan, werden ihre Merckmahle genennet.

Zusatz.

§. 4. Hieraus folget 1) daß man in einer Grösse als Grösse, keine anderen Merckmahle setzen können als die Theile, welche von einerley Art, und derer Vielheit (§. 3. Vor. 2.), daß man in einem vorkommenden Dinge die Merckmahle des Dinges von der Grösse des Dinges unterscheiden müsse.

Erklärung.

Similitudo et aequalitas. §. 5. Wenn Dinge einerley, so können sie entweder in Ansehung ihrer Merckmahle oder in Ansehung ihrer Grösse vor einander substituiret werden (§. 1. 4.). In dem ersten Falle wird diesen Dingen eine Aehnlichkeit, und im andern eine Gleichheit beygeleget. Woraus leicht zu begreiffen, in wie weit zwey Dinge unähnlich oder ungleich.

Anmerckung.

§. 6. Das Zeichen, wodurch die Lehrer der Mathematik die Aehnlichkeit ausdrücken, ist $\sim$, und das Zeichen der Gleichheit $=$. z. E. A $\sim$ B bedeutet so viel, als A und B sind einander ähnlich, und A $=$ B, A und B sind gleiche Dinge.

1. Grund-Satz.

§. 7. Ein jedes Ding ist ihm selber gleich und ähnlich.

2. Grund-Satz.

§. 8. Die Theile in der Grösse zusammen genommen sind der gantzen Grösse gleich.

3. Grund-Satz.

§. 9. Ein oder etliche Theile der Grösse und die gantze Grösse sind ungleiche Dinge.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 10. Aehnliche Grössen, wenn sie als Grössen betrachtet werden, sind auch gleiche Grössen. A quantitatum similitudine ad quantitatum aequalitatem valet conclusio.

Beweiß.

Wenn Grössen, als Grössen betrachtet, einander ähnlich, so können die Theile in der einen, und die Vielheit dieser Theile, vor die Theile in der andern Grösse und deren Vielheit substituiret werden (§. 4. 5.). Folglich können, unter gesetzter Bedingung, ähnliche Grössen auch in Ansehung der Grösse vor einander substituiret werden (§. 3. Vor.). Und also sind ähnliche Grössen auch gleiche Grössen (§. 5.). W. Z. E. W.

Erklärung.

§. 11. Wenn A und B ungleiche Grössen, so ist ein Theil der einen Grösse gleich der andern Grösse gantz genommen. Wenn ein Theil eines Dinges gleich einem andern Dinge gantz genommen, so wird gesagt, daß jenes grösser als dieses, dieses aber kleiner als jenes. Wenn demnach A und B ungleiche Grössen, so ist eine grösser als die andere, und diese kleiner als jene. Maius et minus quid.

Anmerckung.

§. 12. Das Zeichen, wodurch man in der Mathematik die Ungleichheit der Dinge ausdrücket, ist dieses $>$, und zwar wird es also geschrieben, daß sich die Oeffnung, jederzeit auf das gröste beziehet. Z. E. $A > B$ wird gelesen, A ist grösser als B, und $B < A$, B ist kleiner als A.

Grund-Satz.

§. 13. Das Gantze ist grösser als ein jeder von seinen Theilen, und ein jeder Theil ist kleiner als das Gantze.

Erklärung.

§. 14. Wenn ein Theil von einer Grösse etliche mahl genommen der gantzen Grösse gleich wird, so nennet man diesen Theil einen aliquoten Theil von Pars aliquota et aliquanta,

der Grösse. Wird aber der Theil, etliche mahl genommen, niemals der gantzen Grösse gleich, so heisst er ein aliquanter Theil von der Grösse.

1. Zusatz.

§. 15. Wenn demnach ein aliquanter Theil etliche mahl genommen wird, so ist die Grösse, welche daher entstehet, allemahl kleiner oder grösser als die gantze Grösse, wovon jenes ein Theil (§. 11.).

2. Zusatz.

§. 16. Der aliquote Theil etliche mahl genommen, macht die gantze Grösse (§. 14.). Und dieses verursachet, daß das Gantze von dem aliquoten Theil das vielfache oder *multiplum* genennet wird, und zwar das *duplum*, wenn der aliquote Theil zweymahl zu nehmen, das *triplum*, wenn jener dreymahl zu nehmen, und so ferner das *quadruplum*, das *quintuplum*, *sextuplum* und so weiter.

Anmerckung.

§. 17. Ich habe fremde Worte in der deutschen Sprache gebraucht, weil deren Uebersetzung meinen Vortrag undeutlich machen würde, dieses muß auch bey dem, was folget, gemercket werden

Erklärung.

Quantitates inter se comparare.

§. 18. Wir vergleichen die Grössen mit einander, wenn wir untersuchen, wie viel die eine Grösse grösser oder kleiner als die andere.

Lehr-Satz.

§. 19. Es können keine Grössen mit einander verglichen werden, als deren Theile von einerley Art. Oder, Grössen, welche mit einander sollen verglichen werden, müssen Grössen von einerley Art seyn.

Beweiß.

Wir vergleichen die Grössen A und B mit einander, wenn wir untersuchen, um wie viel eine z. E. A grösser als B (§. 18.). Ist A grösser als B,

so

ſo kan ein Theil von A vor B ſubſtituiret werden (§. 11.), folglich iſt B als ein Theil von der Gröſſe A anzuſehen (§. 1.). Da nun die Theile einer Sache Dinge von einerley Art ſeyn müſſen (§. 3. Anm.), ſo iſt es klar, daß wir keine Gröſſen mit einander vergleichen können, als deren Theile von einerley Art ſind. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 20. Wenn zwey Gröſſen einer dritten gleich ſind, ſo ſind ſie einander ſelber gleich.

Beweiß.

Wenn A=B, und B=C, ſo kan C ~~vor B~~ in Anſehung der Gröſſe ſubſtituiret werden (§. 5.), folglich iſt auch A=C (§. 5. 1.).

Lehr-Satz.

§. 21. Was gröſſer iſt, als eine von zwey gleichen Gröſſen, das iſt auch gröſſer als die andere von denſelben. Und was kleiner iſt als eine von zwey gleichen Gröſſen, das iſt auch kleiner als die andere.

Beweiß.

Es ſey A > B, ſo iſt ein Theil von A=B (§. 11.). Es ſey ferner B=C, ſo iſt auch ein Theil von A=C (§. 20.), folglich iſt A > C (§. 11.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 22. Hieraus folget die Warheit von folgenden Sätzen.

1) Wenn zwey Gröſſen von einer dritten *dupla*, oder *tripla*, oder *quadrupla*, und ſo weiter, ſo ſind ſie einander ſelber gleich.

2) Was das *duplum*, *triplum*, *quadruplum*, und ſo weiter, einer von zwey gleichen Gröſſen, das iſt auch das *duplum*, *triplum*, *quadruplum*, und ſo weiter, von der andern Gröſſe (§. 16.).

3) Wenn zwey Grössen die Helfften, der dritte, vierte und fünffte Theil, und so weiter, von einer dritten, so sind sie einander selber gleich.

4) Was ein aliquoter Theil einer von zwey gleichen Grössen, das ist auch ein aliquoter Theil von der andern; und was ein aliquanter Theil von der einen, das ist auch ein aliquanter Theil von der andern Grösse, welche jener gleich (§. 14.).

Erklärung.

Nexus quantorum qualium est ratio mathematica.

§. 23. Aus den bishieher erklärten Lehr-Sätzen ist ohne Umschweiffe zu folgern, daß die Grössen der Dinge auf eine gedoppelte Art können betrachtet werden, einmal vor sich, und alsdenn, in wie weit sie mit andern Grössen in einer Verknüpffung stehen. Es wird aber gesagt, daß Grössen mit einander in einer Verknüpffung, in wie weit in der einen eine Eigenschafft, welche ohne die andere nicht zu gedencken ist. Diese Verknüpffung der Grössen, als Grössen, wird eine Verhältniß genennet.

Erklärung.

Quid terminus rationis, & terminus rationis antecedens atque consequens.

§. 24. Die Grössen, welche als Grössen in einer Verknüpffung oder in einer Verhältniß stehen, werden Glieder der Verhältniß genennet, und von diesen heist diejenige Grösse, welche sich auf die andere beziehet, das erste Glied, diejenige aber, auf welche sich jene beziehet, das andere Glied.

Erklärung.

Nomen rationis quid.

§. 25. Diejenige Eigenschafft, welche in einer Verhältniß der Grössen der einen Grösse in Ansehung der andern beygeleget wird, heist der Nahme der Verhältniß.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 26. Der Nahme in einer Verhältniß kan nichts anders ausdrücken, als die Gleichheit oder Ungleichheit der Glieder.

Beweiß.

Die Eigenſchafft, welche einer Gröſſe, als Gröſſe, in Anſehung einer andern beygeleget wird, iſt nichts als eine Beſtimmung in der Vielheit der Theile, welche ohne einer andern Vielheit der Theile nicht zu gedencken iſt (§. 3. Vor.). Von einer Vielheit kan in Anſehung einer andern nichts behauptet werden, als, daß jene mit dieſer einerley oder nicht (welches der Begriff von der Vielheit ohne Umſchweiffe lehret). Da nun das erſte eine Gleichheit, und das andere eine Ungleichheit iſt (§. 5.), ſo folget, daß der Nahme in einer Verhältniß nichts anders ausdrücken könne, als die Gleichheit oder Ungleichheit der Glieder (§. 24. 25.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 27. Hieraus folget, daß die Glieder in einer Verhältniß diejenige Eigenſchafft haben müſſen, welche Gröſſen, die mit einander zu vergleichen, könne beygeleget werden (§. 18.). Woher es klar, daß die Glieder in einer Verhältniß Gröſſen von einerley Art ſeyn müſſen (§. 19.).

Erklärung.

§. 28. In einer jeden Verhältniß ſind die Glieder entweder einander gleich, oder ſie ſind ungleiche Gröſſen (§. 26.). Folglich können alle Verhältniſſe in gleiche und ungleiche Verhältniſſe eingetheilet werden. In einer ungleichen Verhältniß iſt das erſte Glied entweder gröſſer oder kleiner als das andere (§. 11.). Dieſes iſt der Grund, warum ungleiche Verhältniſſe in Verhältniſſe der gröſſern und kleinern Ungleichheit eingetheilet werden. Ratio eſt vel aequalitatis, vel inaequalitatis & haec eſt vel majoris vel minoris inaequalitatis.

Erklärung.

Ratio est vel finita vel infinita.

§. 29. Es kan ferner in einer Verhältniß die Gleichheit oder Ungleichheit der Glieder entweder genau bestimmet werden, oder eine solche genaue Bestimmung ist uns unmöglich, ist das erste, so wird die Verhältniß eine endliche, und ist das andere, eine unendliche Verhältniß genennet.

Zusatz.

§. 30. In einer unendlichen Verhältniß kan der Nahme nur bey nahe angegeben werden (§. 16. Vor.).

Erklärung.

Species rationis tam maioris quam minoris inaequalitatis, si terminus minor est pars aliquota maioris.

§. 31. Die ungleiche Verhältnisse bekommen, nachdem die Ungleichheit unterschieden, verschiedene Benennungen, welche, damit meine Zuhörer auch die Schrifften unserer Vorfahren in der Mathematik lesen und verstehen können, hier kürtzlich erklären will. Das kleineste Glied in der ungleichen Verhältniß ist von dem grösten entweder ein aliquoter Theil, oder nicht. Ist das erste, so heist die Verhältniß in der grösseren Ungleichheit *ratio multiplex*, und in der kleinern *ratio submultiplex*. Woraus leicht zu begreiffen, was ratio dupla und ratio subdupla, ratio tripla und subdripla, ratio quadrupla und subquadrupla (§. 16.).

Erklärung.

Si terminus maior minorem et partem aliquotam minoris continet.

§. 32. Ist das andere, so ist das kleine Glied entweder nur ein einziges mahl, oder etlichs mahl in dem grösten enthalten. Ist jenes, so ist in dem grösten Gliede entweder das kleine Glied und ein aliquoter Theil von dem kleinen Gliede, oder das kleine Glied und etliche aliquote Theile von dem kleinen Gliede enthalten. Wenn jenes, so heist die Verhältniß in der grössern Ungleichheit *ratio superparticularis*, und in der kleinern, *ratio subsuperparticularis*. Es ist das kleine Glied von diesem aliquoten Theil entweder das duplum oder triplum,

und

und ſo weiter, und alſo bekommen die Verhältniſſe von dieſem ihre verſchiedene Benennungen. Iſt das kleine Glied von dem aliquoten Theile das duplum, ſo heiſt die Verhältniß in der gröſſern Ungleichheit, *ratio ſeſquialtera*, und in der kleinern *ratio ſubſeſquialtera*; iſt das kleine Glied von dem aliquoten Theile das triplum, ſo heiſt die Verhältniß in der gröſſeren Ungleichheit, *ratio ſeſquitertia*, und in der kleineren *ratio ſubſeſquitertia*, und ſo weiter.

Erklärung.

§. 33. Wenn in dem groſſen Gliede das kleine Glied, und ein aliquoter Theil von dieſem etliche mahl enthalten, ſo heiſt die Verhältniß in der gröſſeren Ungleichheit *ratio ſuperpartiens*, und in der kleinen *ratio ſubſuperpartiens*. Da nun das kleine Glied von dieſem aliquoten Theil entweder das duplum oder triplum, und ſo weiter, ſo bekommt daher die Verhältniß ihre verſchiedene Benennung. Woraus leicht zu begreiffen, was *ratio ſuperbipartiens tertias*, und *ſubſuperbipartiens tertias*, *ratio ſupertripartiens quartas*, und *ratio ſubſupertripartiens quartas*, und ſo weiter.

Si termi
nus mai
minoren
et aliqu
minoris
partes a
quotas
continet

Erklärung.

§. 34. Wenn das kleine Glied etliche mahl in dem groſſen enthalten (§. 32.), ſo iſt dasjenige, was in dem groſſen Gliede noch mehr zu finden, entweder ein aliquoter Theil von dem kleinem Gliede, oder ein aliquoter Theil von dieſem Gliede etliche mahl genommen. Iſt das erſte, ſo heiſt die Verhältniß in der gröſſeren Ungleichheit, *ratio multiplex ſuperparticularis*, und in der kleinern Ungleichheit, *ratio ſubmultiplex ſubſuperparticularis*. Woraus wiederum leicht zu begreiffen, was *ratio dupla ſeſquialtera*, und *ratio ſubdupla ſubſeſquialtera*, *ratio tripla ſeſquiquarta*, und *ratio ſubtripla ſubſeſquiquarta*, und ſo weiter (§. 31. 32.).

Si term
nus ma
minoren
aliquoti
continet
et part
minoris
aliquota

Erklärung.

Si terminus maior minorem aliquoties continet, et aliquot minoris partes aliquotas.

§. 35. Ist das andere, was wir §. 34. gesetzet haben, so heist die Verhältniß in der grössern Ungleichheit, *ratio multiplex superpartiens*, und in der kleinern Ungleichheit *ratio submultiplex subsuperpartiens*. Und hieraus ist wiederum leicht zu verstehen, was ratio dupla superbipartiens tertias, und ratio subdupla subsuperbipartiens tertias, und so weiter (§. 31. 33.).

Zusatz.

§. 36. Alle Verhältnisse, welche §. 31-35. beschrieben worden, sind endliche Verhältnisse (§. 29.).

Anmerckung.

§. 37. Man wird es uns leicht verwilligen, daß noch verschiedene Arten der Verhältniß können gesetzet werden, wenn wir solche nach den Gesetzen der Vernunfft-Lehre bestimmen wollen. Weil aber das, was wir hievon angemercket haben, hinreichend ist, dasjenige zu verstehen, was wir haben erklären wollen, so wollen wir das übrige einer anderen Gelegenheit überlassen.

Lehr-Satz.

§. 38. Zwo Verhältnisse, welche einerley Nahmen haben, sind ähnliche und auch gleiche Verhältnisse.

Beweiß.

Dasjenige, wodurch eine Verhältniß der Grössen kan erkannt und von andern unterschieden werden, ist der Nahme der Verhältniß (§. 25.). Woraus folget, daß Verhältnisse, deren Nahmen einerley, ähnliche Verhältnisse sind (§. 5.). Weil nun von der Aehnlichkeit der Grössen, als Grössen, auf ihre Gleichheit kan geschlossen werden (§ 10.), so müssen auch Verhältnisse, deren Nahmen einerley, gleiche Verhältnisse seyn (§. 23.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 39. Hieraus ſind folgende Sätze zu begreifen. 1) Die Gröſſe einer Verhältniß iſt aus ihrem Nahmen zu beurtheilen. Wenn demnach zwo Verhältniſſe verſchiedene Nahmen haben, ſo ſind ſolche ungleiche Verhältniſſe (§. 5.). Woraus leicht zu erkennen, wenn eine Verhältniß gröſſer oder kleiner als eine andere (§. 11.).

2. Zuſatz.

§. 40. 2) Zwo Verhältniſſe, welche einer dritten gleich, ſind einander ſelber gleich (§. 17.). Wenn demnach eine Verhältniß gröſſer oder kleiner als eine von zwey gleichen Verhältniſſen, ſo iſt ſolche auch gröſſer oder kleiner als die andere von denſelben (§. 21.). Welcher Satz durch den §. 22. genauer kan beſtimmet werden.

Erklärung.

§. 41. Die Aehnlichkeit oder Gleichheit der Verhältniſſe heiſt eine Proportion. Proportio quid.

Zuſatz.

§. 42. Folglich ſind in einer jeden Proportion zwo Verhältniſſe (§. 41.), und vier Glieder (§. 24.). Was demnach von dem Unterſchiede der Verhältniſſe §. 28-37. erkläret worden, das kan die Lehre von der Proportion genauer beſtimmen.

Erklärung.

§. 43. Wenn in einer Proportion das andere Glied der erſten Verhältniß, und das erſte Glied der zweyten Verhältniß einerley, ſo heiſt die Proportion *proportio continua*, ſind aber die beſtimmten Glieder unterſchieden, ſo wird die Proportion *proportio diſcreta* genennet. Quae vel continua vel diſcreta.

Erklärung.

§. 44. Woraus zu begreiffen, warum in einer proportione continua das andere Glied der erſten Media et quarta proportionalis.

ersten Verhältniß, und das erste Glied der zweiten Verhältniß, die mittlere Proportional-Grösse: und warum in einer jeden Proportion das letzte Glied die vierte Proportional-Grösse genennet wird.

Zusatz.

§. 45. In einer proportione continua wird die mittlere Proportional-Grösse zweymal genommen (§. 43.), folglich sind in derselben nur drey verschiedene Glieder (§. 42.).

Erklärung.

Progressio quid. §. 46. Eine Reihe von verschiedenen Grössen welche in einerley Verhältniß fortgehen, heißt eine mathematische Progreßion.

Zusatz.

§. 47. Folglich sind alle Glieder in einer mathematischen Progreßion Grössen von einerley Art (§. 27.).

Lehr-Satz.

§. 48. Drey Glieder, welche in einer mathematischen Progreßion neben einander stehen, machen eine *Proportionem continuam*, und vier solche Glieder eine *Proportionem discretam*.

1 : 2 = 2 : 4
2 : 4 = 4 : 8
1 : 2 = 4 : 8 ergo prop. discr. ex duabus continuis

Beweiß.

Die Glieder, welche in einer Progreßion neben einander stehen, gehen in einer Verhältniß fort (§. 46.), folglich verhält sich das erste Glied zu dem andern, wie das andere Glied zu dem dritten, und das erste Glied zu dem andern, wie das dritte zu dem vierten. Wenn man demnach drey Glieder, welche in einer solchen Progreßion neben einander stehen, besonders betrachtet, so machen diese eine Proportionem continuam, nimmt man aber vier solche Glieder, so entstehet eine Proportio discreta (§. 43. 46.). w. z. e. w.

Zu-

Zuſatz.

§. 49. Es kan eine Progreßion in verſchiedene Proportionen verwandelt werden (§. 40.).

Lehr-Satz.

§. 50. Wenn man weiß, wie ſich eine Gröſſe zu einer andern verhalten ſoll, ſo kan man durch Hülfe der erſten die andere finden.

Beweiß.

Wenn wir das Verhalten der einen Gröſſe zu der andern wiſſen, ſo iſt uns bekannt, ob dieſe Gröſſe mit der erſten gleich oder ungleich, und wenn dieſes, um wie viel dieſe gröſſer oder kleiner als die erſte (§. 26.) Daher werden wir dadurch, daß wir das Verhalten der einen Gröſſe zu der andern wiſſen, in dem Stande geſetzet, daß wir die Anzahl der Einheiten in dieſer Gröſſe beſtimmen (§. 5. 11.), das iſt, durch Hülffe der erſten Gröſſe die andern erfinden können (§. 14. Vor.). w. z. e. w.

1. Zuſatz.

§. 51. Wenn man es weiß, wie ſich eine Gröſſe zu einer andern bey nahe verhalten ſoll, ſo kan man auch durch Hülffe der erſten die andere bey nahe finden. Hieraus erhellet der Nutzen, den die Lehre von der Verhältniß, von der Proportion und Progreßion der Gröſſen bey Erfindung der unendlichen Gröſſen leiſtet (§. 30.).

2. Zuſatz.

§. 52. Die vierte Proportional-Gröſſe kan gefunden werden, wenn das erſte, andere und dritte Glied iſt bekannt gemacht (§. 50. 41. 44.).

3. Zuſatz.

§. 53. Die mittlere Proportional-Gröſſe kan gefunden werden, wenn das erſte und dritte Glied, wie auch der Nahme der Verhältniß iſt gegeben worden (§. 50. 44. 39.).

4. Zu-

4. Zusatz.

§. 54. Die folgende Glieder in einer Progr
sion können durch Hülffe des ersten Gliedes, und
Nahmens der Verhältniß gefunden werden (§. 5
46. 39.).

5. Zusatz.

§. 55. Das zweyte Glied in einer Verhälen
kan gefunden werden, wenn das erste Glied und d
Nahme der Verhältniß ist gegeben worden (§. 5
39. 24. 25.).

6. Zusatz.

§. 56. Hieraus ist zu begreiffen, daß die Gesetz
welche erklären sollen, wie die Grössen der Din
zu erfinden, von einer gedoppelten Art. Inde
selbige so wohl aus der Beschaffenheit der Grö
vor sich betrachtet, als auch aus der Verhältniß d
Grössen zu folgern. Beyde Arten sollen in de
folgenden Capiteln erkläret werden.

Das 2. Capitel.

Von
Erfindung der Grössen, wenn solch
vor sich betrachtet werden.

Erklärung.

§. 57.

Si quantitas in se spectata inuenienda, aut partes dantur et totum inuenien-dum est,

In einer Grösse, als Grösse, vor sich betrachtet, können wir nichts als das Gantze und dessen Theile gedencken (§. 3. Vor.). Wenn wir demnach eine Grösse vor sich betrachtet erfinden sollen, so werden uns entweder Theile gegeben, und wir sollen dadurch das Gantze finden; oder es wird uns das Gantze gegeben, und wir sollen dessen Theile fin-

ſolle. Iſt das erſte, ſo werden uns entweder alle Theile, vor ſich betrachtet, gegeben, oder nur etliche, nemlich ein einziger Theil, und wir ſollen daraus die ganze Gröſſe finden. Werden uns von einer Gröſſe alle Theile, vor ſich betrachtet, gegeben, und wir ſollen daraus die gantze Gröſſe finden, ſo nennet man dieſes Erfinden der Gröſſe das Addiren. Die gegebene Theile werden die ſummirende Gröſſen, und die gantze Gröſſe, welche wir durch das Addiren finden ſollen, wird die Summe oder das Aggregat genennet. primo per additionem.

1. Zuſatz.

§. 58. Die Theile zuſammen genommen ſind dem Gantzen gleich (§. 8.), folglich müſſen auch die ſummirende Gröſſen zuſammen genommen der Summe gleich ſeyn (§. 57.).

2. Zuſatz.

§. 59. Aus dieſem folget die gewönliche Erklärung von dem Addiren, daß es ſo viel ſey, als aus einigen gegebenen Gröſſen eine andere finden, welche den gegebenen zuſammen genommen gleich iſt (§. 57. 58.).

3. Zuſatz.

§. 60. Kan die Vielheit der Theile in der Summe, vor die Vielheit der Theile in den ſummirenden Gröſſen nicht ſubſtituiret werden, ſo iſt auch nicht genau addiret worden (§. 5.).

Anmerckung.

§. 61. Das Zeichen, wodurch die Lehrer der Mathematik das Addiren ausdrücken, iſt +. Sollen demnach die Gröſſen A. B. C. D. addiret werden, ſo wird geſchrieben: A + B + C + D.

Lehr-Satz.

§. 62. Gröſſen, die man addiren ſoll, müſſen von einerley Art ſeyn.

Be-

Beweiß.

Gröſſen, welche zu addiren, ſollen zuſammen genommen eine andere Gröſſe machen (§. 59.). Nun aber können Theile zuſammen genommen keine andere Gröſſe machen, als in wie weit ſie Dinge von einerley Art (§. 3. Vor.). Folglich müſſen auch diejenigen Gröſſen, welche wir addiren ſollen, Gröſſen von einerley Art ſeyn. w. z. e. w.

Lehr-Satz.

§. 63. Wenn gleiche Gröſſen zu gleichen Gröſſen addiret werden, ſo kommen gleiche Summen heraus. Wenn aber gleiche Gröſſen zu ungleichen Gröſſen addiret werden, ſo ſind auch die Summen ungleich.

Beweiß.

Es könnten dieſe Lehr-Sätze unmittelbahr aus dem Begriff der Gleichheit und Ungleichheit, und aus dem Begriff von der Addition bewieſen werden (§. 5. 8. 59.). Damit ſich aber die Anfänger in der Mathematik in dem Gebrauch der mathematiſchen Zeichen üben können, ſo will dieſe leichte Wahrheiten auf folgende Art beweiſen. Es ſey $A = B$, man addire zu A die Gröſſe C, ſo entſtehet $A+C$ (§. 61.). Nun iſt $A+C=A+C$ (§. 7.), und B kan vor A in Anſehung der Gröſſe ſubſtituiret werden (§. 5.), folglich iſt auch $A+C=B+C$. w. d. e.

Es ſey ferner $A > B$, ſo iſt in A die Gröſſe B und noch ein Theil mehr (§. 11. 12.), welchen wir M nennen wollen, folglich iſt $A=M+B$ (§. 8. 61.). Man addire zu beyden Gröſſen C, ſo iſt $A+C=M+B+C$ (§. 61. und n. 1.). Da nun $M+B+C > B+C$ (§. 13.), ſo iſt auch $A+C > B+C$ (§. 21.). w. d. g.

Zu

Zusatz.

§. 64. Wenn demnach die erste, von den ungleichen Grössen, zu welchen gleiche addiret worden, grösser als die andere, so ist auch die erste Summe grösser als die andere.

Lehr-Satz.

§. 65. Wenn zu ungleichen Grössen gleiche addiret worden, so haben die Summen und die ungleichen Grössen, zu welchen gleiche addiret worden, einerley Verhältniß. &c.

Beweiß.

Wenn man gleiche Grössen zu gleichen addiret, so sind die Summen auch gleich (§. 63.). Wenn man aber gleiche Grössen zu ungleichen addiret, so werden die Summen ungleich (§. 63.). Aus diesem ist es klar, daß die gröste Summe in Ansehung der kleinen, so viele Einheiten mehr fasset, als die gröste von den gegebenen Grössen in Ansehung der kleinen hat. Folglich haben diese ungleiche Summen und die gegebenen ungleichen Grössen einerley Verhältniß (§. 23. 25. 38.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 66. Es machen demnach die ungleichen Grössen und die ungleichen Summen, welche daher entstanden, daß man zu jenen gleiches addiret, eine Proportion (§. 41. 43.). Woraus es klar, daß auch hier noch mehrere Sätze aus dem, was §. 50. 56. ist bewiesen worden, zu schlüssen, wovon in dem folgendem Capitel.

Aufgabe.

§. 67. Verschiedene Grössen zu addiren.

Auflösung.

1) Nehmet aus den gegebenen Grössen diejenigen, welche von einerley Art sind, besonders.

2) Diese verknüpffet also mit einander, daß sie eine Grösse machen.

3) Mit diesen verknüpffet die übrigen durch Hülffe

des Zeichens der Addition, ſo iſt die Addition, ſo wei als es möglich geweſen, verrichtet.

Beweiß.

Addiren iſt nichts anders, als aus einigen gegebenen Gröſſen eine andere finden, welche den gegebenen zuſammen genommen gleich iſt (§. 59.). Folglich haben wir gegebene Gröſſen addiret, wenn wir ſolche ſo mit einander verknüpffet, daß ſie eine Gröſſe machen (§ 5 und 3. Vor.). Weil aber keine Gröſſen können addiret werden, als welche von einerley Art (§. 62.), ſo haben wir die Addition, ſo weit als es möglich geweſen, verrichtet, wenn wir von den gegebenen Gröſſen alle Gröſſen von einerley Art alſo mit einander verknüpffet, daß ſie eine Gröſſe machen, und mit dieſen die übrigen durch das Zeichen der Addition verbunden. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 68. Dieſe Auflöſung iſt allgemein, und der Grund von einer jeden Addition, welche mit Zahlen und ohne Zahlen verrichtet wird. Daß eine ſolche allgemeine Unterſuchung nöthig ſey, wenn man den wahren Grund von dem beſondern einſehen und leicht faſſen will, ſolches werden folgende Theile ohne Umſchweiffe beweiſen. Zur Deutlichkeit will die Auflöſung mit einem Exempel erläutern. Geſetzt, es ſollten drey Linien und ein Quadrat addiret werden, ſo verknüpffet erſtlich die drey Linien, weil dieſe Dinge von einerley Art ſind, alſo mit einander, daß daraus eine Linie entſtehe, welche den gegebenen zuſammen genommen gleich, mit dieſer Linie verknüpffet durch Hülffe dieſes Zeichens + das gegebene Quadrat, ſo habt ihr die gegebenen Gröſſen ſo weit, als es in eurer Gewalt geſtanden, addiret.

Erklärung.

Deinde per multiplicationem.

§. 69. Werden nur etliche Theile gegeben, aus welchen man die gantze Gröſſe finden ſoll, ſiehe §. 57. ſo ſind ſolche entweder aliquote Theile von der gantzen Gröſſe, oder nicht. Iſt das erſte, ſo wird ein Theil hinreichend ſeyn die gantze Gröſſe zu beſtimmen (§. 14.). Iſt das andere, ſo folget unmittelbar aus dem Begriff der aliquanten Theile, daß die gantze Gröſſe durch das

gegebene

gegebene nicht könne bestimmet werden (§. 14. 15.). Dieß ist genug zu beweisen, daß entweder alle Theile, oder nur ein eintziger Theil von der Grösse müsse gegeben werden, wenn man diese durch Hülffe der Theile finden soll (§. 57.). Weil nun von dem ersten §. 58-68. hinreichend ist gehandelt worden, so ist nur nöthig, daß wir die Beschaffenheit des zweyten Punkts noch untersuchen. Wird ein Theil, durch dessen Hülffe man die gantze Grösse finden soll, gegeben, so ist dieser von der zu findenden Grösse entweder ein aliquoter oder ein aliquanter Theil (§. 14.). Ist dieses, so ist wie zuvor leicht zu begreiffen, daß das gegebene nicht hinreichend sey, die verlangte Grösse zu bestimmen. Folglich muß der gegebene Theil von der zu findenden Grösse ein aliquoter Theil seyn. Ein aliquoter Theil von einer bestimmten Grösse macht etlichemahl genommen die gantze Grösse (§. 14.). Eine Grösse etlichemahl nehmen heist multipliciren. Wenn demnach ein Theil von einer bestimmten Grösse gegeben wird, und man soll dadurch die gantze Grösse finden, so muß dieses durch das Multipliciren geschehen.

Zusatz.

§. 70. Hieraus folget, daß, wenn die Theile von einer Grösse gegeben worden, und man dadurch die gantze Grösse finden soll, solche entweder durch das Addiren, oder durch das Multipliciren zu suchen sey (§. 69. 57.).

Erklärung.

§. 71. Man multipliciret eine Grösse, wenn man solche etlichemahl nimmt (§. 69.). Soll demnach eine Grösse multipliciret werden, so muß man zuvor anzeigen, wie vielmahl solche zu nehmen. Hieraus folget, daß bey einer Multiplication drey Haupt-Theile zu unterscheiden sind, nemlich die Grösse, welche soll multipliciret werden, die Grösse, wel-

che anzeiget, wie vielmahl jene zu nehmen, dieser wird der *Multiplicator* genennet, und endlich die Gröſſe welche zu finden, die heist das *Factum* oder das Product. Die Gröſſe, welche soll multiplicirt werden und der Multiplicator werden auch die *Factores* genennet.

1. Zusatz.

§. 72. Wenn demnach eine Gröſſe multiplicirt worden, so ist das Multiplicandum so vielmahl in dem Facto, wie vielmahl die Einheit in dem Multiplicatore enthalten (§. 71. und 5. Vor.).

2. Zusatz.

§. 73. Hieraus folget unmittelbar, daß multipliciren nichts anders sey, als eine Gröſſe finden, in welcher die gegebene so vielmahl enthalten, als eine andere bestimmte Gröſſe Einheiten in sich begreifft.

3. Zusatz.

§. 74. Das Multiplicandum muß ein aliquote Theil von dem Facto seyn (§. 71.), und die Einheit ist allein der aliquote Theil von dem Multiplicatore, als Multiplicatore (§. 71. 14.).

Anmerckung.

§. 75. Das Zeichen, wodurch die Lehrer der Mathematik das Multipliciren ausdrücken ist (·). Wenn demnach A durch B soll multipliciret werden, schreibet A·B. Andere setzen die Factores auch ohne Zeichen neben einander, wenn sie es wollen zu erkennen geben, daß eine Gröſſe durch die andere zu multipliciren.

Lehr-Satz.

§. 76. In einer jeden Multiplication stehet Eins und der *Multiplicator*; das *Multiplicandum* und *Factum* in einerley Verhältniß.

Beweiß.

In einer jeden Multiplication stehet Eins und der Multiplicator; das Multiplicandum und Factum

in

in einer Verhältniß (§. 74. 14. 23.). Weil nun die Zahlen dieser Verhältniß einerley (72. 25. 1.), so ist auch die Verhältniß, in welcher die Einheit und der Multiplicator stehet, einerley mit der Verhältniß, in welcher das Multiplicandum und das Factum zu finden (§. 38.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 77. Folglich machen in einer jeden Multiplication die Einheit, der Multiplicator, das Multiplicandum und das Factum eine Proportion (§. 41.). 4, 3 = 12 mon
1 : 3 = 4 : 12.

Lehr-Satz.

§. 78. Wenn gleiche Grössen durch gleiche Grössen multipliciret werden, so kommen gleiche *Facta* heraus. Werden aber ungleiche Grössen durch gleiche multipliciret, so sind die *Facta* ungleich.

Beweiß.

Dasjenige, was in dem Anfange des Beweises bey dem §. 63. angeführet, giebt mir Bewegungs-Gründe diese Lehr-Sätze auf folgende Art zu beweisen. Es sey A = B. Man multiplicire A durch C, so entstehet A, C (§. 75.). Da nun A, C = A, C (§. 7.), und B vor A in Ansehung der Grösse zu substituiren (§. 5.), so ist auch A, C = B, C. W. D. E.

Es sey ferner A > B, so ist in A die Grösse B und noch ein anderer Theil, welchen wir M nennen wollen (§. 11. 12.), folglich ist A = M + B (§. 8. 61.). Man multiplicire beyde Grössen durch C, so ist A, C = (M + B), C (§. 75. und n. 1.). Da nun (M + B), C > B, C (§. 13.), so ist auch A, C > B, C (§. 21.). W. D. A.

Zusatz.

§. 79. Wenn demnach die erste von den ungleichen Grössen, welche durch gleiche multipliciret worden, grösser als die andere, so ist auch das erste Factum grösser als das andere.

Lehr-Satz.

4 > 2
3 = 3
12 > 6

§. 80. Wenn ungleiche Gröſſen durch gleiche multipliciret worden, so stehen die *Multiplicanda* und die *Facta* in einerley Verhältniß.

4 : 2 = 12 : 6
4 : 12 = 2 : 6 proportio

Beweiß.

Dieser Lehr-Satz kan auf die Art bewieſen werden, wie der Satz im §. 65. bestätiget worden, wenn nur die Gründe also geändert werden, wie es der Begriff von der Multiplication (§. 73.) erfodert.

Zuſatz.

§. 81. Wenn demnach ungleiche Gröſſen durch gleiche multipliciret worden, so machen die Multiplicanda und die Facta eine Proportion (§. 41. 43.).

Lehr-Satz.

§. 82. Wenn ungleiche Gröſſen durch gleiche multipliciret worden, so stehet das erste *Multiplicandum* mit dem ersten *Facto*, und das andere *Multiplicandum* mit dem andern *Facto* in einerley Verhältniß.

Beweiß.

Man multiplicire A durch C, so verhält sich Eins zu C, wie A zu A, C (§. 76. 71.). Man multiplicire ferner B durch C, so verhält sich Eins zu C wie B zu B, C (§. 76. 71.). Folglich verhält sich auch A zu A, C, wie sich verhält B zu B, C (§. 40.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 83. Der §. 81. und 82. geben es uns zu erkennen, daß hier vieles aus dem, was §. 50. 56. ist bewieſen worden, könne gefolgert werden. Hiervon in dem folgendem Capitel.

Auf-

Aufgabe.

§. 84. Eine Gröſſe durch eine andere Gröſſe zu multipliciren.

Auflöſung.

1. Unterſuchet, wieviele Einheiten in dem Multiplicatore enthalten.

2. Wenn dieſe Anzahl der Einheiten kan beſtimmet werden, ſo nehmet das Multiplicandum ſo vielmahl, als der Multiplicator Einheiten in ſich begreiffet.

3. Dieſe Theile verknüpffet alſo mit einander, daß ſie eine Gröſſe machen.

4. Könnet ihr die Anzahl der Einheiten in dem Multiplicatore nicht beſtimmen, ſo verbindet den Multiplicatorem mit dem Multiplicando durch Hülffe des Zeichens der Multiplication, ſo habt ihr die Multiplication ſo weit, als es in eurer Gewalt geſtanden, bewerckſtelliget.

Beweiß.

Die Wahrheit dieſer Auflöſung iſt aus dem Begriff, welchen wir §. 73. von der Multiplication gegeben haben, unmittelbar zu folgern.

Erklärung.

§. 85. Bis hieher iſt das erſte erkläret worden, welches bey Erfindung der Gröſſen, vor ſich betrachtet, zu unterſcheiden, wie nemlich durch Hülffe der gegebenen Theile das Gantze zu erfinden. Siehe §. 57. Im folgenden werde ich das zweyte unterſuchen, wie nemlich, wenn das Gantze iſt gegeben worden, die Theile der gantzen Gröſſe zu beſtimmen. Daß auch in dieſem Falle beſondere Arten zu unterſcheiden, dieß beweiſet folgendes. Wenn wir die Theile der gantzen Gröſſe, welche ſind gegeben worden, erfinden ſollen, ſo ſollen wir entweder nur einen gewiſſen Theil von der gantzen Gröſſe, oder wir ſollen

Aut totum datur & partes inueniendae ſunt primo per ſubtractionem.

die Vielheit der Theile, welche die gantze Gröſſ machen, bestimmen. Ist das erste, so wird gesagt, wi sollen die Gröſſe durch das Abziehen oder Subtrahi ren finden. Woraus unmittelbar zu begreiffen, da eine Gröſſe durch subtrahiren finden nichts ander heissen könne, als aus einer gegeben n Gröſſe einen ge wissen Theil dadurch finden, daß man einen ander Theil von der gantzen Gröſſe absondert.

Erklärung.

§. 86. Es sind demnach in einer jeden Subtrac tion drey Gröſſen von einander zu unterscheiden die gegebene Gröſſe, der Theil, welcher von jener sol abgesondert werden, oder die subtrahirende Gröſſe, und die zu findende Gröſſe, welche auch die Differenz oder der Unterscheid genennet wird.

1. Zusatz.

§ 87. Woraus es ferner klar, 1) daß in einer jeden Subtraction die Differentz und die subtrahiren de Gröſſe zusammen genommen der gegebenen Gröſſ gleich seyn müssen (§. 8.).

2. Zusatz.

§. 88. 2) Daß die Subtraction dasjenige auflö set, was die Addition zusammengesetzet; und daß die Addition dasjenige zusammensetzet, was die Subtrac tion aufgelöset (§. 58.).

3. Zusatz.

§. 89. 3) Daß durch die Subtraction eine Gröſſe gefunden wird, welche mit einer andern Gröſſe einer gegebenen Gröſſe gleich ist (§. 87.).

Anmerckung.

§. 90. Das Zeichen, wodurch es in der Mathematik ausgedrücket wird, daß eine Gröſſe von der andern zu subtrahiren, ist dieses (—). Wenn man demnach schreibet A—B, so wird gesprochen, man soll die Gröſſe B von A subtrahiren.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 91. Gröſſen, welche von einander zu ſubtrahiren, müſſen Gröſſen von einerley Art ſeyn.

Beweiß.

Die ſubtrahirende Gröſſe ſoll ein Theil von der andern ſeyn, von welcher jene zu ſubtrahiren (§. 86.). Da nun die Theile, welche eine Gröſſe, als Gröſſe, machen, Dinge von einerley Art ſind (§. 3. Vor.), ſo müſſen auch die Gröſſen, welche wir von einander ſubtrahiren wollen, Gröſſen von einerley Art ſeyn. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 92. Wenn gleiche Gröſſen von gleichen ſubtrahiret werden, ſo kommen gleiche Differenzen heraus. Werden aber gleiche Gröſſen von ungleichen ſubtrahiret, ſo entſtehen ungleiche Differenzen.

Beweiß.

Aus der Urſache, welche in dem Beweiſe des §. 63. angeführet, will dieſe Lehr-Sätze auf folgende Art beweiſen. Es ſey $A = B$. Man ſubtrahire von A die Gröſſe C, ſo entſtehet $A - C$ (§. 90.). Da nun $A - C = A - C$ (§. 7.), und B vor A in Anſehung der Gröſſe zu ſubſtituiren (§. 5.), ſo iſt auch $A - C = B - C$. W. D. E.

Es ſey ferner $A > B$; ſo iſt in A die Gröſſe B, und noch ein anderer Theil, welchen wir M nennen wollen (§. 11.). Folglich iſt $A = M + B$ (§. 8.). Man ſubtrahire von beyden die Gröſſe C, ſo iſt $A - C = M + B - C$ (§. 90. und n. 1). Da nun $M + B - C > B - C$ (§. 13.), ſo iſt auch $A - C > B - C$ (§. 21.). W. D. A.

Zuſatz.

§. 93. Wenn demnach die erſte von den ungleichen Gröſſen, von welchen gleiche ſind ſubtrahiret

worden, gröſſer als die andere iſt, ſo muß auch die erſte Differentz gröſſer ſeyn als die andere.

Lehr-Satz.

6 > 5
3 = 3
9 > 7
2 : 7 = 5 : 6

§. 94. Wenn gleiche Gröſſen von ungleichen ſubtrahiret worden, ſo haben die Differentzen, und die gegebenen Gröſſen, von welchen iſt ſubtrahiret worden, einerley Verhältniſſe.

Beweiß.

Wenn gleiche Gröſſen von gleichen Gröſſen ſubtrahiret werden, ſo entſtehen gleiche Differentzen (§. 92.). Alſo iſt die Urſache, warum ungleiche Differentzen entſtehen, wenn gleiche Gröſſen von ungleichen ſubtrahiret worden, in dem zu finden, weil die Gröſſen, von welchen iſt ſubtrahiret worden, ungleiche Gröſſen ſind. Folglich iſt es klar, daß die gröſte von den gegebenen Gröſſen in Anſehung der kleinen ſo viele Einheiten mehr faſſet, als die gröſte Differentz in Anſehung der kleinen hat, Es haben demnach die gegebene Gröſſen, von welchen gleiche ſind ſubtrahiret worden, und die Differentzen einerley Verhältniß (§. 25. 38.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 95. Es machen daher die Differentzen und die Gröſſen, von welchen gleiche ſind ſubtrahiret worden, eine Proportion (§. 43.).

Aufgabe.

§. 96. Eine gegebene Gröſſe von einer andern zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

1. Nehmet in der Gröſſe, von welcher die andere ſoll ſubtrahiret werden, diejenigen Theile beſonders, welche von der Art, von welcher die Theile in der ſubtrahirenden Gröſſe.

2. Von dieſen abgeſonderten Theilen nehmet ſo viele Theile weg, als in der ſubtrahirenden Gröſſe enthalten ſind.

3. Sollte

3. Sollte eine von dieſen Regeln nicht können beobachtet werden, ſo verbindet die gegebenen Gröſſen mit dem Zeichen der Subtraction (§. 90.), ſo iſt die verlangte Differentz ſo weit, als es in euer Gewalt geſtanden, gefunden.

Beweiß.

Die Wahrheit dieſer Auflöſung iſt durch den §. 85. und 86. unmittelbar zu beſtätigen.

Anmerckung.

§. 97. Z. E. Wenn von der Gröſſe M, in welcher A und B die Theile, eine andere Gröſſe N, in welcher A und C die Theile, zu ſubtrahiren, ſo iſt M — N = B — C.

Erklärung.

§. 98. Sollen wir endlich, wenn die gantze Gröſſe iſt gegeben worden, die Vielheit der Theile, welche die gantze Gröſſe machen, beſtimmen, ſiehe §. 85. ſo ſollen wir entweder finden, wie viele Theile von einer beſtimmten Art in der gantzen Gröſſe enthalten ſind, oder wir ſollen nur überhaupt die Vielheit der Theile in der gantzen Gröſſe beſtimmen. Das letzte iſt dem Begriffe von der Gröſſe zuwider (§. 3. Vor.). Daher nur noch, wie das erſte geſchehen könne, zu unterſuchen. Wenn wir unterſuchen, wie vielmahl eine beſtimmte Gröſſe in einer andern Gröſſe enthalten, ſo wird geſaget, daß wir dieſe Gröſſe durch jene meſſen oder dividiren. Folglich iſt nur noch zu unterſuchen, wie eine Gröſſe durch eine andere Gröſſe könne gemeſſen oder dividiret werden. Et deinde per diuiſionem.

Zuſatz.

§. 99. Wenn demnach eine Gröſſe gegeben worden, und wir ſollen deſſen Theile finden, ſo müſſen wir entweder von der gegebenen Gröſſe einen beſtimmten Theil ſubtrahiren, oder wir müſſen die gegebene Gröſſe durch eine andere beſtimmte Gröſſe meſſen (§. 85. 98.).

Er-

Erklärung.

§. 100. Aus dem gegebenem Begriffe von meſſen und dividiren folget unmittelbar, daß auch hier drey Gröſſen von einander zu unterſcheiden; die Gröſſe, welche ſoll gemeſſen oder dividiret werden; die beſtimmte Gröſſe, durch welche jene ſoll gemeſſen werden, dieſe heiſt das Maaß oder der *Diviſor*; und endlich die Gröſſe, welche ausdrückt, wie vielmahl das Maaß in der zu meſſenden Gröſſe enthalten ſey, welche der Quotient genennet wird.

1. Zuſatz.

§. 101. Der Quotient muß demnach ſo vielmahl Eins in ſich enthalten, als die gemeſſene Gröſſe das Maaß in ſich begreifft.

2. Zuſatz.

§. 102. Daher eine Groſſe durch die andere meſſen oder dividiren nichts anders, als aus zweyen gegebenen Gröſſen eine andere finden, welche anbeutet, wie vielmahl die eine gegebene Gröſſe in der andern enthalten ſey (§. 100. 101.).

Anmerckung.

§. 103. Das Zeichen, wodurch man in der Mathematik, daß eine Gröſſe durch die andere zu dividiren, andeutet, iſt dieſes (:). Z. E. A : B heiſt, die Gröſſe A ſoll durch B dividiret werden. Andere ſchreiben auch alſo $\frac{A}{B}$

Lehr-Satz.

§. 104. Das Maaß und die Theile der Gröſſe, welche ſoll gemeſſen werden, müſſen, in ſo weit dieſe durch jenes zu meſſen, Dinge von einerley Art ſeyn.

Beweiß.

Das Maaß etlichemahl genommen macht die zu meſſende Gröſſe, in ſo weit dieſe durch jenes zu meſſen (§. 98.). Da nun keine Theile eine

Gröſſe

Grösse machen können, als in wie weit sie Dinge von einerley Art sind (§. 3. Vor.): so müssen auch die Theile der Grösse, welche soll gemessen werden, und das Maaß, in wie weit dieses jene Grösse messen soll, Dinge von einerley Art seyn. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 105. Es erhellet aus diesem Beweiß, daß das Maaß ein Theil von der zu messenden Grösse, folglich entweder ein aliquoter oder ein aliquanter Theil von derselben (§. 14.). Ist jenes, so kan die gegebene Grösse durch das gesetzte Maaß genau gemessen werden: ist aber dieses, so bleibt in der gegebenen Grösse, nachdem dieselbe gemessen worden, ein Ueberschuß (§. 15. Vor.).

15 : 3 = 5, 0
14 : 3 = 4, 2

2. Zusatz.

§. 106. Es kan demnach durch das gesetzte Maaß der Ueberschuß in der Division nicht weiter gemessen werden. Woraus folget, daß man ein ander Maaß, als zuvor ist gegeben worden, annehmen müsse, wenn man auch diesen Ueberschuß messen will.

Lehr-Satz.

§. 107. Wenn das Maaß durch den Quotienten multipliciret wird, so muß diejenige Grösse entstehen, welche gemessen worden, weniger den Ueberschuß. Und wenn in der Multiplication das *Factum* durch das *Multiplicandum* gemessen wird, so entstehet der *Multiplicator*.

15 : 3 = 5 (0)
4 · 3 = 12
12 : 3 = 4

Beweiß.

Wodurch wir diejenige Grösse finden, in welcher das Maaß so vielmahl enthalten ist, als der Quotient Eins in sich fasset, dadurch finden wir die gemessene Grösse weniger den Ueberschuß (§. 101. 105.).

Wenn

Wenn wir das Maaß durch den Quotienten multipliciren, ſo finden wir diejenige Gröſſe, in welche das Maaß ſo vielmahl enthalten iſt, als der Quotient Eins in ſich faſſet (§. 73.). Folglich muß man es geſtehen, daß wir hiedurch die gemeſſene Gröſſe weniger den Ueberſchuß gefunden. W. D. E.

Wenn wir in der Multiplication das Factum durch das Multiplicandum dividiren, ſo müſſen wir diejenige Gröſſe finden, welche ſo vielmahl Eins in ſich begreifft, als das Multiplicandum in dem Facto enthalten iſt (§. 101.). Da nun dieſe Gröſſe der Multiplicator (§. 72.): ſo muß, wenn das Factum durch das Multiplicandum gemeſſen wird, der Multiplicator entſtehen. W. D. A.

1. Zuſatz.

y : z = 4
4, z = 8

§. 108. Hieraus iſt die Wahrheit von folgenden Sätzen ohne Umſchweiffe zu begreiffen: 1) Was die Multiplication zuſammenſetzet, das wird durch die Diviſion wieder aufgelöſet; und was die Diviſion aufgelöſet, das wird durch die Multiplication wiederum zuſammen geſetzet.

2. Zuſatz.

§. 109. 2) Wenn man das Maaß durch den Quotienten multipliciret, und zu dieſem Facto den Ueberſchuß addiret, ſo muß die gantze Gröſſe, welche ſoll gemeſſen werden, entſtehen (§. 107. 8. und §. 59.).

3. Zuſatz.

§. 110. Eins und der Quotient, das Maaß und die zu meſſende Gröſſe, in ſo weit dieſe durch jenes zu meſſen, haben einerley Verhältniſſe, und alſo machen dieſe vier Gröſſen eine Proportion (§. 76. 77.).

Lehr-Satz.

§. 111. Wenn gleiche Gröſſen durch gleiche gemeſſen werden, ſo müſſen gleiche Quotienten ent-

entstehen. Werden aber ungleiche Grössen durch gleiche gemessen, so sind auch die Quotienten ungleich.

Beweiß.

Aus der Ursache, welche in dem Beweiß des §. 63. angeführet, will diese Lehr-Sätze auf folgende Art beweisen. Es sey $A = B$. Man messe A durch C, so entstehet $A : C$ (§. 103.). Da nun $A : C = A : C$ (§. 7.), und C vor B in Ansehung der Grösse zu substituiren (§. 5.): so ist auch $A : C = B : C$. W. D. E.

Es sey ferner $A > B$, so ist in A die Grösse B und noch ein anderer Theil, welchen wir der Kürze halber M nennen wollen (§. 11.). Folglich ist $A = M + B$ (§. 8.). Man dividire beyde Grössen durch C, so ist $A : C = (M + B) : C$ (§. 103. und n. l.). Da nun $(M + B) : C > B : C$ (§. 13.): so ist auch $A : C > B : C$ (§. 21.). W. D. A.

Zusatz.

§. 112. Wenn demnach die erste von den ungleichen Grössen, welche durch gleiche sind gemessen worden, grösser als die andere, so muß auch der erste Quotient grösser seyn als der zweyte.

Lehr-Satz.

§. 113. Wenn ungleiche Grössen durch gleiche gemessen worden, so haben die Grössen, welche gemessen worden, und die Quotienten, welche daher entstanden, einerley Verhältnisse.

6 < 12
3 = 3 dann
2 < 4
2 : 4 = 6 : 12

Beweiß.

Wenn gleiche Grössen durch gleiche gemessen worden, so sind die Quotienten einander gleich (§. 111.). Folglich ist die Ursache, warum ungleiche Quotienten entstanden, wenn ungleiche Grössen durch gleiche gemessen worden, allein in dem zu finden,

finden, weil die gemeſſenen Gröſſen ungleiche Grö ſen geweſen. Und alſo iſt es klar, daß die gemeſſ nen Gröſſen und die Quotienten in einerley Ver hältniß ſtehen (§. 38. 25.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 114. Wenn demnach ungleiche Gröſſen durc gleiche gemeſſen worden, ſo machen die Gröſſen welche gemeſſen worden, und die daher entſtandene Quotienten eine Proportion (§. 43.).

Lehr-Satz.

§. 115. Wenn ungleiche Gröſſen durch gleiche ſind gemeſſen worden, ſo hat die erſte Gröſſe, wel che gemeſſen worden, zu ihren Quotienten diejenige Verhältniß, welche die andere von den gemeſſenen Gröſſen zu ihren Quotienten hat.

6 Quotienten
6 : 3 = 2
12 : 3 = 4
2 : 4 = 6 : 12
6 : 2 = 12 : 4

Beweiß.

Wenn A durch B gemeſſen worden, ſo iſt in B ſo vielmahl Eins enthalten, als A den Quotienten in ſich begreifft. Und wenn eine andere Gröſſe C durch B gemeſſen worden, ſo iſt Eins ſo vielmahl in B enthalten, als die Gröſſe C den Quotienten in ſich begreiffet (§. 108. 72.). Es hat demnach die Gröſſe A zu ihren Quotienten diejenige Verhältniß, welche die Gröſſe C zu ihren Quotienten hat (§. 40.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 116. Wenn man mit dem §. 113. 114. 115. dasjenige verknüpffet, was §. 49-55. iſt ausgeführet worden, ſo können viele Sätze ohne Mühe gefolgert werden, welche in dem folgenden Capitel zu gebrauchen.

Aufgabe.

§. 117. Eine gegebene Gröſſe durch einen beſtimmten Theil derſelben zu meſſen.

Auf-

Auflösung.

1. Die gegebene Grösse zergliedert, in so weit es möglich ist, in Theile, welche für sich betrachtet, dem bestimmten Maasse gleich.

2. Die Anzahl dieser Theile drücket durch eine besondere Grösse aus, welche so vielmahl Eins in sich enthält, als in jener Anzahl Theile enthalten sind, so habt ihr den Quotienten so weit gefunden, als es in eurer Gewalt gestanden.

3. Bleibt ein Ueberschuß, so verknüpffet diesen mit dem bestimmtem Maasse durch Hülffe des Zeichens der Division (§. 103.), so ist die gegebene Grösse, so weit als möglich gewesen, gemessen worden.

Beweiß.

Wenn mit dem §. 101. bis §. 105. und 106. verknüpffet worden, so ist zugleich die Wahrheit dieser Auflösung bestätiget.

Das 3. Capitel.

Von Erfindung der Grössen, wenn solche in einer Verknüpffung oder in einer Verhältniß betrachtet werden.

Aufgabe.

§. 118.

Es werden die Glieder einer gleichen oder ungleichen Verhältniß gegeben, man soll durch deren Hülffe andere Glieder einer gleichen oder ungleichen Verhältniß finden. Ex data ratione aequalitatis aut inaequalitatis alias rationes aequalitatis aut inaequalitatis inuenire.

Auflösung.

1) Werden Glieder einer gleichen Verhältniß gegeben, und ihr sollt andere Glieder einer gleichen

Verhältniß finden, ſo addiret zu den gegebenen Gli
dern gleiche Gröſſen (§. 67.); oder multipliciret
gegebenen Glieder durch gleiche Gröſſen (§. 84.
oder ſubtrahiret von den gegebenen Gliedern glei
Gröſſen (§. 96.); oder meſſet die gegebenen Glied
durch gleiche Gröſſen (§. 117.), ſo werden allez
Glieder einer gleichen Verhältniß entſtehen (§. 6
78. 92. 111. 28.).

2) Werden Glieder einer gleichen Verhältniß g
geben, und ihr ſollt Glieder einer ungleichen Ver
hältniß finden, ſo addiret zu den gegebenen Glieder
ungleiche Gröſſen (§. 67.); oder multipliciret d
gegebenen Glieder durch ungleiche Gröſſen (§. 84.
oder ſubtrahiret von den gegebenen Gliedern ungle
che Gröſſen (§. 96.); oder meſſet die gegebene
Glieder durch ungleiche Gröſſen (§. 117.); ſo mü
ſen allezeit Glieder einer ungleichen Verhältni
entſtehen (§. 63. 78. 92. 111. 28.).

3) Werden Glieder einer ungleichen Verhältni
gegeben, und ihr ſollt Glieder einer gleichen Verhäl
niß finden, ſo addiret das gröſte Glied zu dem kleine
und das kleine Glied zu dem groſſen (§. 67.); od
nehmet das Factum aus dem groſſen Gliede in d
kleine zweymahl (§. 84.); oder nehmet die Differen
des groſſen und kleinen Gliedes zweymahl (§. 96.)
oder nehmet den Quotienten, der entſtehet, wenn da
groſſe Glied mit dem kleinen gemeſſen worden, zwe
mahl (§. 117.), ſo müſſen allezeit die Gröſſen, we
che heraus kommen, in einer gleichen Verhält
ſtehen (§. 63. 78. 92. 111. 28.).

4) Werden endlich Glieder einer ungleichen Ver
hältniß gegeben, und ihr ſollt andere Glieder ein
ungleichen Verhältniß finden, ſo addiret zu den g
gebenen Gliedern gleiche Gröſſen (§. 67.); od
multiplicitret jene durch gleiche Gröſſen (§. 84.); od
ſubtrahiret von den gegebenen Gliedern gleiche Grö

ſe

sen (§. 96.); oder messet die gegebenen Glieder durch gleiche Grössen (§. 117.), so werden allezeit Glieder in ungleichen Verhältniß gefunden (§. 63. 78. 92 III. 28.).

Anmerckung.

§. 119. Alle Verhältnisse sind entweder gleiche oder ungleiche Verhältnisse (§. 28.). Dieses wird hinreichend seyn zu behaupten, daß die vorhergesetzte Auflösung nicht ohne Nutzen sey. Will man solche als eine Kleinigkeit ansehen, so wird man bald gestehen müssen, daß die wichtigsten Auflösungen, welche in der Mathematik zu finden, in Kleinigkeiten ihren Grund haben.

Erklärung.

Ratio composita eiusque species quid.

§. 120. Es erhellet unmittelbar aus der in dem §. 118. gesetzten Auflösung, daß Facta in einer gewissen Verhältniß stehen, welche entstanden, indem man aus verschiedenen Verhältnissen so wohl die ersten Glieder, als auch die andern Glieder durch einander multipliciret. Wenn dieses, so wird gesagt, daß die daher entstandenen Facta in einer zusammengesetzten Verhältniß der auf bestimmte Art durch einander multiplicirten Verhältnisse. Z. E. A, B und C, D sind in einer zusammengesetzten Verhältniß wie A zu C und B zu D. Weil nun zwey, drey und noch mehrere Verhältnisse auf beschriebene Art durch einander können multipliciret werden, so bekommen auch daher die zusammengesetzten Verhältnisse verschiedene Benennungen. Wenn die Glieder einer Verhältniß einmal durch einander multipliciret worden, so stehen die *Facta in ratione duplicata*, wenn sie dreymal in einander multipliciret worden, *in ratione triplicata*, und so weiter *in ratione quadruplicata, multiplicata*. Und da ferner die Verhältnisse entweder Verhältnisse der grösseren oder kleineren Ungleichheit (§. 28.), so ist leicht zu begreiffen, was eine *ratio subduplicata, subtriplicata, subquadruplicata, submultiplicata*, und so ferner. Siehe §. 31.

Lehr-Satz.

Fundamentum de speciebus rationis.

§. 121. Der Nahme in einer Verhältniß n entweder durch die Subtraction oder durch Division gefunden werden.

Beweiß.

Der Nahme einer Verhältniß muß dadurch funden werden, wodurch man es erkennen kan, wieviel das eine Glied in der Verhältniß gröſſer o kleiner ſey als das andere (§. 26.). Folglich n der Nahme einer Verhältniß dadurch gefunden w den, wodurch man, wenn das Gantze iſt gegeben w den, die Theile, welche in dem Gantzen zu finden, ſtimmen kan (§. 111.). Da nun dieſes auf ke andere Art geſchehen kan, als durch die Subtract und Diviſion (§. 95.); ſo muß der Nahme in ei Verhältniß entweder durch die Subtraction o durch die Diviſion geſuchet werden. W. Z. E.

Erklärung.

Quae vel arithmeticae vel geometricae.

§. 122. Wenn der Nahme in einer Verhält durch die Subtraction zu ſuchen, ſo wird die V hältniß eine arithmetiſche Verhältniß genenn Muß aber der Nahme durch die Diviſion geſuc werden, ſo heiſt die Verhältniß eine geometriſc In jener Verhältniß wird der Nahme der *Differentia*, und in dieſer der *Exponens rationis*, genennet. Da nun einerley Verhältniſſe eine Proporti machen (§. 41.), ſo iſt leicht zu begreiffen, was ei arithmetiſche und geometriſche Proportion. iſt hieraus ferner klar, was eine arithmetiſche u geometriſche Progreßion.

Zuſatz.

§. 123. Es ſind demnach alle Verhältniſſe e weder arithmetiſche oder geometriſche, alle Pr greßionen entweder arithmetiſche oder geometriſch alle Proportionen entweder arithmetiſche oder geom triſche Proportionen (§. 121.).

Anmerckung.

§. 124. Will man von Größen schreiben, in so weit solche in einer gewissen Verhältniß stehen, so können sie, wenn die Verhältniß arithmetisch, durch das Zeichen der Subtraction, und wenn die Verhältniß geometrisch, durch das Zeichen der Division mit einander verknüpffet werden (§. 121). Die Gleichheit zweyer Verhältnisse macht eine Proportion (§. 41.). Soll demnach eine Proportion ausgedrücket werden, so kan man die beyden Verhältnisse durch das Zeichen der Gleichheit mit einander verbinden (§. 6.). Hieraus entstehet der Ausdruck von einer arithmetischen Proportion: A — B = C — D, und von einer geometrischen A : B = C : D. Beyde werden gelesen: A verhält sich zu B, wie C zu D. Dieses bedeutet in dem ersten Falle: um wieviel A gröſſer oder kleiner als B, um so viel ist auch C gröſſer oder kleiner als D; und in dem andern Falle, wie vielmahl A in B oder B in A enthalten, eben so vielmahl hält C in sich D, oder D in sich C.

Aufgabe.

§. 125. Das zweyte Glied in einer arithmetischen Verhältniß zu finden, wenn das erste Glied und der Nahme der Verhältniß ist gegeben worden. Siehe §. 55. Inuenire terminos in ratione arithmetica.

Auflösung.

1) Soll die Verhältniß eine Verhältniß der gröſſeren Ungleichheit seyn, so subtrahiret von dem ersten Gliede den Nahmen der Verhältniß (§. 67.), so ist der Unterscheid das andere Glied.

2) Verlanget ihr eine Verhältniß der kleinern Ungleichheit, so addiret zu dem ersten Gliede den Nahmen der Verhältniß (§. 67.), so ist die Summe das andere Glied.

Beweiß.

In der arithmetischen Verhältniß wird der Nahme der Verhältniß gefunden, wenn man das kleine Glied von dem gröſſeren subtrahiret (§. 122.). Folglich ist das kleine Glied der Unterscheid des gröſſern Gliedes und des Nahmens der Verhältniß,

und das groſſe Glied die Summe von dem kleinern Gliede und dem Nahmen der Verhältniß (§. 88. 86. 57.). Da nun in der Verhältniß der gröſſeren Ungleichheit die kleinere Gröſſe, und in der Verhältniß der kleinern Ungleichheit, die gröſte Gröſſe das andere Glied (§. 28.), ſo entſtehet in jener Verhältniß das andere Glied, wenn man von dem erſtern den Nahmen der Verhältniß ſubtrahiret, und in dieſer, wenn man den Nahmen der Verhältniß zu dem erſten Gliede addiret (§. 59. 89.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 126. Wird das erſte Glied in einer arithmetiſchen Progreßion, und der Nahme der Verhältniß gegeben, ſo können die folgenden Glieder, wenn die Verhältniſſe von der gröſſeren Ungleichheit, durch die Subtraction des Nahmens der Verhältniß von dem nechſt vorhergehenden Gliede, und wenn die Verhältniſſe von der kleinern Ungleichheit, durch die Addition des Nahmens der Verhältniß zu dem nechſt vorhergehenden Gliede gefunden werden (§. 125. 122. 46.).

Aufgabe.

Inuenire terminos in ratione geometrica.

§. 127. Das andere Glied in einer geometriſchen Verhältniß zu finden, wenn das erſte Glied und der Nahme der Verhältniß iſt gegeben worden.

Auflöſung.

1) Soll die Verhältniß eine Verhältniß der gröſſeren Ungleichheit ſeyn, ſo dividiret das erſte Glied durch den Nahmen der Verhältniß (§. 117.). Der Quotient iſt das andere Glied.

2) Wolt ihr aber eine Verhältniß der kleinern Ungleichheit haben, ſo multipliciret das erſte Glied durch den Nahmen der Verhältniß (§. 84.), wenn das andere Glied entſtehen ſoll.

Beweiß.

In der geometrischen Verhältniß wird der Nahme der Verhältniß, wenn man das grösse Glied durch das kleine dividiret, gefunden (§. 123.). Folglich ist der Nahme der Quotient, das kleine Glied das Maaß, und das grosse Glied die Grösse, welche soll gemessen werden (§. 100.). Es entstehet demnach das grosse Glied, wenn das kleine Glied mit dem Nahmen der Verhältniß multipliciret (§. 109.), und das kleine Glied, wenn das grosse durch den Nahmen der Verhältniß dividiret worden (§. 107.). Da nun in der Verhältniß der grösseren Ungleichheit die gröste Grösse das erste, und in der Verhältniß der kleinern Ungleichheit die gröste Grösse das andere Glied (§ 28.); so entstehet in dem ersten Falle das andere Glied, wenn das erste durch den Nahmen dividiret, und in dem andern Falle, wenn das erste Glied durch den Nahmen der Verhältniß multipliciret worden. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 128. Ist demnach aus einer geometrischen Progreßion das erste Glied, und der Exponent (§. 122.) gegeben worden, und ihr sollt die folgenden Glieder finden, so dividiret das nechst vorhergehende Glied durch den Exponenten, wenn die Verhältnisse von der grösseren Ungleichheit. Wenn hingegen die Verhältnisse der Glieder, welche die geometrische Progreßion machen, Verhältnisse der kleinern Ungleichheit, so multipliciret das nechst vorhergehende Glied durch den Exponenten (§. 127. 122. 46.).

2. Zusatz.

§. 129. Aus dem §. 127. 128. 125. und 126. ist unmittelbar zu begreiffen, daß in der arithmeti-

ſchen Verhältniß und Progreſſion dasjenige durch die Addition zu ſuchen, was in einer geometriſchen Verhältniß und Progreßion durch die Multiplication zu finden; und daß in jener durch die Subtraction zu finden, was in dieſer durch die Diviſion zu ſuchen.

Lehr-Satz.

Natura membrorum in proportione arithmetica & geometrica.

§. 130. Wenn in einer arithmetiſchen Proportion das erſte und vierte Glied, das zweyte und dritte Glied addiret worden ſo ſind die Summen; und wenn in einer geometriſchen Proportion das erſte Glied durch das vierte, und das zweyte durch das dritte multipliciret worden, ſo ſind die Facta, welche daher entſtanden, einander gleich.

rationes in propott: Arith. et Geometrica

Beweiß.

ſunt l. aequales 2-2=3-3 — Lineae

maioris 6-4=7-5 (5 / 11) — minoris (4 / 11)

3-5=4-6 (6 / 9) (5 / 9)

Die Verhältniſſe in der arithmetiſchen Proportion für ſich betrachtet, ſind entweder gleiche oder ungleiche Verhältniſſe, und in dieſem Falle entweder Verhältniſſe der kleinern oder gröſſern Ungleichheit (§. 28.). Sollte das erſte ſeyn, ſo wird die Wahrheit des erſten Lehr-Satzes durch den §. 63. beſtätiget. Iſt das zweyte, ſo iſt das andere Glied in der Proportion eine Summe von dem erſtem Gliede und dem Nahmen der Verhältniß, und das vierte Glied eine Summe von dem drittem Gliede und dem Nahmen der Verhältniß (§. 125.). Da nun dieſe Nahmen der Verhältniſſe gleiche Gröſſen (§. 41.), ſo werden gleiche Gröſſen zu gleichen Gröſſen addiret, wenn man in dieſer arithmetiſchen Proportion das erſte Glied und das vierte, das zweyte Glied und das dritte zu einander addiret. Folglich müſſen auch die Summen, welche daher entſtanden, gleiche Gröſſen ſeyn (§. 63.). Iſt endlich der letzte Fall, ſo iſt das zweyte Glied in der Proportion die Differentz des erſten Gliedes und des Nahmens der Verhält-

hältniß, und das vierte Glied die Differentz des dritten Gliedes und des Nahmens der Verhältniß (§. 125.). Indem nun auch hier die Nahmen der Verhältnisse gleiche Grössen (§. 41.), so sind gleiche Grössen zu gleichen Grössen addiret, wenn das erste und vierte Glied, das zweyte und dritte Glied addiret worden (§. 92.). Folglich müssen auch in diesem letzten Falle die durch bestimmte Addition entstandene Summen einander gleich seyn (§. 63.). W. D. E.

Die Verhältnisse in einer geometrischen Proportion, wenn solche für sich betrachtet werden, sind entweder gleiche oder ungleiche Verhältnisse, und in diesem Falle entweder Verhältnisse der grösseren oder kleineren Ungleichheit (§. 28.). Ist das erste, so wird die Wahrheit des angegebenen Lehr-Satzes durch den §. 63. befestiget. Ist das zweyte, so ist das andere Glied in der Proportion der Quotient, welcher entstanden, indem man das erste Glied durch den Exponenten dividiret, und das vierte Glied ist der Quotient, welcher durch die Division des dritten Gliedes durch den Exponenten entstanden (§. 127.). Die Exponenten in der geometrischen Proportion sind gleiche Grössen (§. 122. 41.). Und also ist in diesem Falle klar, daß gleiche Grössen durch gleiche Grössen multipliciret worden, wenn man das erste Glied durch das vierte, und das zweyte Glied durch das dritte multipliciret (§. 111.). Welches der Grund zu behaupten, daß die Facta, welche daher entstanden, einander gleich (§. 78.). Ist der letzte Fall, so ist das andere Glied in der Proportion das Factum aus dem erstem Gliede in den Exponenten, und das vierte Glied das Factum aus dem drittem Gliede in den Exponenten (§. 127.). Da nun auch diese Exponenten einander gleich (§. 41.), so sind ebenfals gleiche Grössen durch gleiche Grössen multipliciret worden, wenn man in einer sol-

2 : 4 = 3 : 6
3 2
12 12

chen Verhältniß das erſte Glied durch das vierte, und das zweyte durch das dritte multipliciret. Und alſo ſind auch in dieſem Falle die beſtimmten Facta einander gleich (§. 78.). W. D. A.

Lehr-Satz.

Eorumque transpoſitio explicatur.

§. 131. So wohl in einer arithmetiſchen als geometriſchen Proportion verhält ſich wechſelsweiſe das erſte Glied zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten.

Beweiß.

Aus dem Beweiße des vorhergehenden Lehr-Satzes iſt es klar, daß bey dieſen Lehr-Sätzen nur auf diejenige Verhältniſſe, welche an und für ſich betrachtet ungleiche, zu ſehen. Nachdem dieſes zum Grunde geſetzet, ſo wollen wir annehmen, daß die arithmetiſche Proportion aus Verhältniſſen einer gröſſern Ungleichheit zuſammengeſetzet. Wenn dieſes, ſo ſind das zweyte und vierte Glied Differentzen, welche entſtanden, indem man von dem erſtem und drittem Glieder gleiche Gröſſen ſubtrahiret (§. 41. 125.), folglich verhält ſich auch das erſte Glied zu dem dritten, wie das andere zu dem vierten (§. 94.). Man nehme ferner an, daß die arithmetiſche Proportion aus Verhältniſſen einer kleinern Ungleichheit zuſammengeſetzet, ſo ſind das andere und das vierte Glied Summen, welche dadurch entſtanden, daß man zu dem erſtem und drittem Gliede gleiche Gröſſen addiret (§. 41. 125.). Und alſo iſt es auch in dieſem Falle klar, daß ſich das erſte Glied zu dem dritten verhalte, wie das andere Glied zu dem vierten (§. 65.). W. D. E.

2:4 = 6:12
2:6 = 4:12

Es ſey die Proportion eine geometriſche, deren Verhältniſſe unter die Verhältniſſe der gröſſeren Ungleichheit zu zehlen, ſo ſind das andere und vierte Glied Quotienten, welche entſtanden, indem man das erſte und dritte Glied durch gleiche Gröſſen gemeſſen

messen (§. 41. 127.). So gleich verhält sich das erste Glied zu dem drittem, wie das andere zu dem vierten (§. 113.). Ist endlich die geometrische Proportion aus Verhältnissen der kleinern Ungleichheit zusammengesetzet, so sind das andere und vierte Glied Facta, welche entstanden, indem man das erste und dritte Glied durch gleiche Grössen multipliciret (§. 41. 127.). Und also ist es auch in diesem letztern Falle klar, daß sich das erste Glied verhalte zu dem drittem, wie das andere zu dem vierten (§. 80.). W. D. A.

Aufgabe.

§. 132. Zu drey gegebenen Grössen die vierte Proportional-Grösse in einer arithmetischen Proportion zu finden. Inuenire quartam proportionalem in proportione arithmetica.

1. Auflösung.

1. Untersuchet die Natur der Aufgabe, damit ihr bestimmen könnet, ob die Verhältnisse in dieser Proportion Verhältnisse der grössern oder kleinern Ungleichheit (§. 28.).

2. In der ersten Verhältniß subtrahiret das kleine Glied von dem grössern (§. 98.), so bekommet ihr den Nahmen der Verhältniß (§. 122.).

3. Diesen Nahmen subtrahiret (§. 28.) von dem drittem Gliede, so entstehet die vierte Proportional-Grösse, wenn die Proportion aus Verhältnissen der grösseren Ungleichheit zusammengesetzet. Sind aber in der Proportion Verhältnisse der kleinern Ungleichheit enthalten, so addiret (§. 67.) den gefundenen Nahmen zu dem drittem Gliede, so ist die Summe die gesuchte vierte Proportional-Grösse.

Beweiß.

Den Beweiß von der Wahrheit dieser Auflösung, giebt der §. 125., nachdem er mit dem §. 41. und 122. ist verknüpffet worden.

2. Auf-

2. Auflöſung.

1) Das andere Glied in der Proportion addiret zu dem drittem Gliede (§. 67.).

2) Von dieſer Summe ſubtrahiret das erſte Glied (§. 96.), ſo entſtehet die vierte Proportional-Gröſſe.

Beweiß.

Wenn das andere Glied zu dem drittem addiret worden, ſo iſt die Summe eine Gröſſe, welche aus dem erſten und vierten Gliede zuſammengeſetzet (§. 130.). Es entſtehet demnach das vierte Glied, wenn man von dieſer Summe das erſte Glied ſubtrahiret (§. 87. 88.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 133. Wenn in der arithmetiſchen Proportion das andere, dritte und vierte Glied gegeben worden, und ihr ſollt das erſte Glied finden, ſo kehret die Glieder um, und ſprecht: Das vierte Glied verhält ſich zu dem drittem Gliede, wie das andere zu dem erſtem (§. 28. 41.). Wird das erſte, dritte und vierte Glied gegeben, und ihr ſollt das andere finden, ſo verſetzet die Glieder, und ſprecht: Das dritte Glied verhält ſich zu dem viertem wie das erſte zu dem andern (§. 28. 41.). Iſt endlich das erſte, andere und vierte Glied gegeben worden, und ihr ſollt das dritte finden, ſo ſchlüſſet wechſelsweiſe: Das andere Glied verhält ſich zu dem erſtem, wie das vierte zu dem drittem (§. 131.), ſo werden die in dem §. 132. vorgeſchriebene Regeln hinreichen in jedem Falle die vierte Proportional-Gröſſe zu beſtimmen.

Aufgabe.

Et in proportione geometri-

§. 134. Zu drey gegebenen Gröſſen die vierte Proportional-Gröſſe in einer geometriſchen Proportion zu finden.

1. Auf-

1. Auflösung.

1) Machet euch einen deutlichen Begriff von der Beschaffenheit der gegebenen Aufgabe, um dadurch zu bestimmen, ob die Verhältnisse in der Proportion Verhältnisse von der gröſſeren oder kleinern Ungleichheit (§. 48.).

2) In der ersten Verhältniß dividiret das gröſſere Glied durch das kleine (§. 117.), so entstehet der Exponent (§. 127.).

3) Ist die Proportion aus Verhältnissen der gröſſern Ungleichheit zusammengesetzet, so dividiret das dritte Glied durch den gefundenen Exponenten (§. 127.), so ist der Quotient die vierte Proportional-Gröſſe. Bestehet aber die Proportion aus Verhältnissen der kleinern Ungleichheit, so müsset ihr das dritte Glied durch den gefundenen Exponenten multiplicirten (§. 84.), wenn die vierte Proportional-Gröſſe entstehen soll.

Beweiß.

Die Verknüpffung des §. 127. mit dem §. 121. und 122. wird die Wahrheit dieser Auflösung hinlänglich bestätigen.

2. Auflösung.

1) Das andere Glied in der Proportion multipliciret mit dem dritten (§. 84.).

2) Dieses Factum messet durch das erste Glied (§. 117.), so ist der Quotient die vierte Proportional-Gröſſe.

Beweiß.

In der geometrischen Proportion entstehet durch die Multiplication des andern Gliedes mit dem dritten das Factum aus dem vierten Gliede in das erste (§. 130.). Wenn demnach dieses Factum durch das erste Glied gemessen worden, so muß der Quotient das vierte Glied, oder die vierte Proportional-Gröſſe seyn (§. 107. 108.). W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 135. Was von der arithmetiſchen Proportion in dem §. 133. iſt erinnert worden, ſolches kan auch von der geometriſchen Proportion, weil einerley Grund vorhanden, geſaget werden, nachdem dasjenige, was die Natur der Proportion erfodert darin geändert worden.

2. Zuſatz.

§. 136. Es muß demnach in der geometriſchen Proportion dasjenige Glied durch die Diviſion geſuchet werden, was in der arithmetiſchen durch die Subtraction geſuchet worden. Und was in jener Proportion durch die Multiplication zu finden, das muß in dieſer durch die Addition gefunden werden (§. 132. 134.).

Lehr-Satz.

Vſus proportionum ſi datam per quantitatem alia, quaedam heterogenea inuenienda.

§. 137. So wohl in einer arithmetiſchen als auch geometriſchen Proportion kan die vierte Proportional-Gröſſe gefunden werden, wenn gleich die Glieder in der erſten Verhältniß von einer andern Art ſind, als von welcher die Glieder in der andern Verhältniß.

Beweiß.

Die vierte Proportional-Gröſſe wird ſo wohl in der arithmetiſchen, als auch in der geometriſchen Proportion durch Hülffe des Nahmens der Verhältniß gefunden (§. 132. 134.). Da ſich nun dieſer Nahme der Verhältniß nicht auf die Art beziehet, von welcher die Glieder der Verhältniß (§. 41. 25. und 51. Vor.), ſo kan ſo wohl in jener als auch in dieſer Proportion die vierte Proportional-Gröſſe gefunden werden, wenn gleich die Glieder in der erſten Verhältniß von einer andern Art ſind, als von welcher die Glieder in der andern Verhältniß. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 138. Wenn demnach eine Grösse, deren Vielheit der Theile wir an und für sich betrachtet nicht genau erfinden können, durch eine Verhältniß anderer Grössen, deren Theile wir an und für sich betrachtet genau bestimmen können, in ihrer Ab- und Zunahme sollte bestimmet werden, so können wir durch die Verhältniß dieser Grössen die Vielheit der Theile in jener Grösse bestimmen.

2. Zusatz.

§. 139. Sollt ihr demnach eine Grösse messen, in welcher ihr an und für sich betrachtet, die Vielheit der Theile nicht genau bestimmen könnet, so suchet andere Grössen, von welcher ihr, für sich betrachtet, die Vielheit der Theile genau bestimmen könnet, und welche in ihrer Verhältniß das Ab- und Zunehmen jener Grösse bestimmen. Die Erkenntniß dieser Verhältniß wird euch im Stande setzen, jene Grössen zu messen (§. 138.). Dieses ist der Grund von der *Analysi finitorum*.

Das 4. Capitel.

Von Erfindung der Grössen, in so weit solche unendlich groß oder unendlich klein.

Lehr-Satz.

§. 140.

Wollen wir Grössen, welche unendlich groß oder unendlich klein, erfinden, so muß dieses durch Hülffe einer Verhältniß endlicher Grössen geschehen. Quantitates infinitae non nisi per finitarum ra-

Be-

Beweiß.

tiones inueniri possunt.

In einer endlichen Gröſſe, für ſich betrachtet, kan die Vielheit der Theile genau beſtimmet werden, welches aber bey einer Gröſſe, ſo unendlich groß oder unendlich klein, nicht möglich (§. 8. 14. Vor.). Aus dem letzten iſt es klar, daß Gröſſen, welche unendlich groß oder unendlich klein, weder wenn ſie für ſich betrachtet, noch wenn ſie in einer gewiſſen Verhältniß betrachtet werden, zu erfinden (§. 70. 99. 130.). Und alſo giebt das erſte Grund zu behaupten, daß wir dieſe Gröſſen auf keine andere Art erfinden können, als durch Hülffe einer Verhältniß endlicher Gröſſen (§. 138.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 141. Unendliche Gröſſen können wir nicht anders als bey nahe erfinden (§. 17. Vor.). Wenn wir demnach Gröſſen erfinden wollen, welche unendlich groß oder unendlich klein, ſo müſſen wir Verhältniſſe endlicher Gröſſen ſuchen, welche jene bey nahe beſtimmen (§. 140.). Im folgenden werde einige allgemeine Gründe erklären, woraus die Möglichkeit dieſer Unterſuchung überhaupt zu folgern, und welche der Grund von der *Analyſi infinitorum*.

Lehr-Satz.

Quantum infinite paruum qua ratione pro nihilo habendum.

§. 142. Eine Gröſſe, welche unendlich klein, kan in Anſehung einer endlichen Gröſſe für nichts gehalten werden.

Beweiß.

Wenn wir die Vielheit der Theile in einer Gröſſe alſo beſtimmet, daß der Unterſcheid dieſer Anzahl von der wahren Gröſſe unendlich klein, ſo kan der begangene Fehler von keinem beſtimmet werden (§. 8. Vor.). Folglich haben wir Urſach zu behaupten, daß wir bey Erfindung der gegebenen Gröſſe nicht gefehlet (§. 85. 96.). Und alſo können wir in Anſehung einer endlichen Gröſſe dieſe

nige

nige, welche unendlich klein, für nichts halten. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 143. Wir können demnach behaupten, daß eine Grösse, welche unendlich klein, zu einer endlichen Grösse keine Verhältniß habe (§. 25. 26.).

Lehr-Satz.

§. 144. Grössen, deren Unterscheid unendlich klein, sind als gleiche Grössen anzusehen.

Ex quo sequitur, quantitates quarum differentia infinite parua, esse aequales.

Beweiß.

Gleiche Grössen sind, welche in ihrer Grösse keinen Unterscheid haben (§. 5.). Der Unterscheid, welcher unendlich klein, ist für nichts zu halten (§. 142.). Es können demnach Grössen, deren Unterscheid unendlich klein, als gleiche Grössen angesehen werden. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 145. Wenn demnach zu einer gegebenen Grösse eine unendlich kleine addiret: von einer gegebenen Grösse eine unendlich kleine subtrahiret: die gegebene Grösse mit einer unendlich kleinen multipliciret, oder durch eine unendlich kleine dividiret werden, so können wir annehmen, daß im ersten Fall die Summe, im andern die Differentz, im dritten das Factum, und im letzten der Quotient der gegebenen Grösse gleich sey (§. 144. 7.). Es ist zu mercken, daß wir die Grössen von den Zeichen unterscheiden müssen, durch welche jene ausgedrücket werden. Hiervon in der Rechen-Kunst.

2. Zusatz.

§. 146. Es folget hieraus ferner, da eine Grösse, welche unendlich groß, anzusehen als eine Grösse, welche gleich einer endlichen, deren Unterscheid von jener unendlich klein.

Aufgabe.

Inuenire quantitatem finitam, cuius differentia a quantitate infinite magna infinite parua.

§. 147. Aus einer gegebenen Gröſſe, welc unendlich groß, eine endliche zu finden, der Unterſcheid von jener unendlich klein.

Auflöſung.

1. Von der gegebenen Gröſſe nehmet nach E fallen einen gewiſſen, aber doch kleinen und end chen Theil, und durch dieſen meſſet jene (§. 117.

2. Weil die gegebene Gröſſe unendlich groß, muß nothwendig ein Ueberſchuß bleiben (§. 105. u §. 8. Vor.). Von dieſem nehmet wiederum nach E fallen einen kleinen und endlichen Theil, und meſ dadurch den gefundenen Ueberſchuß (§. 117. 106.

3. Durch die Fortſetzung dieſer Arbeit wird en lich ein Ueberſchuß entſtehen, welcher unendlich kle (§. 8. Vor.).

4. Werffet dieſen Ueberſchuß weg. Die gefunde Quotienten multipliciret mit denjenigen Gröſſe welche als Maaſſe angenommen worden (§. 84. Endlich addiret dieſe Facta zu einander (§. 67.): muß die Summe eine ſolche Gröſſe ſeyn, deren U terſcheid von der gegebenen unendlich klein.

Beweiß.

Wenn die gefundenen Quotienten durch diejenig Gröſſen, welche als Maaſſe angenommen, mult pliciret, und ſolche Facta zu einander addiret wo den, ſo iſt die Summe die gegebene Gröſſe, welc gemeſſen worden, weniger den weggeworffenen U berſchuß (§. 107. 59.). Da nun dieſer Uebe ſchuß vermöge der Auflöſung unendlich klein: iſt auch die gefundene Summe eine Gröſſe, der Unterſcheid von der gegebenen unendlich klein. A Z. E. W.

Zusatz.

§. 148. Es kan demnach diese gefundene Summe als eine Grösse, welche der gegebenen gleich ist, angesehen werden (§. 144.).

Anmerckung.

§. 149. Es ist zu mercken, daß die in dem §. 147. verlangten Quotienten auch durch Hülffe einer Proportion zu finden (§. 137.).

Aufgabe.

§. 150. Das Verhalten einer endlichen Grösse zu einer andern, welche unendlich groß, bey nahe zu bestimmen.

Determinare rationem quantitatis finitae ad quantitatem infinite magnam.

Auflösung.

1. Suchet eine endliche Grösse, deren Unterscheid von der gegebenen, welche unendlich groß, unendlich klein (§. 147.).

2. Diese gefundene Grösse setzet in der Verhältniß an die Stelle der gegebenen unendlich grossen, so werdet ihr das Verhalten der endlichen Grösse, welche ist gegeben worden, zu der unendlich grossen bey nahe bestimmen können (§. 125. 127.).

Beweiß.

Daß ihr durch Hülffe dieser Regeln eine Verhältniß findet, deren Unterscheid von der wahren unendlich klein, solches wird durch die Auflösung zur Genüge bestätiget. Da nun eine Grösse bey nahe gefunden wird, wenn die gefundene von der gegebenen auf bestimmte Art unterschieden (§. 15. Vor.): so habe ich auch hinreichenden Grund zu behaupten, daß durch Hülffe vorgeschriebener Regeln das Verhalten der gegebenen Grössen bey nahe zu bestimmen.

1. Zusatz.

§. 151. Hieraus folget, daß die auf vorgeschrie
bene Art gefundene Verhältniß als eine solche an
zusehen, welche der Verhältniß der gegebenen end
lichen Grösse zu der unendlich-grossen gleich (§. 184.

2. Zusatz.

§. 152. Es ist ferner aus dieser Auflösung leich
zu begreiffen, wie die Verhältniß solcher Grössen
welche unendlich groß sind, bey nahe zu bestimmen
Folglich, wie unendliche Grössen durch Hülfe eine
Verhältniß endlicher Grössen zu erfinden.

Anmerckung.

§. 153. Ich könnte hieraus die Natur der Differential- und Integral-Grössen erklären, weil ich aber befürchte, daß solches Anfängern zu schwer sey, so will diese Untersuchung bis zur Algebra verspaten.

ELEMENTA ARITHMETICAE

Oder

Erste Gründe

der

Rechen-Kunst.

A [illegible]
[illegible]
[illegible]
[illegible]

Erſte Gründe der Rechen-Kunſt.

Der I. Abſchnit. Von Erfindung der Gröſſen durch das calculiren überhaupt.

Das I. Capitel. Von der Art ſeine Gedancken durch geſchickte Zeichen auszudrücken in Abſehen auf die Mathematik.

Erklärung.

§. 1.

Solche ſinnliche Dinge, deren Anblick vermögend von andern Dingen Gedancken zu erregen, werden von dieſen Dingen Zeichen genennet. Daher wir nicht ohne Urſache bey einem jeden Zeichen das ſinnliche, und die Gedancken, welche durch das ſinnliche zu erregen, unterſcheiden. Jenes heiſt das Material, und dieſes das Formal der Zeichen. Signum eiusque materiale atque formale explicatur.

Zusatz.

§. 2. Wenn demnach von einem Zeichen, als Zeichen, die Rede ist, so muß mit dem Material des Zeichens das Formal verknüpffet werden.

Erklärung.

Signa derivativa & primitiva quid.

§. 3. Zeichen, welche aus andern Zeichen, als Zeichen, zusammengesetzet, werden zusammengesetzte Zeichen genennet, und welche nicht aus Zeichen, als Zeichen, zusammengesetzet, heissen einfache Zeichen.

Zusatz.

§. 4. Diese Begriffe geben es uns zu erkennen, daß einfache Zeichen aus verschiedenen andern Zeichen können zusammengesetzet werden, wenn nur diese in der Verknüpffung nicht als Zeichen anzusehen, oder das Formal, welches mit ihnen ist verknüpfft gewesen, verlieret.

Lehr-Sätze.

Lemmata, quae de significationum constitutione ex Logica sumuntur.

§. 5. Wer seine Gedancken durch geschickte Zeichen ausdrücken will, der muß.

1. Mit den ersten Merckmahlen einer Sache einfache Zeichen verknüpffen, und zwar also, daß Merckmahle, welche in sich unterschieden, durch verschiedene Zeichen ausgedrücket werden.

2. Diese durch Hülffe anderer Zeichen also mit einander verbinden, daß wir dadurch die Art und Weise, wie Merckmahle in der gegebenen Sache verknüpffet sind, erkennen können.

3. Sollten diese zusammengesetzte Zeichen zu weitläuftig werden, so muß man solche wiederum durch einfache ausdrücken. Und alsdann

4. Diese einfache Zeichen durch Hülffe anderer in einer solchen Ordnung verbinden, in welcher die Merckmahle der Sachen, welche dadurch bezeichnet worden, verknüpffet sind.

An-

Anmerckung.

§. 6. Siehe hievon meine Introductionem in Artem inveniendi. Part. 1. Sect. 1. Cap 1. Tit. 1. §. 10. ff.

Zuſatz.

§. 7. Bey einer jeden Gröſſe können wir die Art der Dinge, in welcher ſie zu finden, und die Anzahl der Einheiten, woraus ſie beſtehet, unterſcheiden (§. 3. 5. Vor. und §. 19. A. M.). Da nun die Einheiten diejenigen Merckmahle ſind, welche wir in einer Gröſſe zuerſt annehmen (§. 5. Vor.); ſo folget ohne Umſchweiffe, daß wir drey Arten von Zeichen ſetzen müſſen, wenn wir eine vorkommende Gröſſe geſchickt durch Zeichen ausdrücken wollen. Nemlich ein Zeichen von der Art der Dinge, welcher dieſer Gröſſe beygeleget wird: ein Zeichen der Einheit: ein Zeichen, welches die Verbindung der Einheiten, oder ihre Vielheit anzeiget.

Erklärung.

§. 8. Die Zeichen, wodurch die Einheiten in einer Gröſſe ausgedrücket werden, nennet man Zahlen oder auch die Zehler, und zwar ungenannte, wenn nur überhaupt von Gröſſen geredet wird: genannte, wenn die Rede von Gröſſen einer beſtimmten Art. Numerus, numerator, numerus numeranis, & numerus numeratus quid.

Erklärung.

§. 9. Die Zeichen, wodurch die Arten der Dinge, welchen man die Gröſſen beyleget, ausgedrücket werden, heiſſen die Nahmen der Gröſſen, oder auch die Nenner. Denominator quid.

1. Zuſatz.

§. 10. Wenn man demnach eine Gröſſe von einer gewiſſen Art durch Zeichen ausdrücken will, ſo muß man ſo wohl den Zehler als auch den Nenner ſetzen (§. 7-9.).

2. Zuſatz.

§. 11. Es folget ferner hieraus, daß man

keine Grössen, deren Nenner unterschieden mit einander vergleichen könne, wenn solche nicht zuvor unter einerley Benennung sind gebracht worden (§. 19. A. M. und §. 9.).

1. Willkührlicher Satz.

Signa quantitatum determinantus.

§. 12. Das Zeichen der Einheit ist dieses 1. Das Zeichen, wodurch die Einheiten verbunden werden, um ihre Vielheit auszudrücken sey das Zeichen der Addition +. Man kan auch diese Verbindung der Einheiten dadurch ausdrücken, daß man die Zeichen der Einheiten neben einander setzet. Wenn wir die Grössen benennen wollen, so erfordert entweder die Absicht, daß wir die Arten, von welchen die Grössen sind, genau bestimmen, oder es ist genug, wenn wir überhaupt anzeigen, welches Grössen von einerley Art. Ist das erste, so gebrauche man die gewöhnlichen Nahmen der Dinge; ist das andere, so benenne man die Grössen, wenn sie von einer bekandten Art, mit den ersten Buchstaben des Alphabets *a*, *b*, *c*, *d*, und so weiter, und wenn sie von einer unbekandten Art, mit den letzten, *x*, *y*, *z*.

2. Willkührlicher Satz.

$(1+1+1)=3n$ §. 13. Wenn viele Zeichen zusammengenommen eine Grösse andeuten sollen, so werden die Zeichen in eine *Parenthesin* ( ) eingeschlossen.

Zusatz.

§. 14. Aus dieser Theorie folget

1) Daß ungenannte Grössen auf folgende Art zu bezeichnen

1	Eins	1
1+1	Zwey	1 1
1+1+1	Drey	1 1 1
1+1+1+1	Vier	1 1 1 1
1+1+1+1+1	Fünf	1 1 1 1 1
1+1+1+1+1+1	Sechs	1 1 1 1 1 1 u. s. w.

2) Da

2) Daß genannte Gröſſen, wenn ihre Art genau zu beſtimmen, z. E. drey Thaler und zwey Groſchen weniger vier Pfennig, durch folgende Zeichen ausgedrucken:
(1 + 1 + 1) Thaler + (1 + 1) Groſchen —— (1+1+1+1) Pfennig (§. 61. 97. A. M.).

3) Daß die angegebenen Regeln völlig beobachtet werden, wenn man dieſe Gröſſen, woferne die Abſicht nicht erfodert, ihre Arten genau zu beſtimmen, auf folgende Art ausgedrücket.
(1+1+1) a + (1+1) b — (1+1+1+1) c (§. 5. reg. 1.).

Lehr-Satz.

§. 15. Sollen die Zeichen, womit wir die Gröſſen, als Gröſſen, ausgedrücket, vollkommener werden, ſo müſſen wir entweder dem Ort, in welchem die Zahl ſteht, eine Bedeutung von einer gewiſſen Anzahl der Einheiten geben; oder wir müſſen eine gewiſſe Anzahl der Zahlvariten durch einfache Zeichen ausdrücken; oder wir müſſen beydes zugleich beobachten. Et qua ratione perfectiora exprimere poſſunt, docetur.

Beweiß.

Sollte eine Gröſſe aus ſehr vielen Einheiten zuſammengeſetzet ſeyn, und wir wollten ſolche auf zuvorbeſchriebene Art ausdrücken, ſo würden die Ausdrücke aus der Urſache unvollkommen ſeyn, weil ſie zu weitläuftig (§. 13. Part. 1. Log.). Es müſſen demnach dieſe Zeichen der Gröſſen kürtzer gemacht werden, wenn ſie ihre gehörige Vollkommenheit erhalten ſollen. Und alſo wird nöthig ſeyn, daß wir entweder mit dem Zeichen der Verbindung, oder mit dem Zeichen der Einheit, oder auch mit beyden zugleich eine Aenderung vornehmen. Will man das erſte bewerckſtelligen, ſo ſetzet man entweder andere Zeichen der Verbindung, oder man giebt

giebt dem Ort, in welchem die Zahl geschrieben wi
eine Bedeutung von einer gewissen Anzahl der E
heiten (§. 5.). Es ist klar, daß das erste ohne N
tzen; Es ist demnach nöthig, daß wir hier den a
dern Weg erwehlen. Will man (das zweyte
brauchen, um diese Zeichen der Grössen kürtzer
machen, so wird man gleichfals ohne Nutzen ein a
der Zeichen der Einheit setzen. Folglich bleibt a
in diesem Fall kein ander Mittel die Zeichen zu v
kürtzen übrig, als daß man eine gewisse Anzahl d
Einheiten durch einfache Zeichen ausdrücket (§. 9
Erwehlet man demnach den letzten Weg, die Z
chen der Grössen zu verkürtzen; so muß man einma
dem Ort, in welchem das Zeichen gesetzet, von
ner gewissen Anzahl der Einheiten eine Bede
tung geben, und alsdenn eine gewisse Anza
der Einheiten durch einfache Zeichen ausdrücke
W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 16. Will man dadurch die Zeichen der Gr
sen verkürtzen, daß man dem Ort, in welchem
Zahl gesetzet, eine Bedeutung von einer gewiss
Anzahl der Einheiten giebet, so kan die Bede
tung der Zeichen in folgender Ordnung begrif
werden.

1 im ersten Ort bedeutet eins
1 im andern Ort bedeutet zwey
folglich bedeutet
1 im ersten und im andern Ort drey
1 im dritten Ort vier
1 im dritten und im ersten Ort fünf
1 im dritten und im andern Ort sechs
1 im dritten, andern und ersten Ort sieben. u. s. f.

Willkührlicher Satz.

§. 17. Aus dieser Art die Grössen zu bezeic
nen folget unmittelbar, daß man ein Zeich
setze

sen müsse, woraus es zu erkennen, daß man einem Orte eine Bedeutung beylegen soll. Zu dieser Absicht ist folgendes Zeichen (0) gesetzet worden.

2. Zusatz.

§. 18. Will man diese Regeln beobachten, so können die Gröſſen in folgender Ordnung bezeichnet werden.

1	= Eins	1001	= 9
10	= Zwey	1010	= 10
11	= Drey	1011	= 11
100	= Vier	1100	= 12
101	= Fünf	1101	= 13
110	= Sechs	1110	= 14
111	= Sieben	1111	= 15
1000	= Acht.	10000	= 16
		100000	= 32
		1000000	= 64

und so weiter.

Anmerckung.

§. 19. Ich bin durch eine natürliche Art zu dencken, auf den Calculum Dyadicum gefallen, dessen sich die Sineser schon vor langer Zeit bedienet, und welcher durch den Herrn von Leibniz wieder auf die Bahn gebracht worden. Wovon mehrern zu lesen in der Historie de l'Acad. Royale des Sciences 1703. p. 76. und in den Miscell. Berol. 1710. p. 336. Siehe auch unsers berühmten Herrn Kirchen-Rath Wiedeburg Dissertation, welche 1718. von diesem Calculo hier in Jena ist gehalten worden.

3. Zusatz.

§. 20. Will man ferner die Zeichen der Gröſsen dadurch verkürtzen, daß man eine gewisse Anzahl der Einheiten durch einfache Zeichen ausdrücket; so wird man das wesentliche von der Art beobachten, deren sich die Römer bedienet, zumahl diese, wenn sie im Zehlen bis auf fünff gekommen, einfache Zeichen gesetzet, und auf diese Art die Gröſsen bezeichnet:

I = Eins	IIII = Vier
II = Zwey	V = Fünf
III = Drey	VI = Sechs

VII = Sieben
VIII = Acht
VIIII = Neun
X = Zehen
XI = Eilfe, u. s. w.
XV = Funfzehn
XX = Zwey Zehen od. Zwanzig.
L = Fünf Zehen od. Funfzig.
LX = Sechs zehen od. Sechzig u. s. w.
C = Zehen Zehen Hundert.
CC = Zwey hundert
CCC = Drey hundert und so weiter.
D = Fünf hundert
DC = Sechs hundert
DCC = Sieben hunde
DCCC = Acht hundert
M = Zehen hundert od. Tausend, un so weiter.

4. Zusatz.

§. 21. Will man endlich den letzten Weg, we von §. 15, erwählen, die Zeichen der Grössen kür zer, und also vollkommener zu machen; so werde auch hieraus verschiedene Arten, die Grössen zu be zeichnen, entstehen können, nachdem nemlich der Ort in welchem die Zahl gesetzet, viele oder wenige Ein heiten ausdrücken soll, welches durch die Anzahl der einfachen Zeichen, mit welchen die Bedeutung von einer gewissen Anzahl der Einheiten verknüpffet, zu bestimmen.

Willkührlicher Satz.

§. 22. Man nehme Indianische Buchstaben als einfache Zeichen von einer gewissen Anzahl der Einheiten, in folgender Ordnung.

1 = 1.
2 = 1 + 1.
3 = 2 + 1 = 1 + 1 + 1.
4 = 2 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1.
5 = 4 + 1 = 3 + 2 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1.
6 = 3 + 3 = 4 + 2 = 5 + 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.
7 = 6 + 1 = 5 + 2 = 4 + 3 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1.

8 = 7

8=7+1=6+2=5+3=4+4=1+1
+1+1+1+1+1+1.
9=8+1=7+2=6+3=5+4=1+1
+1+1+1+1+1+1+1.

Anmerckung.

§. 23. Ich bin durch das Anſehen Wallisii bewogen worden, dieſe einfachen Zeichen Indianiſche Buchſtaben zu nennen, ſiehe deſſen Treatiſe of Algebra, of numeral Figures.

1. Zuſatz.

§. 24. Erwählet man aus dieſen Zeichen die drey erſten, ſo können die Gröſſen in folgender Ordnung bezeichet werden.

1=Ein
2=Zwey
3=Drey
10=Vier
11=Vier und Eins oder Fünff
12=Vier und Zwey oder Sechs
13=Vier und drey oder Sieben
20=Zwey Vier oder Acht
21=Acht und ein oder Neun
22=Acht und zwey oder Zehen
23=Acht und drey oder Eilff
30=Drey vier oder Zwölff
31=Zwölff und ein oder Dreyzehen
32=Zwölff und zwey oder Vierzehen
33=Zwölff und drey oder Funfzehen
100=Sechszehen, und ſo weiter.

Anmerckung.

§. 25. Und alſo bin ich gleichfals in einer natürlichen Ordnung zu dencken auf den Computum quaternarium gefallen, welchen Weigelius in ſeinem Tetractys Tetracty Pythagoreae reſpondens angegeben und beſchrieben.

2. Zuſatz.

§. 26. Will man endlich alle neun Indianiſche Buchſtaben als einfache Zeichen von einer gewiſſen Anzahl

Anzahl der Einheiten beybehalten, so kan man die Grössen, in so weit sie als Grössen betrachtet werden, in folgender Ordnung ausdrücken.

1	11	21	31	41	51	61	71	81	91	
2	12	22	32	42	52	62	72	82	92	
3	13	23	33	43	53	63	73	83	93	
4	14	24	34	44	54	64	74	84	94	
5	15	25	35	45	55	65	75	85	95	
6	16	26	36	46	56	66	76	86	96	
7	17	27	37	47	57	67	77	87	97	
8	18	28	38	48	58	68	78	88	98	
9	19	29	39	49	59	69	79	89	99	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	u. s. w.

Anmerckung.

§. 27. Dieser zehnfache Wachsthum der Zahle 1, welcher der Compurus decadicus genennet wird, ist nunmehro durch allgemeinen Gebrauch in den meisten Orten der Welt fast zu einer Nothwendigkeit geworden, und daher würde es nicht nur viele Verwirrung verursachen, sondern auch ohne Nutzen seyn, wenn wir solchen verwerffen und einen andern erwehlen wollten. Siehe Wallisium in Op. Math. Vol. 1. de Math. Vniu. c. 4. Ja ich begreiffe nicht, wie man darin eine Stärcke des Verstandes finden könne, wenn dieser oder jener eine neue Art zu zehlen erfunden. Verstehet man die Gesetze, nach welchen die Zeichen der Grössen geordnet werden, so wird man ohne vieles Nachsinnen begreiffen, wie es möglich sey, daß man bis zwölffe, oder auch, wie Harsdörffer angegeben, mit unsern Buchstaben bis 24. zehlen könne. Doch will ich im folgenden, um zu beweisen, daß die Regeln zu rechnen allgemein, solche mit verschiedenen Arten die Grössen zu bezeichnen erläutern.

Willkührlicher Satz.

§. 28. Damit man in dem zehnfachen Wachsthum der Zahlen desto leichter begreiffen könne, wie viele Einheiten durch einen jeden Ort auszudrücken, so gebe man einem jeden Orte seine besondere Benennung. Damit aber auch diese Be-

Benennungen nicht zu weitläuftig, und alſo unvollkommen (§. 5.), ſo gebe man wiederum denen Oertern zuſammengenommen einen gemeinſchafftlichen Nahmen, und alsdenn können in jeder Claſſe die erſten, anderen und dritten Oerter einerley Nahmen behalten. Folgende Tafel wird dieſe Benennungen am deutlichſten darſtellen.

Erſte Claſſe.

Oerter	Nahmen der Oerter	Gemeinſchafftlicher Nahme
1	Einer	
2	Zehner	Einfache
3	Hunderte	

Zweyte Claſſe.

Oerter	Nahmen der Oerter	Gemeinſchafftlicher Nahme
1	Einer	
2	Zehner	Tauſend
3	Hunderte	

Dritte Claſſe.

Oerter	Nahmen der Oerter	Gemeinſchafftlicher Nahme
1	Einer	
2	Zehner	Millionen
3	Hunderte	

Vierte Claſſe.

Oerter	Nahmen der Oerter	Gemeinſchafftlicher Nahme
1	Einer	
2	Zehner	Tauſend Millionen
3	Hunderte	

Fünffte Classe.

Oerter	Nahmen der Oerter	Gemeinschafftliche Nahme
1	Einer	
2	Zehner	Billionen
3	Hunderte	

Sechste Classe.

Oerter	Nahmen der Oerter	Gemeinschafftliche Nahme
1	Einer	
2	Zehner	Tausend Billionen
3	Hunderte	

und so weiter Trillion, tausend Trillion, Quadrillion, tausend Quadrillion, und so weiter.

Aufgabe.

§. 29. Eine in dem zehnfachen Werthe geschriebene Zahl auszusprechen, oder von einem jedem einfachen Zeichen diejenige Bedeutung zu bestimmen, welche ihm vermöge des Orts, welchem es ist gesetzet worden, beyzulegen.

Auflösung.

1) Theilet die geschriebene Zahl von der Rechten gegen die Lincke in Classen, also daß in einer jeden Classe drey Oerter zu unterscheiden.

2) Eine jede Classe sondert von der andern als durch ein Strichlein, welches unten vor dem ersten Ort der folgenden Classe zu setzen.

3) Ueber den ersten Ort in der dritten Classe schreibet ein Strichlein, über den ersten Ort der fünfften Classe zwey Strichlein, über den ersten Ort der siebenden Classe drey Strichlein, und weiter.

4) Ein Strichlein, welches oben stehet, zeiget an, daß in der Classe Millionen, zwey solche Strichlein

lein, daß in der Claſſe Billionen, drey, daß daſelbſt Trillionen, und ſo weiter.

5) Wenn in der Claſſe unten allein ein Strichlein ſteht, ſo gebet dieſem die Bedeutung von Tauſend, ſo werdet ihr die in dem zehnfachen Wachsthum geſchriebene Zahl völlig ausſprechen können (§. 27.).

Anmerckung.

§. 30. Sollt ihr z. E. folgende Zahl ausſprechen, welche ſchon nach obigen Regeln iſt eingetheilet worden.

$$2,'' 453,' 078,'' 350,' 007,'' 321,' 852$$

ſo ſagt: zwey Trillionen, vierhundert und drey und funfzig tauſend acht und ſiebenzig Billionen, dreyhundert und funffzig tauſend und ſieben Millionen, dreyhundert und ein und zwanzig tauſend achthundert und zwey und funfzig.

Das 2. Capitel.

Von den allgemeinen Eigenſchafften der Erfindung der Gröſſen durch das Calculiren.

Erklärung.

§. 31.

Gleichgültige Zeichen werden genennet, mit welchen einerley Gedancken ſind verknüpffet worden. Da nun dieſe Gedancken entweder vollkommen, oder nur in einer gewiſſen Beſtimmung einerley; ſo ſind gleichgültige Zeichen, entweder vollkommen, oder nur in einer gewiſſen Beſtimmung gleichgültig.

Signa quipollentia eaque vel ſimpliciter vel ſecundum quid talia.

1. Zuſatz.

§. 32. Es können demnach gleichgültige Zeichen in Abſehn auf ihr Material unterſchieden ſeyn (§. 31. und §. 1.).

2. Zuſatz.

§. 33. Gleichgültige Zeichen können in Bet
tung ihres Formals für einander ſubſtituiret
den, und zwar völlig, wenn ſie vollkommen g
gültig: nicht völlig, wenn ſie nur in einer gen
Beſtimmung gleichgültige Zeichen ſind (§. 1. 31
§. 1. A. M.).

3. Zuſatz.

Ratione quantitatis nominatae et innominatae.

§. 34. Das Formal des Zeichens einer ungen
ten Gröſſe iſt die Einheit oder die Vielheit der
heiten: und das Formal des Zeichens einer gen
ten Gröſſe iſt ſo wohl die Einheit oder die Viel
der Einheiten, als auch die Art der Dinge,
chen die gegebene Gröſſe beyzulegen (§. 7. 8. 9.
Alſo ſind die Zeichen der ungenannten Gröſſen gl
gültig, in ſo weit ſie einerley Vielheit der Ein
ten ausdrücken: und die Zeichen der genann
Gröſſen ſind gleichgültige Zeichen, in ſo weit mi
nen einerley Vielheit der Einheiten von Dingen ei
ley Art ſind verknüpffet wor[redacted]1. 32.).

Anmerckung.

§. 35. Z. E. 3 + 2 und 5 ſind vollkommen gleichgül
Zeichen ungenannter Gröſſen. 5 und 3 ſind in einer ge
ſen Beſtimmung gleichgültige Zeichen ungenannter G
ſen. Ferner 3a + 2a und 5a ſind vollkommen gl
gültige Zeichen genannter Gröſſen. 5a und 3a ſind in
ner gewiſſen Beſtimmung gleichgültige Zeichen genann
Gröſſen.

4. Zuſatz.

§. 36. Hieraus folget, daß gleichgültige Zeich
ungenannter Gröſſen in Anſehung der Vielheit
Einheiten, und gleichgültige Zeichen genann
Gröſſen ſo wohl in Anſehung der Vielheit der E
heiten, als auch in Anſehung der Art der Dinge, w
cher dieſe Einheiten beygeleget werden, in ſo weit,
ſie gleichgültig, für einander zu ſubſtituiren (§. 3
34.).

Lehr-Satz.

§. 37. Zwey verſchiedene Zeichen, welche gleiche Gröſſen ausdrücken, ſind vollkommen gleichgültig. Und zwey verſchiedene Zeichen, welche ungleiche Gröſſen ausdrücken, ſind in Anſehung eines gewiſſen Theils gleichgültige Zeichen.

Beweiß.

Werden durch verſchiedene Zeichen gleiche Gröſſen ausgedrücket, ſo iſt mit ihnen einerley Anzahl Einheiten verknüpffet (§. 5. 7. A. M.), und wenn durch verſchiedene Zeichen ungleiche Gröſſen ausgedrücket werden, ſo iſt ein Theil in der Anzahl der Einheiten in der gröſten einerley mit der Anzahl der Einheiten, welche die kleinſte Gröſſe machen (§. 4. 11. A. M.). Folglich ſind im erſten Falle verſchiedene Zeichen der Gröſſen vollkommen, und im andern Falle in Anſehung eines gewiſſen Theils gleichgültige Zeichen (§. 34.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 38. Und alſo können verſchiedene Zeichen, welche gleiche Gröſſen ausdrücken, völlig, und welche ungleiche Gröſſen ausdrücken, in Anſehung eines gewiſſen Theils für einander ſubſtituiret werden (§. 36.).

Anmerckung.

§. 39. Folgende Schlüſſe können dieſe Sätze erläutern:

$3+2+5 > 2+5$
$2+5 = 7$
Folglich $3+2+5 > 7$
oder
$3+2+5 > 4$
$2+5 = 7$
Folglich $3+7 > 4$
$3+7 = 10$
Folglich $10 > 4$

Erklärung.

Quantitas abſoluta, poſitiva et negativa quid.

§. 40. Wenn wir in ein... vo kommendem F von einer gewiſſen Gröſſe reden, ſo betrachten wir che entweder als eine Gröſſe, welche würcklich vorh den iſt, oder als eine ſolche, welche fehlet, oder betrachten die Gröſſe für ſich, ohne auf dieſe Beſti mungen zu ſehen. Iſt das erſte, ſo wird die Grö eine poſitive Gröſſe, iſt das andere, eine negati Gröſſe, und iſt das letzte, eine abſolute Gröſſe nennet.

Zuſatz.

§. 41. Alſo iſt + a eine poſitive Gröſſe, — eine negative Gröſſe, und a eine abſolute Grö (§. 61. 90. A. M.).

Lehr-Satz.

Quantitas negativa poſitivam ſibi aequalem deſtruit.

§. 42. Werden Zeichen von einer poſitiven u negativen Gröſſe, welche, für ſich betracht einander gleich ſind, mit einander verknüpffet, ſo die Bedeutung von dieſen zuſammengeſetzten Z chen nichts.

Beweiß.

Der Satz des Wiederſpruchs beſtätiget vollkom men, daß nichts übrig bleibet, wenn man dasjeni wegnimmt, was zuvor iſt geſetzet worden. Nun ab wird dasjenige wieder weggenommen, was zuvor geſetzet worden, wenn man Zeichen einer poſitiven u negativen Gröſſe, welche für ſich betrachtet einand gleich, zuſammen ſetzet (§. 40.). Folglich muß d Bedeutung eines ſolchen zuſammengeſetzten Zeiche (§. 3.) nichts ſeyn. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 43. Wenn demnach die poſitive Gröſſe, f ſich betrachtet, gröſſer als die negative, deren Z chen zuſammengeſetzet worden, ſo muß das gleic gültige Zeichen von dieſem zuſammengeſetzten ei

poſ

poſitive Gröſſe ausdrücken. Und wenn die poſitive Seite kleiner als die negative, deren Zeichen zuſammengeſetzet worden, ſo iſt das gleichgültige Zeichen von dem zuſammengeſetztem ein Zeichen einer negativen Gröſſe (§. 42. 37. und §. 11. A. M.).

Anmerckung.

§ 44. Z. E. $a - a = 0$, $a - a = a, a - 2a = -a$.

Lehr-Satz.

§ 45. Wenn wir durch die Subſtitution gleichgültiger Zeichen etwas erfinden wollen, ſo ſuchen wir entweder Zeichen, welche gewiſſe Merckmahle einer Sache ausdrücken: oder wir ſuchen einfache Zeichen, welche dasjenige zuſammengenommen ausdrücken, deſſen Merckmahle und deren Verknüpffung durch ein zuſammengeſetztes Zeichen iſt ausgedrücket worden: oder wir ſuchen ein zuſammengeſetztes Zeichen, deſſen Theile die Merckmahle und deren Verknüpffung derjenigen Sache ausdrücken, welche durch ein einfaches Zeichen ausgedrücket worden; oder wir ſuchen durch Hülffe der Verbindung, verſchiedene Zeichen andere Verbindungen, um dadurch die Eigenſchafften der Dinge zu beſtimmen. Lemmata, quae inueſtigationem veritatum per ſignorum ſubſtitutionem explicant.

Anmerckung.

S. §. 46. Das erſte beſtätiget die Lehre von der Abſtraction der Begriffe durch Hülffe der Zeichen, und von der allgemeinen Beſtimmung. Siehe Artem meam inueniendi P. I. §. 119. ff. Das zweyte, die Lehre von Erfindung des Definiti, wenn die Definition gegeben. Siehe l. c. P. I. §. 127. Das dritte, die Lehre von Erfindung der Definition, wenn das Definitum gegeben. Siehe l. c. P. I. §. 92. ff. Das vierte, die Lehre von den unmittelbaren Folgen und nächſten Schlüſſen. Siehe l. c. P. I. §. 189. ff.

1. Zuſatz.

§. 47. Wenn wir dieſes durch die Beſchaffenheit der Zeichen der Gröſſen (§. 34. 35.) genauer be- Quae ad inueſtigatio-

nom quantitatum adplicantur.

bestimmen, so wird es die Wahrheit von folgend Sätzen hinreichend bestätigen.

1.) Soll man durch Zeichen ausgedrückte Grö addiren, so muß man ein ander Zeichen suchen, we ches die gegebenen Grössen zusammengenommen au drücket (§. 59. A. M.).

2. Zusatz.

§. 48. 2.) Soll man durch Zeichen ausgedrück Grössen in einander multipliciren, so muß man ei ander Zeichen suchen, welches das Multiplicandu so vielmahl ausdrücket, als der Multiplicator ein in sich fasset (§. 73. A. M.).

3. Zusatz.

§. 49. 3.) Soll man durch Zeichen ausgedrück Grössen von einander subtrahiren, so muß man ei Zeichen suchen, welches denjenigen Theil in der g gebenen Grösse ausdrücket, der entstehet, wenn m die subtrahirende Grösse von jener weggenomm (§. 85. A. M.).

4. Zusatz.

§. 50. 4.) Soll man endlich durch Zeichen au gedrückte Grössen durch einander messen oder divi diren, so muß man ein Zeichen suchen, welches so viel mahl eins ausdrücket, wie vielmahl das Maaß in de Grösse, welche soll gemessen werden, enthalten i (§. 102. A. M.).

Anmerckung.

§. 51. Es würde zu weitläufftig, und also der Absich dieser Schrifft zuwieder seyn, wenn ich die Gesetze, welch die Vernunfft-Lehre von Erfindung der Dinge durch Hülff der Zeichen erkläret, durch die Eigenschafften der Grösse weiter bestimmen wollte. Indessen werde ich doch bey ei ner bequemen Gelegenheit einige besondere Eigenschafften anmercken.

Der 2. Abschnitt.

Von Erfindung der Grössen für sich betrachtet, durch das Calculiren.

Das 1. Capitel.

Von den vier Rechnungs-Arten.

Aufgabe.

§. 52.

Ungenannte Grössen durch Hülffe der Zeichen zu addiren. Additio numerorum numerantium per calculum.

Auflösung.

Erster Fall. Wenn die Zeichen der Grössen nur dadurch sind verkürtzet worden, daß man eine gewisse Anzahl der Einheiten durch einfache Zeichen ausgedrücket, ohne dem Ort eine Bedeutung von einer gewissen Anzahl der Einheiten zu geben (§. 20.).

1) Zehlet die Einheiten der gegebenen Grössen so lange zusammen, bis ihr eine solche Anzahl bekommet, welche ihr durch ein gesetztes einfaches Zeichen ausdrücken könnet.

2) Diese einfache Zeichen setzet in einer solchen Ordnung von der Rechten an gegen die Lincke bey einander, daß diejenigen Zeichen, welche die wenigsten Einheiten ausdrücken, zu erst zu stehen kommen; so habt ihr die verlangte Summe durch Zeichen ausgedrücket. (Diese Auflösung lehret der §. 20. und 47. wenn diese mit dem §. 67. A. M. sind verknüpffet worden.).

Anmerckung.

Z. E. Wenn ihr folgende Zahlen addiren sollet,

X V I I I
V I I
L I I I

so ist die Summe L X X V I I I

Zweyter Fall. Wenn man die Zeichen der Grössen dadurch verkürtzet, daß man dem Ort, in welchem das Zeichen stehet, eine Bedeutung von einer gewissen Anzahl der Einheiten giebet (§. 16. 21.).

1) Schreibet die gegebenen Zeichen der Grössen also unter einander, daß die Oerter, welche einerley Bedeutung haben, unter einander zu stehen kommen.

2) Unter diese geschriebene Zeichen ziehet eine gerade Linie, um die Verwirrung zu vermeiden.

3) Zehlet von der Rechten gegen die Lincke die Einheiten, welche in einem Orte stehen, zusammen, und wenn ihr eine Anzahl findet, welche nicht durch ein einfaches Zeichen, sondern durch folgenden Ort auszudrücken, so vermehret die Zahlen in folgendem Orte um eins, welches mit einem Punct anzumercken.

4) Findet ihr abermal in dem ersten Orte eine solche Anzahl der Einheiten, so vermehret den folgenden Ort wiederum um eins, und so weiter.

5) Bleibet endlich in dem ersten Orte eine Anzahl von Einheiten übrig, welche ihr durch ein gegebenes einfaches Zeichen ausdrücken könnet, so setzet dieses Zeichen in diesem Orte unter der Linie. Bleibet aber nichts übrig, so setzet unter der Linie in diesem Orte das Zeichen, welches dem Ort eine Bedeutung giebt (§. 17.).

6) Wenn ihr diese Arbeit durch alle Oerter fortsetzet, so werdet ihr das Zeichen der verlangten Summe finden. (Die Wahrheit dieser Auflösung fol-

ſiget aus dem §. 16. 17. 18. 22. ſſ. nachdem dieſe mit dem §. 67. A. M. ſind verknüpffet worden.

1. Anmerckung.

§ 53. Ihr ſollt z. E. in dem Calculo Dyadico (§. 19.) folgende Gröſſen addiren: 1. 10. 101. 111. ſo ſchreibet:

	1	= 1
	1 0	= 2
	1 0 1	= 5
	1 1 1	= 7
	1 1 1 1	= (§. 18.)

ſo iſt das Zeichen der Summe

2. Anmerckung.

§. 54. Sollt ihr in dem Computo quaternario folgende Gröſſen addiren: 300. 32. 1033. ſo ſchreibet:

		3	2	
	3	0	0	
1.	0.	3.	3	
2	0	3	1	(§. 24.)

So iſt das Zeichen der Summe

3. Anmerckung.

§. 55. Sollt ihr endlich in dem Computo decadico folgende Gröſſen addiren, 43250. 67325. 6352. ſo ſchreibet:

	4	3	2	5	0
	6	7	3	2	5
		6	3	5	2
1	1	6	9	2	7 (§. 26.)

So iſt das Zeichen der Summe

Aufgabe.

§. 56. Genannte Gröſſen durch Hülffe der Zeichen zu addiren. Additio numerorum numeratorum per calculum.

Auflöſung.

1) Schreibet die Gröſſen, welche einerley Nahmen haben, unter einander, und verrichtet alsdenn mit einer jeden Art die Addition wie zuvor.

2) Findet ihr in der kleinſten Art einige Gröſſen von der gröſten Art, ſo addiret jene zu dieſer, und

was

was übrig bleibet, ſetzet in den Ort der kleinſten Art, ſo werdet ihr die verlangte Summe finden (§. 11. und 67. A. M.).

1. Anmerckung.

§. 57. Ich will dieſe Auflöſung nur mit dem zehnfachen Wachsthum der Zahlen erläutern, weil ich die übrigen in der Mathematik nicht gebrauchen werde (§. 27.). Man ſollt demnach zu 16 Thaler 15 gr. und 9 pf. addiren 27 Thaler 16 gr. und 10 pf. ſo ſchreibet:

16. Th.	15. gr.	9 pf.	
27. Th.	16. gr.	10 pf.	
So iſt das Zeichen der verlangten Summe	44 Th.	1 gr.	7 pf.

Von den Eintheilungen der Dinge, welche im gemeinen Leben gebräuchlich, kan geleſen werden Bernard de menſuris et ponderibus. Eiſenſchmid in diſquiſitione nova de ponderibus et menſuris. Joh. Georg Schoabs Europäiſche Gewichts-Vergleichungen.

2. Anmerckung.

§. 58. Wenn ihr ferner zu 15 Thl. und 6 gr. weniger 4 pf. addiren ſollt 14 Thl. weniger 18 gr. und 3 pf. ſo ſchreibet:

	15 Thl.	+ 6 gl.	— 4 pf.	
	14 Thl.	— 18 gl.	+ 3 pf.	(§. 14.)
So wird das Zeichen der Summe	29 Thl.	— 12 gl.	— 1 pf.	(§. 43.)

3. Anmerckung.

§. 59. Hieraus iſt völlig zu begreiffen, wie genannte Gröſſen, deren Nahmen allgemein, durch Hülffe der Zeichen zu addiren. Z. E.

3a	+ 4b	— 6c	+ 3m	— 4y
2a	— 2b	+ 4c	— 7m	— 3y
5a	+ 2b	— 2c	— 4m	— 7y

Aufgabe.

Subtractio numerorum numerantium per calculum.

§. 60. Ungenannte Gröſſen durch Hülffe der Zeichen von einander zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

Erſter Fall. Wenn die Zeichen der Gröſſen nur dadurch ſind verkürtzet worden, daß man eine gewiſſe An-

Anzahl der Einheiten durch einfache Zeichen ausgedrücket, ohne dem Ort eine gewisse Bedeutung von einer gewissen Anzahl der Einheiten zu geben.

1) So viele Einheiten, als in der Grösse, welche ihr von der andern subtrahiren sollt, enthalten, nehmet von dieser Grösse weg.

2) Die Einheiten, welche übrig bleiben, zehlet zusammen, bis ihr eine solche Anzahl bekommet, welche durch ein gesetztes einfaches Zeichen auszudrücken.

3) Diese einfache Zeichen setzet in einer solchen Ordnung von der Rechten an gegen die Lincke bey einander, daß diejenige Zeichen, welche die wenigsten Einheiten ausdrücken, zu erst zu stehen kommen, so habt ihr die verlangte Differentz durch Zeichen ausgedrücket. (Wenn der §. 20. mit dem §. 96. A. M. ist verknüpfet worden, so wird die Wahrheit dieser Auflösung unmittelbar folgen).

Anmerckung.

Z. E. Wenn ihr XVII von XXIII subtrahiren sollt, so ist das Zeichen der Differentz VI.

Zweyter Fall. Wenn die Zeichen der Grössen dadurch sind verkürtzet worden, daß man dem Ort, in welchem das Zeichen stehet, eine Bedeutung von einer gewissen Anzahl der Einheiten gegeben.

1) Schreibet die Zeichen der Grösse, welche ihr subtrahiren sollt, also unter die Zeichen der Grösse, von welcher ihr subtrahiren wollt, daß die, Oerter, welche einerley Bedeutung haben, unter einander zu stehen kommen.

2) Unter diese geschriebene Zeichen ziehet eine gerade Linie, um die Verwirrung zu vermeiden. Und von der Rechten gegen die Lincke subtrahiret nach und nach diejenigen Zahlen von einander, welche in einem Orte stehen.

3) Wenn das Zeichen in der untern Reihe nicht mehrere Einheiten ausdrücket, als durch das darüber

stehende Zeichen in der obern Reihe ausgedrücket werden: so nehmet von dieser Anzahl der Einheiten so viele Einheiten hinweg, als das Zeichen in der untern Reihe ausdrücket, und das Zeichen von dem, was übrig bleibet, setzet in dem Orte unter die Linie.

4) Wenn aber durch das Zeichen in der untern Reihe mehrere Einheiten ausgedrücket werden, als das darüber stehende Zeichen in der obern Reihe ausdrücket: so nehmet aus dem nechstfolgenden Orte in der obern Reihe eins weg, und addiret solches zu der Zahl, von welcher die Subtraction geschehen sollte. Weil nun hierdurch verursachet wird, daß die Zahl in dem nechstfolgenden Ort um eins kleiner (welches mit einem Punct anzumercken), die gegebene Zahl aber, wovon die Subtraction geschehen sollte, um so viel grösser geworden, als eins im folgenden Ort bedeutet, so könnt ihr die Subtraction wie Reg. 3. verrichten.

5) Wenn endlich in dem nechstfolgenden Orte der obern Reihe o stehet, so gehet so weit fort gegen die Lincke, bis ihr eine Zahl antreffet. Von dieser nehmet eins weg, welches mit einem Punckte anzumercken. Von der Anzahl der Einheiten, welche eins in dem Ort ausdrücket, setzet so viel in einem jeden Ort, wo o stehet, als der Ort vermöge seiner Bedeutung fassen kan, so werdet ihr aus dem nechstfolgenden Orte eins übrig behalten. Diese Grösse addiret zu der Zahl, wovon die Subtraction geschehen sollte, so könnt ihr, wie Reg. 3. gewiesen worden, subtrahiren.

6) Wenn ihr mit dieser Arbeit durch alle Oerter fortfahret, so werdet ihr das Zeichen der verlangten Differentz finden (§. 18. 22. 24. 26. 49. und §. 96. A. M.).

1. Anmerckung.

§. 61. Wenn ihr z. E. in dem Calculo dyadico 11 | von 101 subtrahiren sollt, so schreibet:

1.01

1. 0 1
1 1

So ist das Zeichen der Differentz 1 0 (§. 18.).

2. Anmerckung.

§. 62. Sollt ihr in dem Computo quaternario 30122 von 132003 subtrahiren, so schreibet:

3 10
1 3 2. 0 0 3
3 0 1 2 2

So ist das Zeichen der Differentz 1 0 1 2 2 1 (§. 24.).

3. Anmerckung.

§. 63. Sollt ihr endlich in dem Computo decadico 403256 von 8390302 subtrahiren, so schreibet:

10 9 9 10 9 10
8. 3. 0 0 4. 0 2
4 0 3 2 5 6

So ist das Zeichen der Differentz 7 8 9 6 9 4 6 (§. 26.).

4. Anmerckung.

§. 64. Man muß es uns verwilligen, daß es in dem Computo decadico einerley, ob wir 6 von 8, oder 7 von 9 subtrahiren. Dieses ist der Grund von folgendem Vortheile in der Subtraction. Wenn nemlich die obere Zahl kleiner als die untere, so vermehret die folgende Zahl in der untern Reihe um eins, welches mit einem Punct zu mercken, so wird dadurch die Zahl, von welcher die Subtraction geschehen sollte, um 10 vermehret, welches gleichfals bey der Zahl mit einem Punct zu mercken. Und also ist nicht nöthig, daß ihr mit den Zahlen in der obern Reihe verschiedene Veränderungen vornehmet, wenn die untere Reihe von der obern völlig soll subtrahiret werden. Z. E.

4 3 0 0 5 0 6 7
2. 7. 0. 2. 6. 0 9 4
1 5 9 7 8 9 7 3

Auf-

Aufgabe.

Subtractio numerorum numeratorum per calculum.

§. 65. Genannte Grössen durch Hülffe d Zeichen von einander zu subtrahiren.

Auflösung.

1) Schreibet die Zeichen der Grössen, welc von einerley Art, wie zuvor unter einander (§. 91

2) Subtrahiret, wie zuvor gewiesen worden, d Grösse in der unteren Reihe von der in der obe Reihe, welche mit ihr von einerley Art.

3) Sollte die Grösse in der obern Reihe klein seyn, als die, welche von der Art in der unte Reihe, so nehmet in der obern Reihe von d nechst grösseren Art eins weg, (welches mit eine Punct bey der Grösse zu mercken), und verwande solches in eine Grösse von der Art, von welcher d Subtraction geschehen sollte (§. 11. 57.).

4) Wenn ihr nun die von der grösseren Art g borgte Grösse zu der, von welcher die Subtracti geschehen sollte, addiret, so werdet ihr die Subtra tion, wie zuvor, verrichten können (§. 60.).

Anmerckung.

§. 66. Ich will auch diese Auflösung nur aus de Calculo decadico erläutern. Ihr sollt z. E. von 15. T 24 gr. 9 pf. subtrahiren 12 Th. 16 gr. 8 pf, so schreibe

		24	
15	Th.	14 gr.	9 pf.
12.	Th.	16 gr.	8 pf.
2	Th.	22 gr.	1 pf.

So ist die Differenz

oder

16 a + 14 b + 9 c
12 a + 6 b + 4 c

4 a + 8 b + 5 c

Aufgabe.

Subtractio quantitatis negatiuae a positiua & v. v.

§. 67. Von einer positiven Grösse eine nega tive, und von einer negativen Grösse eine pos tive zu subtrahiren.

Auf

Auflösung.

1) Das Zeichen der Grösse, welche ihr subtrahiren sollt, verwandelt in das entgegengesetzte Zeichen, nemlich + in —, und — in +.

2) Wenn dieses geschehen, so addiret die gegebenen Grössen (§. 56.).

Beweiß.

Wenn von a + b die Grösse c + d zu subtrahiren, so wird die Differentz a + b — c — d (§. 96. A. M.). Wenn von a + b die Grösse c — d zu subtrahiren, und man nimmt c von a + b, so ist d zu viel weggenommen, weil nicht c, sondern c weniger d ist gegeben worden, woraus es klar, daß keine völlige Differentz entstehen könne, wenn nicht dasjenige, was zu viel ist weggenommen, nemlich d wieder addiret wird (§. 88. A. M.), und also ist die verlangte Differentz a + b — c + d (§. 96. 67. A. M.). Wenn demnach das Zeichen der Grösse, welche zu subtrahiren, in das entgegengesetzte Zeichen verwandelt, und alsdenn die Grössen addiret worden (§. 57. A. M.), so ist die verlangte Differentz gefunden. W. E. W.

Anmerckung.

§. 68. Z. E. Wenn ihr in dem Computo decadico von 12 Thl. weniger 16 gr. und 8 pf. subtrahiren sollt 6 Thl. und 4 gr. weniger 2 pf. so schreibet:

12 Thl. — 16 gl + 8 pf. = 11 7 12 8
6 Thl. + 4 gl. — 2 pf. (§. 66.) = 6 8 10
Es ist die Differentz 6 Thl. — 20 gl. + 10 pf. = 5 4 10

oder wenn die Nahmen allgemein

12 a — 16 b + 8 c — 4 x
6 a + 4 b — 2 c — 6 x
6 a — 20 b + 10 c + 2 x

Aufgabe.

Multiplicatio signorum primitivorum.

§. 69. Einfache Zeichen der Gräſſen in ei ander zu multipliciren, oder das Ein mahl Ei zu finden.

Auflöſung.

1) Zehlet die Einheiten, welche der Multiplica ausdrücket.

2) Das Multiplicandum addiret ſo vielmahl, d der Multiplicator Einheiten in ſich begreiffet.

3) Mit dieſer Summe verknüpffet das gewöh liche Zeichen, ſo habt ihr das verlangte Factum dur Zeichen ausgedrücket (§. 84. A. M.)

Zuſatz.

§. 70. Wenn man demnach keine gewiſſe A zahl der Einheiten durch einfache Zeichen ausdr cket, ſo iſt kein Ein mahl Eins möglich. Und da iſt es klar, daß in dem Calculo dyadico die Multipl cation nur durch eine Addition zu verrichten (§. 1 19.).

1. Anmerckung.

§. 71. Damit die Reg. 2. § 69. verlangte Addition de leichter zu verrichten, ſo mercket folgende Begriffe von d Multiplis derjenigen Gröſſen, welche durch einfache Z chen ausgedrücket werden, von welchen die drey erſten i dem Computo quaternario, und alle in dem Computo dec dico zu gebrauchen.

Simplum
Duplum = Simplum + Simplum.
Triplum = Duplum + Simplum = Simplum + Simplum + Simplum.
Quadruplum = Duplum + Duplum = Triplum + Simplum &c.
Quintuplum = Duplum + Triplum = Quadruplum + Simplum. &c.
Sextuplum = Triplum + Triplum = Quadruplum + Duplum = Quintuplum + Simplum. &c.

Septu-

Septuplum = Sextuplum + Simplum = Quintuplum + Duplum = Quadruplum + Triplum. &c.

Octuplum = Quadruplum + Quadruplum = Septuplum + Simplum = Sextuplum + Duplum = Quintuplum + Triplum &c.

Noncuplum = Octuplum + Simplum = Septuplum + Duplum = Sextuplum + Triplum = Quintuplum + Quadruplum. &c. Siehe §. 22.

2. Anmerckung.

§. 72. Durch Hülffe dieser Begriffe kan in dem Computo quaternario das Ein mahl Eins auf folgende Art aufgelöset werden.

Multiplicanda

Multiplicatores	1	2	3	
	2	10	12	Facta
	3	12	21	Facta

3. Anmerckung.

§. 73. Und in dem Computo decadico:

Multiplicanda

Multiplicatores	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	Facta
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	Facta
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	Facta
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	Facta
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	Facta
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	Facta
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	Facta
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	Facta

Diese Tafel wird der Pythagoreische Rechen-Tisch genennet.

Aufgabe.

Multiplicatio numerorum numerantium per calculum.

§. 74. Ungenannte Gröſſen durch Hülffe d Zeichen in einander zu multipliciren.

Auflösung.

Erſter Fall. Wenn der Multiplicator ein ein ches Zeichen.

1) Nehmet eine jede Gröſſe in ihrem Orte ſo vi mahl, als der Multiplicator Einheiten in ſich begre fet. Oder multipliciret die einfachen Zeichen d gegebenen Gröſſe durch den Multiplicatorem, u ſetzet die Facta in dem Ort, in welchem jene Zeich geſtanden (§. 69.).

2) Dieſe Multipla, nachdem ſie durch gehöri Zeichen ausgedrücket worden, addiret (§. 52.), ſo die Summe das verlangte Factum (§. 84. 57. M.).

Zweyter Fall. Wenn der Multiplicator ein ſammengeſetztes Zeichen.

1) Weil ein zuſammengeſetztes Zeichen der Grö aus einfachen Zeichen beſtehet, welche durch die B deutung der Oerter mit einander ſind verknüpf worden (§. 16. ff.), ſo multipliciret wie zuvor d gegebene Gröſſe nach und nach durch die einfache Zeichen, welche in dem Multiplicatore enthalten.

2) Dieſe Facta rücket um eine Stelle weiter hi ein, wenn das Zeichen des Multiplicatoris in de andern Orte um zwey Stellen, wenn das Zeiche des Multiplicatoris in dem dritten Orte ſtehet, un ſo weiter.

3) Nachdem die gefundenen Facta durch gehöri Zeichen ſind ausgedrücket worden, ſo addiret ſolch (§. 52.). Die Summe, welche daher entſtehet, iſt da verlangte Factum (§. 84. 57. A. M.).

1. Anmerckung.

§. 75. Wenn z. E. in dem Calculo dyadico 1011 durch 101 multipliciren, so sollt ihr die gegebene Grösse einmahl in dem ersten Ort, und einmahl in dem dritten Ort nehmen. Also schreibet:

1011
101
1011 Diese Grössen addiret, so ist
das Factum 1101111 (§. 53.)

2. Anmerckung.

§. 76. Sollt ihr in dem Computo quaternario 3201. durch 321 multipliciren, so sollt ihr von der gegebenen Grösse das Simplum in dem ersten, das Duplum in dem zweyten, und das Triplum in dem dritten Ort nehmen, und solche Facta addiren. Folglich schreibet:

3201, 321
3201
13002 Diese Facta addiret, so
2.2.2.0.3 ist das verlangte
Factum 3020121 (§. 72. 54.)

3. Anmerckung.

§. 77. Sollt ihr endlich in dem Computo decadico 46325 durch 426 multipliciren, so sollt ihr von der gegebenen Grösse das Sextuplum in dem ersten, das Duplum in dem zweyten, und das Quadruplum in dem dritten Ort nehmen, und alsdenn solche Facta addiren. Da nun die gegebene Grösse das Simplum, das Duplum von derselben das Simplum + Simplum, das Quadruplum das Duplum + Duplum, und das Sextuplum das Quadruplum + Duplum (§. 71.): so suchet von der gegebenen Grösse erstlich das Duplum, alsdenn das Quadruplum, und endlich das Sextuplum, und also schreibet:

46325, 426
92650 Duplum
1853000 Quadruplum
2.7.7.9.5.0 Sextuplum,
19734450 Factum totius.

4. Anmerckung.

§. 78. Hieraus kan die Erleichterung der Multiplication welche Ludolph in seiner Tetragonometrie p. 40. angegeben und der Gebrauch von den Lamellis Neperianis völlig verstanden und begriffen werden.

5. Anmerckung.

§. 79. Wenn wir diejenigen Zahlen suchen, welche, wenn sie in einander sind multipliciret worden, eine gegebene Zahl machen, so wird gesaget, daß wir diese Zahl zerstreuen. Z. E. 12 = 3, 4 = 3, 2 = 3, 2, 2. Hieraus ist es klar, daß auch durch die Zerstreuung der Zahlen die Multiplication könte erleichtert werden. Denn, wenn man die gegebene Grösse durch die Factores des Multiplicatoris nach und nach multipliciret, so hat man nicht nöthig, die besondern Facta zu addiren. Soll z. E. 324. durch 12 multipliciret werden, so darf man nur das Quadruplum von 324 dreymahl, oder das Sextuplum von der gegebenen Zahl zweymahl nehmen. Wie die Zahlen zu zerstreuen, solches soll zu einer andern Zeit gewiesen werden.

Aufgabe.

Multiplicatio numerorum numeratorum per calculum.

§. 80. Genannte Grössen mit einer andern Grösse durch Hülffe der Zeichen zu multiplicieren.

Auflösung.

1) Multipliciret eine jede Art von den genannten Grössen mit dem gegebenen Multiplicatore besonders (§. 24.).

2) Wenn in dem Facto von der kleinern Art eine Grösse enthalten, welche zu der grössern Art gehöret, so addiret diese zu jener (§. 57.). Was herauskommt, ist das verlangte Factum (§. 8. A. M.).

Anmerckung.

§. 81. Ihr sollt z. E. in dem Computo decadico 6 Thl. 12 gr. 8 pf. durch 3 multipliciren. Daher sprecht: Das Triplum von 8 ist 24. 24. pf. machen 2 gr, also müssen diese zu dem Facto von der folgenden Art addiret werden. Ferner das Triplum von 12 ist 36. addiret vorige 2 gr, so entstehet 38. 38 gr. haben in sich 1 Thl. und 14 gr. also bleibet in diesem Facto 14 gr. Endlich das Triplum von 6 ist 18.

ist 1 den vorigen Thaler addiret, macht 19 Thaler. Demnach das gantze Factum 19. Thl. und 14 gr. Diese Art zu multipliciren kan also geschrieben werden:

6 Thl. 12 gr. 8. pf.
3
19 Thl. 14 gr.

Oder wenn die Nahmen der Dinge allgemein

12 a + 13 b + 4 x + 3 y
4
48 a + 52 b + 16 x + 12 y

Aufgabe.

§. 82. Positive und negative Grössen in einander zu multipliciren. Multiplicatio quantitatum positiuarum & negatiuarum.

Auflösung.

1) Wenn der Multiplicator und das Multiplicandum von einerley Art, nemlich beyde positive oder negative Grössen, so multipliciret, wie §. 74. und §. 80. gewiesen worden, und macht aus dem Facto eine positive Grösse. Z. E. + 3, + 4 = + 12. — 3, — 4 = + 12. eadem signa dant plus diuersa minus

2) Wenn der Multiplicator und das Multiplicandum von verschiedener Art, nehmlich die eine Grösse eine positive und die andere eine negative, so multipliciret wiederum wie zuvor, und machet aus dem Facto eine negative Grösse. Z. E. + 3, — 4 = — 12. — 4, + 3 = — 12.

Beweiß.

Wenn ihr + 3 mit + 2 multiplicirt sollt, so ist es ohne Beweiß klar, daß das Factum + 6. Sollt ihr — 2 durch + 3 multipliciren, so müßt ihr die negative Grösse so vielmahl nehmen, als 3 Einheiten in sich fasset (§. 73. A. M.), folglich wird das Factum eine negative Grösse, nemlich — 6. Sollt ihr endlich — 2 mit 4 — 3 multipliciren, so sollt ihr die negative Grösse — 2 so vielmahl nehmen, als 4 — 3

Einheiten hat (§. 73. A. M.). Wenn ihr nun die negative Grösse viermahl nehmet, so habt ihr solche dreymahl zu viel genommen. Woraus es klar, daß kein völliges Factum entstehen könne, wenn nicht dasjenige, was zu viel ist genommen, wieder weggenommen wird. Da nun negative Grössen dadurch aufgehoben werden, wenn man gleiche positive Grössen addiret (§. 42.); so muß man drey mahl zwey addiren, wenn das verlangte Factum entstehen soll. Folglich ist $-2, (4-3) = -8+6$. W. Z. E. W

Anmerckung.

§. 83. Z. E. Wenn ihr 12 Thl. weniger 4 gr. und 3 pf. durch 2. multipliciren sollt, so schreibet:

12 Thl. — 4 gr. + 3 pf.
2

so ist das Factum 24 Thl. — 8 gr. + 6 pf.

Oder wenn die Nahmen allgemein:

$3a+4b-6c+3y$	Multiplicandum
$3a-2b+3c$	Multiplicator
$9ac+12bc-18cc+9yc$	Facta partium
$-6ab-8bb+12bc-6yb$	siehe §. 84. reg.
$9aa+12ab-18ac+9ya$	4. A. M.

$9aa + 6ab - 9ac - 8bb + 24bc + 9ya - 18cc - 6yb + 9yc$. Dieses ist das Factum, (§. 87. A. M. und §. 74. 59.).

Aufgabe.

Diuisio signorum primitiuorum

§. 84. Eine Grösse, welche entstanden, indem zwey Grössen, welche durch einfache Zeichen ausgedrücket, in einander sind multipliciret worden, mit einer von diesen Grössen zu messen.

Auflösung.

1) Suchet in dem Einmahl Eins (§. 72. 73.) die gegebene Grösse, welche soll gemessen werden.

2) Mer-

2) Mercket aus den beyden Reihen, in welchen die Multiplicatores und Multiplicanda geschrieben worden, die einfachen Zeichen, welche durch die Multiplication die gegebene Grösse hervorgebracht.

3) Von diesen beyden Zeichen nehmet dasjenige weg, welches den Diuisorem ausdrücket, so bleibt das Zeichen von dem Quotienten übrig (§. 107. A. M.).

Anmerckung.

§. 85. Wenn z. E. in dem Computo quaternario 12 mit 2 zu messen, so ist der Quotient 3. (§. 72.). Und wenn in dem Computo decadico 72 mit 9 zu messen, so ist der Quotient 8. (§. 73.). Folglich ist ab : a = b.

Aufgabe.

§. 86. **Eine ungenannte Grösse mit einer andern durch Hülffe der Zeichen zu messen.** Diuisio numerorum numerantium per calculum.

Auflösung.

Erster Fall. Wenn der Diuisor ein einfaches Zeichen.

1) Mit dem Diuisore messet nach und nach alle Theile in der gegebenen Grösse von der Lincken gegen die Rechte (§. 84. und §. 24. ff.), und verbindet diese Theile des Quotienten vermittelst der Oerter also, wie es die Theile in der gegebenen Grösse erfordern (§. 24. ff.).

2) Wenn ein Theil in der zu messenden Grösse mit dem gegebenen Diuisore nicht völlig kan gemessen werden, so suchet in dem Einmahl Eins (§. 72. 73.) die nechst kleinere Grösse, und mercket von dieser den Quotienten (§. 84.).

3) Den Ueberschuß setzet zu dem folgenden Theil der Grösse, so werdet ihr endlich den völligen Quotienten, so weit als es möglich ist, finden (§. 117. A. M.).

Zweyter Fall. Wenn der Diuiſor ein zuſammengeſetztes Zeichen.

1) Meſſet wiederum, wie zuvor, alle Theile in der gegebenen Gröſſe nach und nach mit dem geſetzten Diuiſore, und zwar, weil ihr nur mit einfachen Zeichen meſſen könnet, zumahl das Einmahl Eins durch die Multiplication einfacher Zeichen iſt verfertiget worden, nehmet an, als wenn der erſte Theil in dem *Diuiſore* ſo vielmahl in dem erſten Theile der zu meſſenden Gröſſe enthalten, als der ganze *Diuiſor* in dem ganzen Theile der gegebenen Gröſſe, welche ſoll gemeſſen werden, zu finden.

2) Wollt ihr verſichert ſeyn, ob dieſe angenommene Regel, im vorkommenden Falle, ohne einen Fehler zu begehen, zu gebrauchen, ſo multiplicieret den gefundenen Quotienten mit dem gegebenen Diuiſore (§. 74.), und dieſes Factum vergleichet mit dem Theile der gegebenen Gröſſe, welche ihr gemeſſen (§. 18. A. M.).

3) Wenn dieſes Factum aus dem Quotienten in den Diuiſorem dem geſetzten Theile gleich, ſo habt ihr den wahren Quotienten gefunden (§. 107. A. M.). Iſt das Factum gröſſer als der geſetzte Theil, ſo iſt der Quotient zu groß (§. 101. A. M.). Derowegen macht den gefundenen Quotienten nach und nach kleiner, bis er durch die Multiplication in den Diuiſorem das verlangte Factum hervorbringet. Iſt endlich jenes Factum kleiner, als der geſetzte Theil, ſo ſubtrahiret jenes von dieſem (§. 60.). Die Differentz iſt entweder dem Diuiſori gleich, oder nicht. Iſt das erſte, ſo vermehret den Quotienten um eins, iſt das andere, ſo iſt die Differentz entweder kleiner oder gröſſer, als der Diuiſor. Iſt jenes, ſo habt ihr einen Ueberſchuß (§. 105. A. M.), welcher zu dem

den folgenden Theil der zu messenden Grösse zu setzen (§. 117. A. M.). Ist endlich dieses, so suchet wiederum, wie zuvor, wie vielmahl der Diuisor in dieser Differentz enthalten; diese Einheiten addiret zu dem gefundenen Quotienten, und mit dem Ueberschuß verfahret wie zuvor (§. 107. A. M.).

4) Wenn ihr dieses durch alle Theile der gegebenen Grösse fortführet, und die Theile in dem Quotienten vermittelst der Oerter also, wie es die Theile in der gegebenen Grösse erfordern, verbindet (§. 24. II.), so werdet ihr den verlangten Quotienten völlig finden (§. 117. A. M.).

1. Anmerckung.

§. 87. Wenn z. E. in dem Calculo dyadico 110111 mit 101 zu dividiren, so schreibet:

Diuidendum	1 1 0 1 1 1	1 0 1 1 Quotiens
Diuisor	1 0 1	
Residuum	1	
Pars sequens	1 1 1	
Diuisor	1 0 1	
Residuum	1 0	
Pars sequens	1 0 1	
Diuisor	1 0 1	
	0 0 0	

2. Anmerckung.

§. 88. Sollt ihr in dem Computo quaternario 3020121 mit 321 dividiren, so suchet den Quotienten auf folgende Art.

Diui-

Dividendum	3 0 2 0 1 2 1	9 2 0 1 Quotiens
Diuiſor	3 2 1	
Fact. ex Quot. in Diu.	2. 2. 2. 3	
Reſiduum	1 3 1	
Pars ſequens	1 3 1 1	
Diuiſor	3 2 1	
Fact. ex Quot. in Diu.	1 3 0. 2	
Reſiduum	3	
Pars ſequens	3 2 1	
Diuiſor	3 2 1	
	0 0 0	

3. Anmerckung.

§. 89. Sollt ihr einhundert dem Conſpicuo Radico 1973450 mit 426 dividiren, ſo ſuchet den Quotienten wie folget:

Dividendum	1 9 7 3 4 4 5 0	4 6 3 2 5 Quo-
Diuiſor	4 2 6	tient
Fact. ex Quot. in Diu.	1 7 0. 4	
Reſiduum	2 6 9	
Pars ſequens	2 6 9 4	
Diuiſor	4 2 6	
Fact. ex Quot. in Diu.	2 5 5. 6	
Reſiduum	1 3 8	
Pars ſequens	1 3 8 4	
Diuiſor	4 2 6	
Fact. ex Quot. in Diu.	1 2 7. 8	
Reſiduum	1 0 6	
Pars ſequens	1 0 6 5	
Diuiſor	4 2 6	
Fact. ex Quot. in Diu.	8 5 2	
Reſiduum	2 1 3	
Pars ſequens	2 1 3 0	
Diuiſor	4 2 6	
Fact. ex Quot. in Diu.	2 1 3 0	
	0 0 0 0	

Auf-

Aufgabe.

§. 90. Genannte Grössen mit einer andern Grösse durch Hülffe der Zeichen zu dividiren. Diuiſio numerorum numeratorum per calculum.

Auflösung.

1) Dividiret eine jede Art von den genannten Grössen mit dem gegebenen Diuisore besonders (§. 86.), und zwar macht den Anfang von der Grösse, welche von der grösten Art.

2) Bleibt in dieser Art der Grösse ein Ueberschuß, so verwandelt solchen in eine Grösse von der nechst kleinern Art (§. 57.), und addiret jene zu dieser.

3) Mit dem gegebenen Diuisore dividiret diese Grösse von der nechst kleinern Art. Und im übrigen verfahret wie vorhin, so werdet ihr endlich den verlangten Quotienten, so weit als es möglich ist, finden (§. 106. 117. A. M.).

Anmerckung.

§. 91. Ihr sollt z. E. 19 Thl. 14 gr. in dem Computo decadico mit 3 dividiren. Daher dividiret zu erst die Thl. und alsdenn die gr. mit 3. 19 Thl. mit 3. dividiret giebt 6 Thl. und ein Thl. bleibt übrig, diesen addiret zu folgenden 14 gr, so entste en 38 gr. Diese mit 3 dividiret machen 12 gr, und 2. groschen bleiben übrig. Diese verwandelt in pf; so habt ihr 24 pf, welche mit 3 dividiret 8 pf. geben. Folglich der gantze Quotient 6 Thl. 12 gr. 8 pf. Oder wenn die Nahmen der Dinge allgemein,

$(48a + 52b + 16x + 12y) : 4 = 12a + 13b + 4x + 3y.$

Aufgabe.

§. 92. Positive und negative Grössen mit einander zu dividiren. Diuiſio quantitatum poſitiuarum & negatiuarum.

Auflösung.

1) Wenn der Diuisor und das Diuidendum von einerley Art, nemlich beyde positive oder negative Grössen, so dividiret wie §. 86. und 90. ist gewiesen worden, und macht aus dem Quotienten eine positive Grösse.

2) Wenn

2) Wenn der Diuiſor und das Diuidendum von verſchiedener Art, nemlich die eine Gröſſe eine poſitive und die andere eine negative Gröſſe, ſo diuidiret wiederum wie zuvor, und machet aus dem Quotienten eine negative Gröſſe.

Beweiß.

Wenn man das Factum in der Multiplication durch das Multiplicandum dividiret, ſo iſt der Quotient der Multiplicator (§. 107. A. M.). Hieraus folget, daß

$$+ ab : + a = + b$$
$$- ab : - a = + b$$
$$+ ab : - a = - b$$
$$- ab : + a = - b \quad (\S. 82.).$$

Wenn demnach eine poſitive Gröſſe mit einer poſitiven, und eine negative mit einer negativen Gröſſe gemeſſen wird, ſo muß der Quotient eine poſitive Gröſſe ſeyn. Und wenn eine poſitive Gröſſe mit einer negativen, und eine negative Gröſſe mit einer poſitiven Gröſſe zu meſſen, ſo iſt der Quotient eine negative Gröſſe. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 93. Wenn ihr in dem Compute decadico 24 Thl. weniger 8 gr. und 6 pf. mit 2 diuidiren ſollt, ſo ſuchet den Quotienten auf folgende Art:

24 Thl. — 8 gr. + 6 pf. | 12 Thl. — 4 gr. + 3 pf.

2)

12	2	3
2	— 4	3
24	— 8	+ 6

Oder wenn die Nahmen der Dinge allgemein,

(9 aa + 6 ab — 9 ac — 8 bb + 24 bc + 9 yy — 18 cc — 6 yb + 9 yc) : (3 a — 2 b + 3 c)

$$\begin{array}{l|l} 9a + 6ab - 9ac & 3a + 4b - 6c + 3y \\ 3a - 2b + 3c & \end{array}$$

$$9a - 6ab + 9ac$$

$$+ 12ab - 18ac$$

$$12ab - 18ac - 8bb$$
$$3a - 2b + 3c$$

$$12ab - 8bb + 12bc$$

$$- 18ac - 12bc$$

$$- 18ac + 12bc + 9ya$$
$$3a - 2b + 3c$$

$$- 18ac + 12bc - 18cc$$

$$+ 9ya$$

$$+ 9ya - 6yb + 9yc$$
$$3a - 2b + 3c$$

$$+ 9ya - 6yb + 9yc$$

* * *

2. Anmerckung.

§. 94. Ich habe die vier Rechnungs-Arten mit dem Calculo dyadico, quaternario und decadico erläutert, um zu beweisen, daß die Regeln, wornach wir rechnen, allgemein sind. Im folgenden werde ich den Calculum decadicum allein gebrauchen, weil dieser fast allenthalben gewöhnlich, und ein jeder, der das bis hieher erklärte verstanden hat, die erklärten Regeln auf andere Rechnungs-Arten leicht wird anwenden können.

Das

Das 2. Capitel.

Von den Brüchen überhaupt, und ins besondere von den Decimal- und Sexagesimal-Brüchen.

Erklärung.

§. 95.

Fractio quid.

Wenn man von einem Gantzen, welches in gleiche Theile ist eingetheilet worden, einen oder etliche Theile besonders nimmt, so nennet man diese Grösse einen Bruch.

1. Zusatz.

§. 96. Es ist demnach die Zahl, welche die Vielheit der Theile, so von einem Gantzen sind genommen worden, anzeiget, der Zehler, und die Zahl, welche die Vielheit der Theile, in welche das Gantze ist getheilet worden, ausdrücket, der Nenner des Bruchs (§. 8. 9.).

2. Zusatz.

§. 97. Und also können keine Brüche mit einander verglichen werden, wenn nicht die Gantzen, woher sie genommen, in gleichviele Theile sind getheilet, oder wenn sie nicht unter einerley Benennung sind gebracht worden (§. 96. 11.).

3. Zusatz.

§. 98. Es ist ferner hieraus klar, daß die Grösse eines Bruchs durch die Verhältniß des Zehlers zu den Nenner zu bestimmen (§. 25. 26. A. M.). Folglich, daß verschiedene Brüche einander gleich sind, wenn die Zehler gleich vielmahl in ihren Nennern enthalten (§. 38. M.).

An-

Anmerckung.

§. 99. Z. E. Wenn man einen Thaler in vier gleiche Theile theilet, und drey Theile davon nimmt, so bekommt man einen Bruch, in welchem 3 der Zehler und 4 der Nenner, und also ist die Grösse dieses Bruchs aus der Verhältniß der Zahl 3 zu 4 zu beurtheilen.

Willkührlicher Satz.

§. 100. Es erhellet aus dem, was von den Brüchen ist angeführet worden, daß man diese, wie andere genannte Zahlen, schreiben könnte, nemlich 3tel. 25tel und so weiter. Siehe *Poetii* Anleitung zu der Arithmetischen Wissenschafft. Es würde aber ohne Nutzen seyn, wenn wir die gewöhnliche Schreib-Art verlassen wolten, nach welcher man den Zehler durch eine Linie von dem Nenner absondert, und den Nenner unter der Linie, den Zehler aber über der Linie setzet. Z. E. $\frac{3}{4}$. Signa fractionum.

Lehr-Satz.

§. 101. Wenn man den Zehler und Nenner eines Bruchs durch eine Zahl multipliciret oder dividiret, so sind die Brüche, welche heraus kommen, dem gegebenem gleich. Similis fractionum mutationis fundamentum.

Beweiß.

Wenn ungleiche Grössen durch gleiche multiplicirt worden, so stehen die Multiplicanda und die Facta in einerley Verhältniß (§. 80. A. M.). Wenn man den Zehler und den Nenner eines Bruchs durch eine Zahl multipliciret, so sind ungleiche Grössen durch eine Zahl multipliciret (§. 95.). Folglich müssen auch die Facta, welche daher entstanden, und die Multiplicanda einerley Verhältniß haben. Und also muß der daher entstandene Bruch dem gegebenem gleich seyn (§. 98.). W. D. E.

Der andere Satz kan auf gleiche Art durch Hülffe des §. 115. A. M. bewiesen werden.

Zusatz.

§. 102. Wenn man demnach den Zehler Nenner eines Bruchs durch eine Zahl multiplic oder dividiret, so können die Brüche, welche de entstehen, für dem gegebenem substituiret wer (§. 1. A. M.).

Erklärung.

Numeri primi & compositi, numeri primi inter se & compositi inter se quid.

§. 103. Diejenigen Zahlen, welche durch nich als durch eins können gemessen werden, nennet g die ersten Zahlen, und diejenigen Zahlen, welche n ein ander Maaß als eins haben, werden zusamm gesetzte Zahlen genennet. Wenn demnach zn Zahlen ausser eins kein gemeinschafftliches Maaß h ben, so wird gesagt, daß sie erste Zahlen unter si Haben sie aber noch ein anderes gemeinschafftlich Maaß, so sind sie unter sich zusammengesetzte Za len.

Aufgabe.

Methodus inuestigandi mensuram communem numerorum inter se compositorum.

§. 104. Das gemeine gröste Maaß der Zahle welche unter sich zusammengesetzte, zu finden.

Auflösung.

1) Dividiret die grössere durch die kleinere (§. 86 wenn der Quotient eine gantze Zahl, so ist die kleine das gemeine Maaß (§. 105. 106. A. M.).

2) Bleibet in der ersten Division ein Rest, so di vidiret den ersten Diuisorem mit diesem Rest. Blei bet wiederum ein Rest, so dividiret wiederum de andern Diuisorem mit dem andern Rest, und so wei ter, bis alles aufgehet. Der letzte Diuisor ist da gemeine Maaß der gegebenen Grössen (§. 105. 109 A. M.).

Anmerckung.

§. 105 Z. E. 36 : 9 = 4. Folglich ist 4 das gemein gröste Maaß von 36 und von 9. Ferner 214 : 12 = 17 + 10/12. 12 : 10 1 + 1/10. 10 : 2 = 5. Folglich ist 2 das ge meine gröste Maaß von 214 und von 12.

Aufs

Aufgabe.

§. 106. Zwey Brüche von unterschiedener Benennung unter einerley Benennung zu bringen, daß dieſe jenen gleich.

Auflöſung.

1) Wenn die Nenner der gegebenen Brüche unter ſich erſte Zahlen, ſo multiplicirt den Zehler und Renner eines jeden Bruchs mit dem Nenner des andern Bruchs (§. 74.), ſo ſind die Brüche, welche herauskommen, den gegebenen gleich (§. 101.) und von einerley Benennung (§. 107. A. M.).

2) Wenn die Nenner der gegebenen Brüche unter ſich zuſammengeſetzte Zahlen, ſo daß der kleinſte Zehler das gemeine gröſte Maaß, alsdenn dividiret den gröſten Nenner durch den kleinern (§. 86.), und mit dieſem Quotienten multipliciret den Zehler und Nenner desjenigen Bruchs, in welchem der kleinſte Renner (§. 74.). Der Bruch, welcher hieraus entſtehet, iſt nicht nur dem multiplicirten Bruche gleich (§. 101.), ſondern es hat auch dieſer Bruch mit dem andern von den gegebenen einerley Benennung (§. 107. A. M.).

3) Wenn endlich die Renner der gegebenen Brüche unter ſich zuſammengeſetzte Zahlen, von welchen die kleinere nicht das gemeine gröſte Maaß, ſo ſuchet dieſes Maaß (§. 104.), und dividiret hiemit die gegebenen Renner (§. 86.). Wenn ihr nun mit dem kleinſten Quotienten den Zehler und Nenner desjenigen Bruchs, in welchem der gröſte Nenner, und mit dem gröſten Quotienten den Zehler und Renner desjenigen Bruchs, in welchem der kleinere Renner multipliciret (§. 74.), ſo müſſen Brüche entſtehen, welche den gegebenen gleich (§. 101.), und welche von einerley Benennung (§. 113. 134. 142. A. M.).

1. Anmerckung.

§. 107. Ihr sollt z. E. nach der ersten Regel $\frac{4}{5}$ und unter einerley Benennung bringen, derowegen multipl ret den Zehler und Nenner des ersten Bruchs mit 3 u des zweyten Bruchs mit 5, so sind die verlangten Brü $\frac{12}{15}$ und $\frac{10}{15}$. Sollt ihr $\frac{3}{5}$ und $\frac{5}{16}$ unter einerley Ben nung bringen, so verfahret nach der zweyten Regel, so s die verlangten Brüche, (weil $36 : 9 = 4$) $\frac{15}{48}$ und Sollt ihr endlich $\frac{5}{42}$ und $\frac{11}{54}$ unter einerley Benennu bringen, so gebrauchet die dritte Regel. Das gemeine grö Maaß von 42 und 54. ist 6. $42 : 6 = 7$. $54 : 6 =$ Daher multipliciret den Zehler und Nenner des erst Bruchs mit 9 und des andern Bruchs mit 7, so sind verlangten Brüche $\frac{45}{378}$ und $\frac{77}{378}$.

2. Anmerckung.

§. 108. Wir können zwar den zweyten und dritten F auch nach der ersten Regel unter einerley Benennung br gen. Es würden aber hierdurch die Nenner ohne Ne sehr groß werden, und grosse Nenner machen in der Re nung viel Weitläufftigkeit.

Zusatz.

§. 109. Aus diesem ist es leicht zu begreifen, w drey, vier und mehrere Brüche in gleichgültige v einerley Benennung zu verwandeln Nemlic wenn die Nenner unter sich erste Zahlen, so mul pliciret den Nenner und Zehler eines jeden Bruc mit dem Facto aus den Nennern der übrigen Br che. Z. E. $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ unter einerley Benennung g bracht, machen $\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$. Sind aber die Nenn unter sich zusammengesetzte Zahlen, so suchet das g meine gröste Maaß (§. 104.), und dividiret hiem die gegebenen Nenner (§. 85.). Wenn ihr nu die Zehler und Nenner eines jeden Bruchs, m dem Facto aus den Quotienten der übrigen Ne ner multipliciret (§. 74.), so sind die gegeben Brüche in gleichgültige von einerley Benennu gebracht (§. 106. Reg. 3.) Z. E. ihr sollt unt

einer

einerley Benennung bringen $\frac{3}{8}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{7}{16}$, so ist das gemeine gröste Maaß der Nenner 4, folglich sind die Quotienten, welche zu suchen 2, 3, 4. Wenn ihr nun den Zehler und Nenner des ersten Bruchs mit 12, des andern mit 8 und des dritten mit 6 multipliciret, entstehen folgende Brüche, $\frac{36}{96}$ $\frac{40}{96}$ $\frac{42}{96}$, welche den gegebenen gleichgültig.

Aufgabe.

§. 110. Einen Bruch aufzuheben, das ist, kleinere Zahlen zu finden, durch welche der Zehler und Nenner eines gegebenen Bruchs also auszudrücken, daß seine Grösse unverändert bleibt.

Auflösung.

1) Suchet das gemeine gröste Maaß von dem Zehler und von dem Nenner des gegebenen Bruchs (§. 104.).

2) Mit diesem Maasse dividiret so wohl den gegebenen Zehler als auch den gegebenen Nenner (§. 86.), so geben die Quotienten den verlangten gleichgültigen Bruch (§. 101.).

Anmerckung.

§. 111. Sollt ihr z. E. $\frac{133}{152}$ aufheben, so dividiret so wohl den Zehler, als auch den Nenner mit 19. Der verlangte Bruch ist $\frac{7}{8}$.

Aufgabe.

§. 112. Einen Bruch in einen andern gleichgültigen zu verwandeln, welcher eine gegebene Benennung hat.

Auflösung.

Weil der Nenner des Bruchs, in welchen ihr den gegebenen verwandeln sollt, ist gegeben worden, so ist nur nöthig, daß ihr den Zehler sucht. Dieser entstehet, wenn ihr den gesetzten Nenner mit des gegebenen Bruchs Zehler multiplicirt, und das Factum mit dem Nenner des gegebenen Bruchs dividiret.

Beweiß.

Es soll der zu findende Bruch dem gegebene gleichgültig seyn. Folglich muß der Nenner des gegebenen Bruchs seinen Zehler so vielmahl in sich erhalten, als der Nenner des zu findenden Bruchs seinen Zehler in sich fasset (§. 98.). Es ist demnach dieser Zehler die vierte Zahl in der geometrische Proportion zu den Nenner und Zehler des gegebenen Bruchs, und den Nenner des zufindenden Bruch (§. 101. 122. A. M.). Die vierte Zahl in einer geometrischen Proportion wird gefunden, wenn man das andere Glied in das dritte multipliciret, und dieses Factum mit dem erstem Gliede dividiret (§. 134. A. M.) folglich wird auch der verlangte Zehler gefunden, wenn man das Factum aus dem Nenner dieses Bruchs in den Zehler des gegebenen mit dem Nenner des gegebenen Bruchs dividiret. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 113. Diese Aufgabe zeiget ihren Nutzen, wenn man den Werth eines Bruches, dessen Nenner eine ungewöhnliche Eintheilung der Dinge, durch eine gewöhnliche Eintheilung bestimmen will. Z. E. Ich will wissen, wie viel gr. $\frac{2}{3}$ Thl. so will ich den Werth von $\frac{2}{3}$ wissen, wenn das Gantze in 24 gleiche Theile getheilet worden, daher suche zu 3. 2. und 24. die vierte Zahl in der geometrischen Proportion, diese ist 16, also ist $\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$.

Lehr-Satz.

§. 114. Brüche, welche einerley Benennung haben, verhalten sich zu einander, wie ihre Zehler. Und wenn Brüche einerley Zehler haben, so verhält sich der erste Bruch zu dem andern, wie des andern Nenner zu des ersten Nenner, das ist, diese Brüche sind in einer umgekehrten Verhältniß ihrer Nenner.

Beweiß.

Wenden Ursprung der Brüche betrachtet (§. 95.), der uns es verwilligen, daß diese entstehen, indem man eine kleinere Zahl mit einer grössern dividire (§. 6. A. M.), und also hat man völligen Grund zu behaupten, daß der Bruch ein Quotient, der Nenner das Maaß und der Zehler die zu messende Grösse (§. 100. 117. Reg. 3. A. M.). Wenn demnach die Brüche von einerley Benennung, so müssen sich solche gegeneinander verhalten, wie ihre Zehler (§. 113. A. M.). W. D. E.

Man nehme zwey Brüche, welche einerley Zehler haben, und, damit die Veränderung desto deutlicher einzusehen, so setze man in der Stelle der Zahlen gewöhnliche Buchstaben. $\frac{a}{b}$ und $\frac{a}{c}$ (§. 100.). Für welche, nachdem sie unter einerley Benennung sind gebracht worden, zu substituiren, $\frac{ac}{bc}$ und $\frac{ab}{bc}$ (§. 106.). Da nun

$\frac{a}{b} : \frac{a}{c} = \frac{ac}{bc} : \frac{ab}{bc}$ (§. 101. u. §. 38. 41. A. M.).

$\frac{ac}{bc} : \frac{ab}{bc} = ac : ab$ (M. 1.).

$ac : ab = c : b$ (§. 113. A. M.); so ist auch

$\frac{a}{b} : \frac{a}{c} = c : b$ (§. 40. A. M.); W. D. A.

Zusatz.

§. 115. Man kan demnach durch Hülffe dieser Lehr-Sätze für Brüche, welche in einer Verhältniß stehen, gantze Zahlen substituiren. Z. E. $\frac{2}{3} : \frac{3}{4} = \frac{8}{12} : \frac{9}{12} = 8 : 9$. ferner $\frac{1}{3} : \frac{1}{5} = 7 : 5$.

Aufgabe.

Additio & subtractio fractionum

§. 116. Verſchiedene Brüche zu addiren, u von einander zu ſubtrahiren.

Auflöſung.

1) Wenn die gegebenen Brüche von einerley N nennung, ſo addiret in dem erſten Falle ihre Zeh (§. 52.), und in dem andern Falle ſubtrahiret i Zehler von einander (§. 60.). Unter der Za welche heraus kömmt, ſetzet den gemeinen Nen (§. 56. 65. 100.).

2) Sind die gegebenen Brüche von verſchied Benennung, ſo bringet ſolche unter einerley N nennung (§. 97. 106.), und alsdenn verfahret zuvor.

Anmerckung.

§. 117. Z. E. $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{10}{12} + \frac{12}{12} = \frac{22}{12}$. Ferne $\frac{8}{9} - \frac{5}{30} = \frac{16}{30} - \frac{5}{30} = \frac{11}{30}$.

1. Zuſatz.

Fractio ſpuria quid.

§. 118. Es erhellet hieraus, daß durch die Add tion der Brüche ſolche Brüche entſtehen können, i welchen die Zehler gröſſer als ihre Nenner. Dieſe iſt wieder die Natur der Brüche (per dem. m. 1 §. 114.), und daher werden ſie **uneigentlich** Brüche genennet.

2. Zuſatz.

§. 119. Der Zehler eines Bruchs iſt die Zahl welche ſoll gemeſſen werden, und der Nenner iſt da Maaß (per. dem. m. 1. §. 114.). Indem nun i den uneigentlichen Brüchen der Zehler nicht kleine als der Nenner (§. 118.); ſo kan der Zehler mi dem Nenner würcklich gemeſſen werden (§. 117. A M.). Folglich iſt in einem ſolchem Zehler das Gantz welches in gleiche Theile iſt getheilet worden, ein ode etliche mahl enthalten.

3. Zu

3. Zusatz.

§. 120. Wenn man in einem uneigentlichem Bruche den Zehler mit dem Nenner dividiret, so ist der Quotient entweder eine gantze Zahl, oder es bleibt ein Rest (§. 105. A. M.). Ist das letzte, so bekommen wir eine Zahl, welche aus einer gantzen und einem Bruche zusammengesetzet ist, diese wird eine vermischte Zahl genennet. Z. E. $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$. Numerus mixtus.

4. Zusatz.

§. 121. Wollt ihr demnach eine vermischte Zahl (z. E. $3\frac{2}{3}$) in einen uneigentlichen Bruch verwandeln, so multipliciret die gantze Zahl in den Nenner des gegebenen Bruchs (z. $3 = 9$.), zu diesem *Facto* addiret den Zehler (z. E. $9 + 2 = 11$), und unter dieser Summe setzet den gegebenen Nenner (§. 100. und §. 109. A. M.). Z. E. $\frac{11}{3}$.

5. Zusatz.

§. 122. Hieraus ist es leicht zu begreiffen, wie die Brüche zu gantzen Zahlen zu addiren, und von gantzen Zahlen zu subtrahiren. Multipliciret nemlich die gantze Zahl in den Nenner des gegebenen Bruchs, Addiret zu diesem *Facto* den gegebenen Zehler, und setzet unter diese Summe den bestimmten Nenner, so habt ihr die verlangte Summe. Z. E. $3 + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$. Wollt ihr den Bruch von der gantzen Zahl subtrahiren, so multipliciret wie zuvor die gantze Zahl in den Nenner des gegebenen Bruchs, von diesem *Facto* subtrahiret den Zehler, und setzet unter diese Differentz den gegebenen Nenner, so habt ihr die verlangte Differentz (§. 116. 121.). Z. E. $3 - \frac{2}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$.

Aufgabe.

§. 123. Einen Bruch durch einen andern zu multipliciren. Multiplicatio fractionum.

Auflösung.

1) Kan der Zehler des Multiplicandi durch den Nenner des Multiplicatoris dividiret werden, so dividiret solchen. Den Quotienten multipliciret in den Zehler des Multiplicatoris, und unter dieses Factum setzet den Nenner des Multiplicandi. Z. E. $\frac{12}{17}, \frac{3}{4} = \frac{9}{17}$.

2) Kan der Zehler des Multiplicandi durch den Nenner des Multiplicatoris nicht dividiret werden, so multipliciret die Zehler in einander, das Factum ist der neue Zehler. Ferner multipliciret die Nenner in einander, das Factum ist der Nenner des Bruchs, welchen ihr verlanget. Z. E. $\frac{2}{3}\,\frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

Beweiß.

Sollt ihr den Bruch $\frac{4}{5}$ in $\frac{1}{2}$ multipliciren, so sollt ihr $\frac{4}{5}$ in zween gleiche Theile theilen, und einen Theil davon nehmen (§. 73. A. M. und §. 95.); folglich den Zehler des Multiplicandi (§. 90.) mit dem Nenner des Multiplicatoris dividiren, und den Quotienten mit dem Zehler des Multiplicatoris multipliciren (§. 98. und 73. A. M.). Kan nun der Zehler des Multiplicandi mit dem Nenner des Multiplicatoris dividiret werden, so werdet ihr nach der ersten Regel das verlangte Factum ohne Weitläufftigkeit finden. Sollte aber der Zehler des Multiplicandi mit dem Nenner des Multiplicatoris nicht können dividiret werden, so ist es nöthig, daß ihr das Multiplicandum in einen gleichgültigen Bruch verwandelt, dessen Zehler durch den Nenner des Multiplicatoris zu dividiren. Dieser Bruch wird gefunden, wenn ihr den Zehler und Nenner des Multiplicandi mit dem Nenner des Multiplicatoris multipliciret (§. 107. A. M. und §. 106.).

Z. E. $\frac{a}{b}, \frac{c}{m} = \frac{am}{bm}, \frac{c}{m}$ Wenn dieses geschehen, so werdet ihr wie zuvor das verlangte Factum

Factum finden können. Z. E. $\frac{(am : m), c}{bm} = \frac{ac}{bm}$.

Wenn ihr die Beschaffenheit dieser Rechnung genau untersuchet, so findet ihr, daß es in dem letztern Falle eine vergebliche Arbeit, wenn ihr den Zehler des Multiplicandi mit dem Nenner des Multiplicatoris zuvor multipliciret, und alsdenn dieses Factum mit dem Nenner des Multiplicatoris wiederum dividiret. Daher folget, daß ihr das verlangte Factum findet, wenn ihr die Zehler und Nenner der gegebenen Brüche in einander multipliciret. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 124. Es ist hieraus ferner klar, wie ein Bruch durch gantze Zahlen zu multipliciren. Multipliciret demnach den Zehler des gegebenen Bruchs mit der gantzen Zahl, und unter dieses Factum setzet den gegebenen Nenner. Z. E. $\frac{2}{5}, 4 = \frac{8}{5} = 2\frac{3}{5}$. $8:3 = 2\frac{2}{3}$ (§. 119. 120.).

Aufgabe.

§. 125. Einen Bruch mit einem andern Bruch zu dividiren. Diuiſio fractionum.

Auflösung.

1) Wenn die gegebenen Brüche von einerley Benennung, so dividiret den Zehler des Diuidendi mit dem Zehler des Diuisoris, so entstehet der verlangte Quotient. Z. E. $\frac{3}{5} : \frac{1}{5} = 2$.

2) Wenn der Zehler einerley, so dividiret den Nenner des Diuisoris mit dem Nenner des Diuidendi. Z. E. $\frac{5}{8} : \frac{5}{6} = 6 : 8 = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$.

3) Wenn die gegebenen Brüche nicht von einerley Benennung, so multipliciret den Nenner des Diuisoris in den Zehler des Diuidendi, und den Zehler des Diuisoris in den Nenner des Diuidendi, so giebt das erste Factum den Zehler, und das andere den Nenner des Quotienten. Z. E. $\frac{3}{5} : \frac{2}{5} = \frac{9}{10}$.

Be-

Beweiß.

Wenn ihr einen Bruch mit einem andern Bruch dividiren sollt, so müst ihr suchen, wie vielmahl der eine Bruch in dem andern enthalten (§. 98. A. M.). Sind nun die Brüche von einerley Benennung, so ist der eine in dem andern so vielmahl enthalten, wie vielmahl der Zehler des einen in dem Nenner des andern zu finden (§. 114.). Sind demnach die Brüche, welche durch einander zu dividiren, von einerley Benennung, so wird der verlangte Quotient durch die Division der Zehler gefunden. Die andere Regel folget gleichfals aus dem angeführten §. 114. Sind ferner die gegebenen Brüche nicht von einerley Benennung, so müßt ihr solche unter einerley Benennung bringen, und alsdenn wie zuvor den verlangten Quotienten suchen. Z. E. $\frac{a}{b} : \frac{c}{m} = \frac{am}{bm} : \frac{bc}{bm} = \frac{am}{bc}$. Untersuchet die Beschaffenheit dieser Rechnung, so werdet ihr finden, daß auch hier eine vergebliche Arbeit sey vorgenommen worden, welche zu vermeiden, wenn ihr sogleich den Zehler des Dividendi in den Nenner des Diuisoris, und den Zehler des Diuisoris in den Nenner des Diuidendi multipliciret. Folglich sind die in der Aufgabe vorgeschriebene Regeln hinreichend, wenn man einen Bruch mit einem andern dividiren will. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 126. Dieses wird zugleich bestätigen, wie man eine gantze Zahl mit einem Bruche dividiren soll. Multipliciret nemlich die gantze Zahl mit dem Nenner des gegebenen Bruchs, und dieses Factum dividiret mit dem gesetzten Zehler, so entstehet der verlangte Quotient (§. 122.). Z. E. $4 : \frac{2}{3} = \frac{12}{2} = 6$. oder $\frac{2}{3} : 4 = \frac{2}{12}$.

Er-

Erklärung.

§. 127. Ein Bruch, dessen Nenner eine Zahl aus einer geometrischen Progreßion, in welcher das erste Glied Eins, und der Exponens 10, wird eine Decimal-Zahl genennet. Z. E. $\frac{3}{1}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{5}{100}$ $\frac{6}{1000}$ sind Decimal-Zahlen. Fractio decimalis.

Zusatz.

§. 128. Es folget aus diesem Begriffe daß wir den Nenner einer Decimal-Zahl aus dem Orte des Zehlers erkennen können, wenn nur angezeiget worden, wie weit die gantzen Zahlen, oder die Zahlen, deren Nenner Eins, gehen sollen, denn der Zehler in dem ersten Orte, welcher auf die gantzen Zahlen folget, erkennet 10, der Zehler in dem zweyten Ort 100, und so weiter, für seinen Nenner.

Willkührlicher Satz.

§. 129. Wenn ihr die Decimal-Zahlen als gantze Zahlen schreiben wollet, so setzet entweder zwischen den Zahlen, deren Nenner Eins, und den übrigen Zehlern einen Punct, oder über den letzten Zehler schreibet eine Ziffer, welche den Ort, in welchem der letzte Zehler soll gedacht werden, bestimmet. Es wird daher diese Ziffer die Kenn-Ziffer genennet. Apex.

Anmerckung.

§. 130. Z. E. $\frac{3}{1}$ $\frac{2}{10}$ $\frac{5}{100}$ $\frac{6}{1000}$, schreibet 3. 2 5 0 6 oder $3\,25\,\odot\,6''''$. Es ist demnach die Decimal-Zahl $23'''' = 0.0023$.

Zusatz.

§. 131. Hieraus ist es klar, daß man eine jede Zahl in eine verlangte Decimal-Zahl verwandeln könne, wenn man so viele Nullen hinansetzet, als es die Anzahl der Einheiten, welche die Kenn-Ziffer ausdrücket, erfodert. Z. E. 5 Theil in 1000 Theile verwandelt ist 5.000. Schneidet die angesetzten Nullen wieder ab, so habt ihr die Decimal-Zahl in eine gantze verwandelt.

Auf-

Aufgabe.

Additio & subtractio fractionum decimalium.

§. 132. Decimal-Zahlen zu addiren, und von einander zu subtrahiren.

Auflösung.

1) Schreibet die Decimal-Zahlen, welche einerley Nenner haben, unter einander.

2) Alsdenn addiret und subtrahiret die Zahlen wie §. 52. und §. 60. ist gewiesen worden.

Beweiß.

Die Decimal-Zahlen sind Brüche, deren Nenner aus dem Orte, in welchem sie gesetzet worden, zu erkennen (§. 127. 128.). Da nun keine Brüche zu addiren, und von einander zu subtrahiren als welche von einerley Benennung (§. 97.), so ist es klar, daß man in Decimal-Zahlen nur diejenigen Zahlen addiren und von einander subtrahiren kan, welche in einem Ort stehen. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 133. Sollt ihr z. E. 4.3025 und 3.214 addiren, so schreibet:

4 . 3 0 2 5
3 . 2 1 4

Die Summe ist. 7 . 5 . 1 6 5

Sollt ihr ferner von 4.3025 subtrahiren 3.214 so schreibet:

4 . 3 0 2 5
3 . 2 . 1 . 4

Die Differentz ist. 1 . 0 8 8 5

Aufgabe.

Multiplicatio fractionum decimalium.

§. 134. Decimal-Zahlen mit einander zu multipliciren.

Auflösung.

1) Die gegebenen Factores multipliciret, wie §. 74. ist gewiesen worden.

2) Addi-

2) Addiret die Kenn-Ziffern der Factoren, und schreibet diese Summe hinter das gefundene Factum.

Beweiß.

Sollen Brüche in einander multipliciret werden, so muß man so wohl ihre Zehler als auch ihre Renner in einander multipliciren (§. 123.). Decimal-Zahlen sind Brüche (§. 127.). Wenn man demnach Decimal-Zahlen in einander multipliciren soll, so muß man so wohl ihre Zehler als auch ihre Renner in einander multipliciren. Die Renner in den Decimal-Brüchen haben so viele Nullen, als in den Kenn-Ziffern Einheiten enthalten (§. 128. 129.). Folglich ist die Summe von den Kenn-Ziffern der Factoren die Kenn-Ziffer des Facti (§. 47.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 135. Ihr sollt z. E. 3,425 multipliciren mit 3,2. Derowegen multipliciret

3 4 2 5 mit
3 2

6 8 5 0
1 0 2 7 5

1 0,9 6 0 0

Die Kenn-Ziffer von dem Multiplicando ist 3, und von dem Multiplicatore 1. Also ist die Kenn-Ziffer von dem facto 3 + 1 = 4. Folglich das Factum. 109600'''' = 10,9600 = 10,96 (§. 128. 129.).

Aufgabe.

§. 136. Eine Decimal-Zahl mit einer andern zu dividiren. Diuiſio fractionum decimalium.

Auflösung.

1) Dividiret die gegebenen Zahlen; wie §. 86. ist gezeiget worden.

2) Die

2) Die Kenn-Ziffer des Diuiſoris ſubtrahir[et] von der Kenn-Ziffer des Diuidendi, ſo iſt die Di[f]ferentz die Kenn-Ziffer des Quotienten.

Beweiß.

Wenn das Factum mit dem Multiplicatore diui[di]ret wird, ſo iſt das Multiplicandum der Quotien[t] (§. 107. A. M.). Folglich iſt 109600''': 32' = 3425'' (§. 135.). Wenn man demnach von der Kenn-Ziffer des Diuidendi die Kenn-Ziffer des Diuiſori[s] ſubtrahiret, ſo iſt die Differentz die Kenn-Ziffer des Quotienten. W. Z. E. W.

Erklärung.

Fractio ſexageſimalis ſeu Minutiae phyſicales.

§. 137. Ein Bruch, deſſen Nenner eine Zahl aus einer geometriſchen Progreßion, in welcher das erſte Glied Eins, und der Exponent 60, heiſt eine Sexageſimal-Zahl. Z. E. $\frac{1}{60}$ $\frac{4}{3600}$ $\frac{11}{216000}$ ſind Sexageſimal-Zahlen. Die Zahl, deren Nenner 60, heiſt eine Minute, deren Nenner 60, 60 eine Secunde, deren Nenner 60, 60, 60 eine Tertie, und ſo weiter.

1. Zuſatz.

§. 138. Was wir zuvor von den Decimal-Zahlen abgehandelt haben, dieß muß auch, weil einerley Grund vorhanden iſt, von den Sexageſimal-Zahlen geſaget werden (§. 127.), wenn nur dasjenige, was bey Decimal-Zahlen aus der Beſchaffenheit der Nenner iſt geſchloſſen worden, alſo geändert wird, wie es die Beſchaffenheit der Benennung dieſer Zahlen erfodert.

2. Zuſatz.

§. 139. Vermöge dieſer Beſchaffenheit der Benennung muß der Zehler des erſten Bruchs 60 ſeyn, wenn dieſer ein Gantzes machen ſoll. Der Zehler des zweyten Bruchs muß 60 ſeyn, wenn

wir

wir aus diesem einen Bruch von der ersten Art nehmen wollen, und so weiter.

3. Zusatz.

§. 140. Aus diesem folget es, daß wir den Nenner einer Sexagesimal-Zahl aus ihrem Orte erkennen können, wenn nur ist angemercket worden 1) wie weit die Ganzen gehen sollen, 2) welche Zahlen in einem Ort zu gedencken, 3) in welchem Orte der gegebene Zehler soll gedacht werden. Oder wenn nur Zeichen der ganzen Zahlen, der Minuten, Secunden, Tertien, und so weiter, sind gesetzet worden. (§. 137. 138. 139.).

Willkührlicher Satz.

§. 141. Das Zeichen, wodurch bey den Sexagesimal-Zahlen die Ganzen zu erkennen, ist °, das Zeichen der Minuten ', der Secunden '', der Tertien ''' und so weiter. Diese Zeichen werden über die Zehler dieser Brüche geschrieben.

1. Anmerckung.

§. 142. $\frac{14}{1}\ \frac{16}{60}\ \frac{5}{3000}\ \frac{12}{216000}$ schreibet: 14° 16' 5'' 12'''

2. Anmerckung.

§. 143. Es würde überflüßig seyn, wenn ich die Rechnungen mit den Sexagesimal-Brüchen besonders erklären wollte. Denn aus der Natur dieser Brüche ist es klar, daß hier dasjenige zu gebrauchen, was von der Rechnung der genannten Grössen und Decimal-Brüchen in dem vorhergehenden ist beschrieben worden. Z. E.

Additio fractionum ſexageſimalium.

40° 12′ 16″ 54‴
50′ 14″ 12‴
4° 0′ 12″ (§. 132. 56.)

45° 2′ 43″ 6‴

Subtractio fractionum ſexageſimalium.

40° 12′ 16″ 54‴
12.° 18′ 13″ (§. 65. 132.

27° 54′ 3″ 54‴

Multiplicatio fractionum ſexageſimalium

4° 12′ 50″
12° 14′ 3″

12″ 38‴ 30⁗ (§. 80. 134.
58′ 59″ 40‴
8.° 25′ 40″

9° 24′ 52″ 18‴ 30⁗ (§. 56.

Diuiſio fractionum ſexageſimalium.

Diuiſor	Diuidendum	Quotien
2° 14′ 3	9° 24′ 52″ 18‴ 30⁗	4° 12′ 50
	8 56′ 12″	
	28′ 40″	
	28′ 40″ 18‴	
	26′ 48″ 36‴	
	1′ 51″ 42‴	

oder

weil 1 mit 2 nicht kan dividiret werden.

III″ 42‴

III″ 42‴ 30⁗

III″ 42‴ 30⁗

o o o (§. 86. 136. 134.).

3. Anmerckung.

§. 144. Ueberleget die Art, nach welcher ihr so wohl mit Decimal als auch mit Sexagesimal-Zahlen gerechnet, so werdet ihr vollständig begreiffen, wie überhaupt mit Brüchen, deren Nenner in einer geometrischen Progreßion fortgehen, zu rechnen sey.

Das 3. Capitel.

Von den Potentzen überhaupt, und ins besondere von den Quadrat und Cubic-Zahlen.

Erklärung.

§. 145.

Wenn man eine Zahl ein oder etliche mahl durch sich selbst multipliciret, so wird das Factum die Potentz oder Dignität von der gegebenen Zahl genennet. Und zwar die andere Dignität, wenn die gegebene Zahl einmahl: die dritte Dignität, wenn die gegebene Zahl zweymahl: die vierte Dignität, wenn sie dreymahl in sich selbst multipliciret worden, und so weiter. Die andere Dignität heist auch das Quadrat, und die dritte der *Cubus* von der gegebenen Zahl. Potentiae earumque geneſis ſeu euolutio.

Erklärung.

Radix & Radinomia, trinomia, polynomia.

§. 146. Die gegebene Zahl, welche zu einer gewissen Dignität erhoben, oder die erste Dignität, h auch die Wurtzel von der gesetzten Dignität. U zwar in Ansehung der zweyten Dignität die Qu drat-Wurtzel, in Ansehung der dritten Dignität, Cubic-Wurtzel, und so weiter. Wenn eine W tzel aus zwey Theilen bestehet, wird sie eine bin mische, wenn sie aus drey Theilen bestehet, e trinomische, und so weiter eine polynomische Wu zel genennet.

Zusatz.

§. 147. Ein Gantzes, welches in drey Theile getheilet worden, kan auch in zwey Theile getheilet w den. Und also kan nun eine jede polynomische Wu zel in eine binomische verwandeln.

Willkührlicher Satz.

Exponentes dignitatum earumque signa.

§. 148. Wenn ihr eine gegebene Zahl zu ein gewissen Dignität erheben sollt, und ihr wo solche nicht würcklich multipliciren, so setz oben zur Rechten an der gegebenen Zahl e Zeichen, welches den Grad der verlangten D gnität ausdrücket, und zwar ein determinirte wenn der Grad der verlangten Dignität bes miniret, ein undeterminirtes, wenn der Gr der verlangten Dignität undeterminiret ist. D ses Zeichen wird der Exponent der Dignit genennet. Z. E. das Quadrat von $4 = 4^2$. Der *Cubus* von $4 = 4^3$. So auch a^4 a^5 a^6, wel die Dignität determiniret. a^m a^n, wenn die D gnität undeterminiret.

Zusatz.

§. 149. Wenn ihr demnach zwo Dignitäten welche einerley Wurtzel haben, durch einander mu

tipl

ſolviren ſollet, ſo addiret ihre Exponenten. Z. E.

$$\begin{array}{cccc} 4^2 & a^3 & x^3 & x^m \\ 4^3 & a^4 & x & x^n \\ \hline 4^5 & a^7 & x^4 & x^{m+n} \end{array}$$

Wenn ihr zwo Dignitäten, welche einerley Wurzel haben, durch einander dividiren ſollet, ſo ſubtrahiret ihre Exponenten. Z. E.

$$\begin{array}{cccc} 4^3 & a^4 & x^3 & x^m \\ 4^2 & a^3 & x & x^n \\ \hline 4 & a & x^2 & x^{m-n} \end{array}$$ (§. 148. 145.).

Erklärung.

§. 150. Die Wurzel aus einer gegebenen Dignität ziehen iſt von der gegebenen Dignität die erſte Dignität finden. Soll man demnach von einer Zahl in der zweyten Dignität die erſte Dignität finden, ſo wird geſagt, man ſoll die Quadrat-Wurzel ziehen. Woraus es leicht zu begreiffen, was dieſe Redens-Art bedeutet, aus einer gegebenen Zahl die Cubic-Wurzel ziehen. Und ſo weiter. Extrahere radicem quid.

Zuſatz.

§. 151. Wir finden demnach von einer gegebenen Zahl die Quadrat-Wurzel, wenn wir diejenige Zahl ſuchen, die in ſich ſelbſt multipliciret, die gegebene Zahl hervorbringet. Und die Cubic-Wurzel finden wir von einer gegebenen Zahl, wenn wir diejenige Zahl ſuchen, welche in ihr Quadrat multipliciret, die verlangte Zahl hervorbringet. (§. 150. 145.).

$\sqrt[2]{9} = 3, 3 = 9$ radix

$\sqrt[3]{27} = 9, 3 = 27$

Willkührlicher Satz.

§. 152. Wenn ihr aus einer gegebenen Dignität eine Wurzel ziehen ſollet, und ihr wollet oder Signa extractionis radicis.

könnet solches nicht würcklich verrichten, so setzet vor derselben dieses Zeichen $\sqrt{}$, und über dasselbe den Exponenten der verlangten Wurtzel. Bey der Quadrat-Wurtzel könnet ihr den Exponenten weglassen. Z. E. sollt ihr aus 4 oder aus x^m die Quadrat-Wurtzel ziehen, so schreibet $\sqrt{4}$, $\sqrt{x^m}$. Sollt ihr aus 8 oder x^m die Cubic-Wurtzel ziehen, so schreibet $\sqrt[3]{8}$ $\sqrt[3]{x^m}$. So auch, wenn die suchende Wurtzel undeterminiret $\sqrt[m]{x^n}$ $\sqrt[m]{a^n}$.

Erklärung.

Quadratum verum & affectum. Cubus verus & affectus. Quantitas rationalis & irrationalis quid.

§. 153. Kan aus einer gegebenen Zahl die Quadrat-Wurtzel genau gezogen werden, so heist sie ein vollkommenes Quadrat, wo nicht, ein unvollkommenes Quadrat. Kan aus einer gegebenen Zahl die Cubic-Wurtzel genau gezogen werden, heist sie eine vollkommene Cubic-Zahl, wo nicht eine unvollkommene Cubic-Zahl. Ueberhaupt heissen die Grössen, aus welchen eine verlangte Wurtzel genau kan gezogen werden, Rational-Grössen. Hingegen sind Irrational-Grössen, aus welchen eine verlangte Wurtzel nicht genau kan gezogen werden.

1. Zusatz.

§. 154. Dannenhero können wir aus einer gegebenen Irrational-Grösse die verlangte Wurtzel nicht anders als bey nahe finden (§. 16. Vor.).

2. Zusatz.

§. 155. Woraus es klar, daß wir in dem Calculo decimali die gegebene Irrational-Zahl in eine Decimal-Zahl verwandeln müssen, wenn wir die verlangte Wurtzel bey nahe suchen wollen (§. 26 §. 127. Siehe §. 106. A. M.). Da nun das Quadrat von $10 = 100$, und der Cubus von

10 = 1000 (§. 145.); so kan eine gegebene Quadrat-Zahl, wenn man 00, und eine gegebene Cubic-Zahl, wenn man 000 hinzusetzet, in eine Decimal-Zahl verwandelt werden (§. 129. 131.).

Willkührlicher Satz.

§. 156. Die Quadrat und Cubic-Zahlen von den §. 26. angenommenen Zeichen zeiget folgende Tafel.

Wurzeln	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cub. Zahl	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Zusatz.

§. 157. Hieraus ist es klar, 1) daß in dem Calculo decimali alle vollkommene Quadrat-Zahlen in 0. 1. 4. 5. 6. und 9. ausgehen. 2) Daß alle Zahlen, welche in 2. 3. 7. oder 8. ausgehen, keine vollkommene Quadrat-Zahlen sind.

Lehr-Satz.

§. 158. Eine vollkommene Quadrat-Zahl aus einer binomischen Wurzel hält in sich von der Rechten gegen die Lincke, 1) das Quadrat des kleinen Theils. 2) Das *factum* aus beyden Theilen zweymahl genommen. 3) Das Quadrat des grossen Theils. Natura quadrati perfecti.

Beweiß.

Es sey der grössere Theil a, der kleinere b, so ist die binomische Wurzel

dieſe mit ſich multiplicirt, giebt das

$$\begin{array}{rl} & a + b \\ & a + b \\ \hline & ab + b^2 \\ a^2 + & ab \\ \hline \end{array} \quad (\S.\ 80.)$$

Quadrat $a^2 + 2ab + b^2$ (§. 145. 148.

1. Anmerckung.

§. 159. Es ſey $a = 20$ $b = 3$, ſo iſt

Wurtzel

dieſe mit ſich multiplicirt giebt das

$$\begin{array}{rcl} 23 & = & a + b \\ 23 & & \\ \hline 9 & = & b^2 \\ 60 & = & ab \\ 60 & = & ab \\ 400 & = & a^2 \\ \hline \end{array}$$

Quadrat $529 = a^2 + 2ab = b^2$

2. Anmerckung.

§. 160. Eine jede polynomiſche Wurtzel kan in ei binomiſche Wurtzel verwandelt werden (§. 147.), folgli iſt dieſer Lehr-Satz von einer jeden Quadrat-Zahl zu b haupten. Es ſey z. E. $a = 230$ $b = 5$, ſo iſt

$$\begin{array}{rcl} 230 + 5 & = & a + b = 235 \\ 230 + 5 & & \\ \hline 25 & = & b^2 \\ 1150 & = & ab \\ 1150 & = & ab \\ 52900 & = & a^2 \\ \hline 55225 & = & a^2 + 2ab + b^2 \end{array}$$

Lehr-Satz.

Natura cubi perfecti.

§. 161. Eine vollkommene Cubic-Zahl vo einer binomiſchen Wurtzel hält in ſich von de

Rech

lichen gegen die Lincke 1) den *Cubum* des kleinern Theils. 2) Das dreyfache *Factum* aus dem Quadrat des kleinern Theils in den grössern Theil. 3) Das dreyfache *Factum* aus dem Quadrat des grössern Theils in den kleinern Theil. 4) Den *Cubum* des grössern Theils.

Beweiß.

Es sey der grössere Theil a, der kleinere b, so ist die binomische Wurtzel a + b dessen Quadrat

dieses mit der Wurtzel multipliciret	$a^2 + 2ab + b^2$	(§. 158.).
	$a + b$	(§. 80.).
giebt den	$a^2b + 2ab^2 + b^3$	
	$a^3 + 2a^2b + ab^2$	
Cubum	$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	(§. 145. 148.)

1. Anmerckung.

§. 162. Es sey a = 20 b = 3, so ist die Wurtzel 23, dessen Quadrat

dieses mit der Wurtzel multipliciret,	529	(§. 159.)
	23	
giebt den	9 =	b^3
	1560 =	$2ab^2+a^2b$
	180 =	ab^2
	10400 =	$2a^2b+a^3$
Cubum	12167 =	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

2. Anmerckung.

§. 163. Weil wir eine jede polynomische Wurtzel in eine binomische verwandeln können (§. 147.), so können wir auch durch diesen Lehr-Satz die Natur einer jeden vollkommenen Cubic-Zahl erklären. Es sey z. E.

a = 230, b = 5, so ist die Wurzel 230 + 5 = a
dessen Quadrat
dieses mit der Wurzel multipliciret, 5 5 2 2 5 (§. 164
2 3 5

macht den Cubum 1 2 9 7 8 7 5

Dessen Innhalt folgende Zergliederung deutlich darstellt

2 3 0 + 5 = a + b
2 3 0 + 5

2 5 = b^2
1 1 5 0 = ab
1 1 5 0 = ab
5 2 9 0 0 = a^2

5 2 9 0 0 + 2 3 0 0 + 2 5 = $a^2+2ab+b^2$
2 3 0 + 5

1 2 5 = b^3
1 1 5 0 0 = $2ab^2$
2 6 4 5 0 0 = a^2b
5 7 5 0 = ab^2
5 2 9 0 0 0 = $2a^2b$
1 2 1 6 7 0 0 0 = a^3

1 2 9 7 8 7 5 = $a^3+3a^2b+3ab^2+b$

Aufgabe.

§. 164. Eine gegebene Dignität einer Grö zu eine andere Dignität zu erheben. Z. den *Cubum* von a^2 zu finden.

Auflösung.

a. Soll es in der 16 Dignität erhoben $a^{2.16} = 48$

1) Multipliciret den gegebenen Exponent durch den Exponenten derjenigen Dignität, in w che die gegebene soll erhoben werden.

2) Di

2) Dieſes Factum ſetzet oben zur Rechten an der gegebenen Gröſſe, ſo habt ihr dieſe zur verlangten Dignität erhoben. Z. E. der Cubus von a^2 iſt a^6. Die Dignität n von a^m iſt a^{mn}.

Beweiß.

Sollt ihr den Cubum von a^2 finden, ſo ſollt ihr a^2 dreymahl in ſich ſelbſt multipliciren (§. 145.). Nun aber iſt $a^2 \cdot a^2 = a^4$, und $a^4 \cdot a^2 = a^6$ (§. 149.). Alſo iſt es klar, daß durch die gegebene Auflösung das verlangte könne gefunden werden.

Zuſatz.

§. 165. Sollt ihr demnach aus einer gegebenen Dignität der Gröſſe eine beſtimmte Wurtzel ziehen, ſo dividiret den Exponenten der gegebenen Dignität durch den Exponenten der beſtimmten Wurtzel, ſo habt ihr den Exponenten von der Wurtzel, welche ihr geſuchet (§. 107. A. M.). Z. E. $\sqrt[3]{a^6} = a^{6:3} = a^2$, $\sqrt[n]{a^{mn}} = a^{mn:n} = a^m$. $\sqrt[4]{a^{12}} = a^{12:4} = a^3$. $\sqrt[4]{a^{16}} = a^{16:4} = a^4$

Aufgabe.

§. 166. Aus einer gegebenen Zahl die Quadrat-Wurtzel zu ziehen. Extractio radicis quadrati.

Auflösung.

Erſter Fall. Wenn die gegebene Zahl eine vollkommene Quadrat-Zahl.

1) Theilet die gegebene Zahl von der Rechten gegen die Lincke in Claſſen, und gebet jeder Claſſe zwey Glieder.

2) Nehmet aus der Quadrat-Tafel (§. 156.) dasjenige Quadrat, welches der Zahl in der erſten Claſſe am nächſten kommt. Die Wurtzel von dieſem

sem Quadrate ist das erste Glied in der verlangten Wurtzel.

3) Das Quadrat von dieser Wurtzel subtrahiret von der Zahl in der ersten Classe, und die Differentz rechnet zur ersten Zahl in der folgenden Classe.

4) Mit dem Duplo der gefundenen Wurtzel dividiret die erste Zahl in der zweyten Classe. Der Quotient ist das andere Glied in der verlangten Wurtzel, welches ihr mit dem ersten also verbinden müsset, wie es die Bedeutung der Oerter erfodert.

5) Unter das andere Glied der zweyten Classe schreibet das Quadrat von diesem neuem Gliede der Wurtzel. Addiret solches in der geschriebenen Ordnung zu der Zahl, mit welcher ihr vorher dividiret, nachdem solche zuvor mit dem andern Gliede der Wurtzel ist multipliciret worden, und subtrahiret diese Summe von der Zahl, welche in der zweyten Classe stehet.

6) Bleibt eine Differentz, so nehmet solche wiederum zu der ersten Zahl in der folgenden Classe. Wenn ihr nun die gefundene Wurtzel als das erste Glied von der Wurtzel, welche zu suchen, annehmet, und alsdenn durch alle Classen, wie Reg. 4. und 5. ist vorgeschrieben worden, verfahret, so werdet ihr endlich die verlangte Wurtzel finden. Den Beweiß giebt der §. 158. und 160. (a)

Zweyter Fall. Wenn die gegebene Zahl eine unvollkommene Quadrat-Zahl.

1) Suchet die Wurtzel, so weit als es möglich ist; wie vorhin ist gewiesen worden.

2) Die Zahl, welche übrig bleibt, verwandelt in eine Decimal-Zahl (§. 155.). Und alsdenn verfahret wie zuvor, so werdet ihr endlich die verlangte Wurtzel also finden, daß der Unterscheid der gefundenen Wurtzel von der wahren unendlich klein sey. (b)

1. (a) An-

1. (a) Anmerckung.

§. 167. Damit ihr die vorgeschriebenen Regeln desto richter begreiffen könnet, so will ich solche so wohl mit einem allgemeinem als auch besonderm Exempel erläutern.

Reg. 1.	a^2	$+ 2ab + b^2$	$(a + b$
Reg. 2.	a^2		
Reg. 3.	0	$2ab + b^2$	
Reg. 4.		$2a$	
Reg. 5.		b^2	
Reg. 5.		$2ab + b^2$	
		0 0	

Reg. 1.	5	5 2 | 2 5	(2 + 5
Reg. 2.	4		
Reg. 3.	1 5 2		
Reg. 4.	4		
Reg. 5.	1 2 9		
Reg. 6.		2 3 2 5	
Reg. 4.		4 6	
Reg. 5.		2 5	
		2 3 0	
		2 3 2 5	
		0 0 0 0	

2. Anmerckung.

168. Wollt ihr wissen, ob ihr die wahre Wurtzel gefunden, so multipliciret die gefundene in sich selbst. Ist sie die wahre Wurtzel, so muß das gegebene Quadrat herauskommen (§. 145.).

3. (b) Anmerckung.

§. 169.

Reg. 1.

2 | 2 3 (1 4. 9 3
1 |
---
1 2 3
2
1 6
8
---
9. 6

Reg. 2.

2 7. 0 0
2 8
8 1
2 5 2
---
2 6. 0. 1

Reg. 1.

9 9. 6 0
2 9 8
---
8. 9. 4. 9
---
9 5 1 und so weiter

Aufgabe.

§. 170. Ein unvollkommen Quadrat zu ergänzen, oder das nächst gröste vollkommene Quadrat von dem gegebenem unvollkommenen Quadrat zu finden.

Auflösung.

1) Nehmet das Duplum von der gefundenen Wurtzel, und addiret Eins.

2) Von dieser Summe subtrahiret dasjenige was bey der Ausziehung der Wurtzel in der gegebenen Zahl übrig geblieben.

3) Die

3) Diese Differentz addiret zu der gegebenen unvollkommenen Quadrat-Zahl. Solche Summe ist das verlangte Quadrat.

Beweiß.

Es sey das unvollkommene Quadrat $a^2 + b$. So ist die Wurtzel a und b bleibt übrig (§. 166.). Diese Grösse subtrahiret von $2a + 1$, so entstehet $2a + 1 - b$ (§. 67.). Addiret zu dieser Differentz das gegebene unvollkommene Quadrat, so entstehet $a^2 + 2a + 1$ (§. 59.). Da nun die Quadrat-Wurtzel von dieser Summe $a + 1$ (§. 158.), so ist die Wahrheit der gegebenen Auflösung hinreichend bewiesen.

$2a+1-b$
a^2+b
a^2+2a+1

1. Anmerckung.

§. 171. Ihr sollt z. E. das Quadrat 223 ergänzen, also nehmet die Wurtzel 14 (§. 168.) zweymahl + 1.

$28 + 1 = 29$ Hiervon subtrahiret
27 den Rest

2. dieses addiret zu der gegebenen Quadrat-Zahl 223

225 dieses ist das verlangte Quadrat, dessen Quadrat-Wurtzel 15.

2. Anmerckung.

§. 172. Man kan auch unter gewissen Umständen durch Hülffe des §. 158. aus einer gegebenen Zahl ein vollkommenes Quadrat machen. Z. E. Es sey die gegebene Zahl

$a^2 + 2a$

so zeiget die Formul von dem Quadrat $a^2 + 2ab + b$, daß a das Duplum von dem zweytem Gliede der Wur-

Wurtzel sey, wenn die gegebene Zahl in ein völlig Quadrat sollte verwandelt werden. Daher ist d vollkommene Quadrat $a^2 + 2a + 1$, dessen Wurtzel $a + 1$.

Aufgabe.

Extractio radicis cubi.

§. 173. Aus einer gegebenen Zahl die Cubi Wurtzel zu ziehen.

Auflösung.

Erster Fall. Wenn die gegebene Zahl eine vol kommene Cubic-Zahl.

1) Theilet die gegebene Zahl von der Rechte gegen die Lincke in Classen, und gebet jeder Class drey Glieder.

2) Nehmet aus der Cubic-Tafel (§. 156. denjenigen Cubum, welcher der Zahl in der erste Classe am nächsten kommt. Die Cubic-Wurtze von dieser Zahl ist das erste Glied in der verlang ten Wurtzel.

3) Den Cubum von dieser Wurtzel subtrahire von der Zahl in der ersten Classe. Bleibet ein Differentz, so rechnet solche zur ersten Zahl in de folgenden Classe.

4) Mit dem Triplo von dem Quadrate der ge fundenen Wurtzel dividiret die erste Zahl in de zweyten Classe. Der Quotient ist das ander Glied in der verlangten Wurtzel, welches ihr mi dem ersten also verbinden müsset, wie es die Bedeu tung der Oerter erfodert.

5) Unter das erste Glied der zweyten Class schreibet das Factum aus dem Triplo des Quadrats des ersten Gliedes in das zweyte Glied der gefun denen Wurtzel. Unter das andere Glied dieser Classe schreibet das Factum aus dem Triplo des er sten Gliedes in das Quadrat des zweyten Gliedes der gefundenen Wurtzel. Und unter das letzte

Glied

Glied dieser Classe schreibet den Cubum von dem zweyten Gliede der gefundenen Wurtzel.

6) Addiret diese Facta, und alsdenn subtrahiret die gefundene Summe von der Zahl, welche in der zweyten Classe stehet.

7) Bleibt eine Differentz, so rechnet solche wiederum zu der ersten Zahl in der folgenden Classe. Wenn ihr nun die gefundene Wurtzel als den ersten Theil von der Wurtzel, welche zu suchen, annehmet, und alsdenn durch alle Classen nach der 4. 5. und 6ten Regel verfahret; so werdet ihr endlich die verlangte Wurtzel finden. Die Wahrheit dieser Auflösung bestätiget der §. 161. und 163. (a)

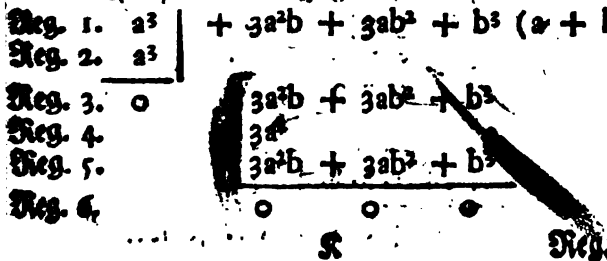
Zweyter Fall. Wenn die gegebene Zahl eine unvollkommene Cubic-Zahl ist.

1) Suchet aus der gegebenen Zahl die Cubic-Wurtzel, so weit als es möglich ist, wie vorhin ist gewiesen worden.

2) Die Zahl, welche übrig bleibet, verwandelt in eine Decimal-Zahl (§. 155.). Und alsdenn verfahret wie zuvor, so werdet ihr endlich die verlangte Wurtzel also finden, daß der Unterscheid der gefundenen Wurtzel von der wahren unendlich klein, folglich für nichts zu halten (§. 142. A. M.). (b)

1. (a) Anmerckung.

§. 174. Ich will auch diese Auflösung, um den Gebrauch der vorgeschriebenen Regeln deutlich zu machen, so wohl mit einem allgemeinem, als auch mit einem besonderm Exempel erläutern.



K Reg. 1.

Reg. 1. 1 2 | 9 7 7 | 8 7 5 (2 3 5
Reg. 2. 8 |
Reg. 3. 4 9 7 7
Reg. 4. (1 2)
Reg. 5. 3 6
5 4
2 7
Reg. 6. 4 1 6 7
Reg. 7. 8 1 0 8 7 5
(1 5 8 7)
Reg. 5. 7 9 3 5
1 7 2 5
1 2 5
Reg. 6. 8 1 0 8 7 5
0 0 0 0 0

2. (b) Anmerckung.

§. 175. Es sey z. E. aus 3. die Cubic-zahl zu ziehen
Reg. 1. 3 (1 4 4
1
Reg. 2. 2 0 0 0
(3)
1 2
4 8
6 4
1 7 4 4
2 5 6 0 0 0
(5 8 8)
2 3 5 2
6 7 2
6 4
2 4 1 9 8 4
1 4 0 1 6 und so weiter.

Aufgabe.

§. 176. Einen unvollkommenen *Cubum* zu ergänzen, oder den nechst-grösten vollkommenen *Cubum* von dem gegebenem unvollkommenem *Cubo* zu finden.

Auflösung.

1) Nehmet so wohl von der gefundenen Wurtzel, als auch von dem Quadrat dieser Wurtzel das Triplum, und addiret solche Summen

2) Von dieser Summe subtrahiret dasjenige, was bey der Ausziehung der Wurtzel übrig geblieben weniger Eins.

3) Diese Differentz und den gegebenen unvollkommenen Cubum addiret, so entstehet der verlangte Cubus.

Beweiß.

Es sey der unvollkommene Cubus $a^3 + b$, so ist die Wurtzel a, und b bleibt übrig (§. 173.). Das Triplum von der Wurtzel und dessen Quadrat ist $3a^2 + 3a$. Wenn von dieser Summe $b - 1$ subtrahiret worden, so entstehet $3a^2 + 3a - b + 1$ (§. 67.), u. wenn zu dieser Differentz der unvollkommene Cubus $a^3 + b$ addiret wird, so entstehet ein vollkommener Cubus $a^3 + 3a^2 + 3a + 1$ (§. 59. 161.), dessen Wurtzel $a + 1$ (§. 174.). Folglich ist dieser Cubus der verlangte.

1. Anmerckung.

§. 177. Ihr sollt z. E. den Cubum 3 ergäntzen, also nehmet die Wurtzel 1 (§. 175.) dreymahl, und das Quadrat von dieser Wurtzel auch dreymahl, also zusammen

6 Hiervon subtrahiret den Rest 2 — 1.
1

5 Hierzu addiret den gegebenen Cubum 3
3

8 Dieses ist der verlangte Cubus, dessen Wurtzel 2.

2. Anmerckung.

§. 178. Wenn ihr es genau überleget, wie ich diejenigen Regeln gefunden, nach welchen die Quadrat- und Cubic-Wurtzeln auszuziehen, und nach welchen unvollkommene Quadrat- und Cubic-Zahlen zu ergäntzen; so werdet ihr leicht begreiffen, wie auch diejenigen Regeln zu finden, nach welchen die Wurtzeln aus den höhern Potentzen zu ziehen, und nach welchen diese, wenn sie unvollkommen, zu ergäntzen. Ich könnte hier auch auf gleiche Art die übrigen figürlichen Zahlen beschreiben, wenn ich es nicht befürchten müste, daß dieses für Anfänger zu schwer, und wenn ich es nicht glaubte, daß mathematische Anfangs-Gründe ohne deren Erklärung vollständig könten begriffen werden. Von den Irrational-Gröſſen, wenn solche nach dem §. 152. sind bezeichnet worden, muß ich noch einige Eigenschafften beschreiben.

Aufgabe.

Arithmetica irrationalium.

§. 179. Aus einer Irrational-Gröſſe die vollkommene Wurtzel zu finden, welche in einem Theile derselben enthalten.

Auflösung.

Erster Fall. Wenn die Irrational-Gröſſe in ganzen Zahlen ist gegeben worden. Z. E. $\sqrt[3]{16}$. $\sqrt[3]{18}$.

1) Zerstreuet die Irrational-Zahl, welche unter dem Wurtzel-Zeichen stehet, in ihre Factores.

2) Wenn unter diesen eine vollkommene Zahl in der bestimmten Dignität, so ziehet daraus die verlangte Wurtzel, und schreibet solche vor dem Wurtzel-Zeichen.

3) Den

3) Den andern Factorem lasset unter das Wurtzel-Zeichen wie zuvor stehen, und verbindet solche mit der gefundenen Wurtzel durch das Zeichen der Multiplication. Z. E. $\sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{8,2} = 2\sqrt[3]{2}$. Ferner $\sqrt[3]{18} = \sqrt[3]{9,2} = 3\sqrt[3]{2}$.

Zweyter Fall. Wenn die Irrational-Grösse in allgemeinen Zeichen ist gegeben worden, deren Dignität durch unbestimmte Exponenten angezeiget. $\sqrt[m]{x^n y^m}$ (§. 148.).

1) Aus den Theilen der gegebenen Dignität ziehet nach dem §. 165. die verlangte Wurtzel, so weit als es möglich ist.

2) die gefundene Wurtzel schreibet vor dem Wurtzel-Zeichen, und mit dem übrigen verfahret wie in dem ersten Falle ist gewiesen worden. Zum Exempel:

$\sqrt[m]{x^n y^m} = x^{n:m}\, y^{m:m}$ (§. 165.). $y^{m:m} = y$.

Folglich $\sqrt[m]{x^n y^m} = y\sqrt[m]{x^n}$.

Zusatz.

§. 180. $\sqrt{8} = \sqrt{4,2} = 2\sqrt{2}$. $\sqrt{18} = \sqrt{9,2} = 3\sqrt{2}$. Folglich ist $2\sqrt{2} : 3\sqrt{2} = 2 : 3$ (§. 80. A. M.). Hieraus ist es zu begreiffen, wie Irrational-Grössen mit Rational-Grössen in eine Verhältniß zu bringen, woferne unter ihnen eine solche Verhältniß möglich.

Erklärung.

§. 181. Wenn die Exponenten der Wurtzel, welche aus gegebenen Irrational-Grössen zu ziehen, einerley, so wird gesaget, daß die gegebenen Irrational-Grössen von einerley Benennung. Z. E. $\sqrt[m]{x^n}$. $\sqrt[m]{y}$.

Aufgabe.

§. 182. Verschiedene Irrational-Grössen unter einerley Benennungen zu bringen.

Auflösung.

Wenn ihr aus einer Irrational-Grösse eine verlangte Wurtzel ziehen sollt, so wird der Exponent der Dignität ein Bruch, dessen Renner der Exponent der verlangten Wurtzel ist (§. 165.). Ihr werdet demnach verschiedene Irrational-Grössen unter einerley Benennung bringen, wenn ihr die Brüche, welche ihre Exponenten machen, unter einerley Benennung bringet (§. 112.). Z. E. $\sqrt[m]{x^n}$. $\sqrt[3]{y}$. sollen unter einerley Benennung gebracht werden, also schreibet $x^{n:m}y^{1:3}$ bringet diese Exponenten $\frac{n}{m}$ $\frac{1}{3}$ unter einerley Benennung $\frac{3n}{3m}$ $\frac{m}{3m}$, so sind die verlangten Irrational-Grössen, $x^{3n:3m}$ $y^{m:3m}$ = $\sqrt[3m]{x^{3n}}$. $\sqrt[3m]{y^m}$.

Aufgabe.

§. 183. Irrational-Grössen, die einerley Benennung haben, zu addiren, und von einander zu subtrahiren.

Auflösung.

1) Wenn ihr aus einem Theile der Irrational-Grössen die Wurtzeln gezogen, und unter dem Wurtzel-Zeichen einerley Grösse behalten (§. 179. 182.), so addiret oder subtrahiret die Grössen, welche vor dem Wurtzel-Zeichen stehen, und setzet bey diesen Grössen, welche herauskommen, das Wurtzel-Zeichen mit der Grösse, welche darunter stehet (§. 56. 65.). Z. E. $4\sqrt{2}+2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$. $6\sqrt{2}-4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

2) Sollten aber die Grössen unter dem Wurtzel-Zeichen nicht einerley seyn, so könnet ihr weder die Addi-

Addition noch Subtraction auf eine andere Art verrichten, als daß ihr solche durch den Gebrauch derjenigen Zeichen, welche dazu verordnet, zu erlernen gebet (§. 62. 91. A. M.). Z. E. ihr sollt $4\sqrt[3]{3}$ und $5\sqrt[3]{2}$ addiren, also schreibet $4\sqrt[3]{3} + 5\sqrt[3]{2}$. Ihr sollt ferner von $4\sqrt[3]{2}$ subtrahiren $2\sqrt[3]{2}$, also schreibet $4\sqrt[3]{2} - 2\sqrt[3]{2}$.

Anmerckung.

§. 184. Es erfodert die Absicht gegenwärtiger Schrifft, daß ich die erste Regel so wohl bey der Addition als auch Subtraction mit einem zusammengesetztem Exempel erläutere. Ihr sollt z. E. addiren $5a\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{3} + a\sqrt[m]{x}$ und $6\sqrt[3]{3} + a\sqrt[m]{2} + y\sqrt[m]{x} + 4\sqrt[3]{3}$, derowegen schreibet (§. 56.)

$$\begin{array}{l} 5a\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{3} + a\sqrt[m]{x} + 6\sqrt[3]{3} \\ a\sqrt[3]{2} \quad + y\sqrt[m]{x} + 4\sqrt[3]{3} \quad - \end{array}$$

so ist die Summe $6a\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{3} + (a+y)\sqrt[m]{x} - 2\sqrt[3]{3}$ (§. 59.)

Sollt ihr ferner von dieser Summe die letzte Grösse subtrahiren, schreibet (§. 65.).

$$\begin{array}{l} 6a\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{3} + (a+y)\sqrt[m]{x} - 2\sqrt[3]{3} \\ a\sqrt[3]{2} \quad + \quad y\sqrt[m]{x} + 4\sqrt[3]{3} \quad / \end{array}$$

so ist die Differ. $5a\sqrt[3]{2} + 4\sqrt[3]{3} + a\sqrt[m]{x} - 6\sqrt[3]{3}$ (§. 67.).

Aufgabe.

§. 185. Irrational-Grössen in einander zu multipliciren, und durch einander zu dividiren.

Auflösung.

1) Wenn die Irrational-Grössen von einerley Benennung, so dividiret und multipliciret solche durch einander, wie oben bey der Division und Multiplication ist gewiesen worden. Z. E. $\sqrt{3}, \sqrt{2} = \sqrt{6}$. $a\sqrt{x}, b\sqrt{y} = ab\sqrt{xy}$. $\sqrt{2}, \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$. $\sqrt{8} : \sqrt{2} = \sqrt{4} = 2$.

2) Wenn die Irrational-Grössen von verschiedener Benennung, so bringet solche unter einerley Benennung (§. 182.), und alsdenn verfahret wie zuvor. Z. E. $\sqrt[3]{2}, \sqrt[6]{4} = \sqrt[6]{2^3}, \sqrt[6]{4^2} = \sqrt[6]{(2^3+4)}$.

Anmerckung.

§. 186. Zur Deutlichkeit will ich auch dieses mit einem zusammengesetzten Zeichen erläutern.

Exempel aus der Multiplication.

$$\begin{array}{r} \sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \sqrt{3} - \sqrt{2} \\ \hline - \sqrt{6} - 2 \\ 3 + \sqrt{6} \quad \div \\ \hline 3 - 2 = 1 \end{array} \qquad (\S.\ 89.\ 179.)$$

Exempel aus der Division.

$$\begin{array}{l} \sqrt{15} - \sqrt{6} + \sqrt{12} \quad (\sqrt{5} = \sqrt{2} + \sqrt{3}) \\ \sqrt{3}\,\overline{)\sqrt{15}} \\ \quad 0 - \sqrt{6} + \sqrt{12} \\ \quad\quad - \sqrt{6} \\ \quad\quad\quad 0 + \sqrt{12} \\ \quad\quad\quad\quad 2\sqrt{3} = \sqrt{3,4} = \sqrt{12} \\ \quad\quad\quad\quad\quad 0 \end{array}$$

Die

Der 3. Abschnitt.

Von Erfindung der Gröſſen, wenn solche in einer Verhältniß betrachtet werden, durch das Calculiren.

Das 1. Capitel.

Von dem Nutzen des Calculiren bey Erfindung der Gröſſen, welche mit andern in einer gleichen Verhältniß stehen.

Erklärung.

§. 187.

Wenn gleiche Gröſſen durch verschiedene Zeichen ausgedrucket, und mit dem Zeichen der Gleichheit verbunden worden, so nennet man diesen Satz eine Gleichung. Z. E. $4+3-2=3$ $8=6+2$ $+2$. $a+b-x=m+n$. $a+b=x$. $a:b=c:x$ $x=\frac{b,c}{a}$ Aequatio.

Aufgabe.

§. 188. In einer gegebenen Gleichung den Werth einer Gröſſe durch Hülffe der übrigen, welche in der Gleichung zu finden, auszudrücken. Z. E. in der Gleichung $a+b-x=$ $5+4-3=$ $m+n$ den Werth von x durch a b m und n zu $6-3=3$. bestimmen.

Auflösung.

Weil ihr den Werth der einen Gröſſe, durch die übrigen, welche in der Gleichung enthalten, ausdrücken sollt, so müßt ihr diese also mit einander verbinden, daß sie eine Gröſſe machen, welche jener gleich (§. 45.). Daher wird es nöthig seyn,

daß ihr mit der gegebenen Gleichung eine solche Veränderung vornehmet, wodurch das Zeichen der Grösse, deren Werth zu bestimmen, auf einer Seite allein bleibet, und die übrigen Zeichen auf der andern Seite in einer solchen Ordnung mit einander verbunden werden, in welcher sie eine Grösse ausdrücken, welche jener gleich. Dieses zu bewerckstelligen merket folgende Regeln.

I. Wenn die Grösse, deren Werth ihr bestimmen sollt, in der gegebenen Gleichung in der ersten Dignität stehet, so suchet, ob auf dieser Seite die übrigen Grössen mit jener durch die Addition, oder durch die Subtraction, oder durch die Multiplication, oder durch die Division verbunden. Sind sie mit der Grösse, deren Werth ihr bestimmen sollt, verbunden

a) Durch die Addition, so subtrahiret solche von beyden Seiten, die Differentz giebt den verlangten Werth (§. 92. A. M.). Z. E.

$$\begin{array}{rl} & a + x + b = m + n \\ \text{subtr.} & a + b \\ \hline & x = m + n - a - b. \end{array}$$

b) Durch die Subtraction, so addiret solche zu beyden Seiten, die Summe giebt den gesuchten Werth der bestimmten Grösse (§. 63. A. M. und §. 92.). Z. E.

$$\begin{array}{rl} & x - a - b = m + n \\ \text{add.} & a + b \\ \hline & x = m + n + a + b. \end{array}$$

c) Durch die Multiplication, so dividiret mit diesen die Grössen auf beyden Seiten, so giebt der Quo-

Quotient den verlangten Werth (§. 111. 107. 1 M.). Z. E. *sie suchen nach den vorgegebenen Gesetz*

$$xa = ab + ac + m$$

div. a

$$x = b + c + m : a$$

d) Durch die Division, so multipliciret mit diesen Grössen auf beyden Seiten, das Factum giebt den verlangten Werth der bestimmten Grösse (§. 107. 78. A. M.). Z. E.

$$x : (a + b) = b + c.$$

mult. $a + b$

$$x = (b+c),(a+b) = ab + ac + b^2 + bc = ac + (a + b + c)b$$

II. Wenn die Grösse, deren Werth ihr bestimmen sollt, in der gegebenen Gleichung in einer erhabenen Dignität stehet, so bringet entweder die gantze Gleichung auf einen geringern Grad, welches geschehen kan theils durch die Division, z. E. ihr sollt in der Gleichung

$$y^3 + 2ay^2 = by^2$$ den Werth von y finden

div. y^2

$$y + 2a = b$$

subtr. $2a$

$$y = b - 2a.$$

theils durch die Ausziehung der Wurtzel. Z. E. ihr sollt in der Gleichung

$$y^4 + 2ay^3 = b^2y^2.$$ den Werth von y finden

div. y^2

$$y^2 + 2ay = b^2$$

addir. a^2 (§. 172.)

$$y^2 + 2ay + a^2 = b^2 + a^2$$

Extr.

Extr. die Quadrat-Wurtzel.

$y + a = \sqrt{(b^2 + a^2)}$ (§. 159. 167.

subtr. a

$y = \sqrt{(b^2 + a^2)} - a$

Oder bringet die Dignität, deren Wurtzel ihr bestimmen sollt, wie bey der ersten Regel ist gewiesen worden, auf der einen Seite, und alsdenn ziehet aus derselben die verlangte Wurtzel. Z. E. ihr sollt in der Gleichung

$x^3 + a + b = 2ab$ den Werth von x finden

subtr. $a + b$

$x^3 = 2ab - a - b$

Extr. die Cubic-Wurtzel.

$x = \sqrt[3]{(2ab - a - b)}$

1. Anmerckung.

§. 189. Wer die wahre Beschaffenheit dieser Regeln genau überleget, der wird solche in vorkommenden Fällen leicht genauer bestimmen können. Wenn z. E. in der Gleichung

$\sqrt{ax} = c + d$

der Werth von x zu finden, so werden obige Regeln uns unmittelbar lehren, daß man die gegebene Gleichung von dem Irrational-Ausdruck zuvor befreyen, (welches in diesem Fall, weil die Quadrat-Wurtzel auszuziehen, geschehen kan, wenn man beyde Seiten quadratisch multipliciret),

$ax = c^2 + 2cd + d^2$

und alsdenn beyde Seiten durch a dividiren müsse.

$x = (c^2 + 2cd + d^2) : a$

2. Anmerckung.

§. 190. Von den reinen und unreinen, vollständigen und unvollständigen und andern Gleichungen werde ich jetzo nichts ausführen, weil ich so schreiben muß, daß mein Vortrag von Anfängern könne verstanden und begriffen werden.

Das

Das 2. Capitel.

Von dem

Nutzen des Calculiren bey Erfindung der Grössen, welche in einer arithmetischen Verhältniß stehen.

Lehr-Satz.

§. 191.

In einer arithmetischen Progreßion ist die Summe von dem letzten und ersten Gliede gleich der Summe zweyer Glieder, welche von den äusserſten gleichweit abstehen.

Beweiß.

Weil die mittelſten Glieder von den äusserſten gleichweit abstehen, so sind dieſe Glieder in einer arithmetischen Proportion, in welcher das erſte und letzte Glied das erſte und letzte Glied aus der Progreßion, das zweyte und dritte Glied die gegebenen mittelſten Glieder (§. 48. 122. A. M.). Folglich muß auch die Summe von dem erſten und letzten Gliede gleich seyn der Summe zweyer Glieder, welche von dem äusserſten gleichweit abstehen (§. 130. A. M.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 192. Wenn die Anzahl der Glieder in der arithmetischen Progreßion ungerade, so ist die Summe der äusserſten Glieder gleich den doppelten mittelſten (§. 191.).

Anmerckung.

§. 193. Es sey das erſte Glied in der arithmetischen Progreßion = a und der Denominator = b (§. 122. A. M.), so ist die arithmetische Progreßion, wenn die Verhältniß von der kleinern Ungleichheit (§. 125. A. M.),

a . a + d . a + 2d . a + 3d . a + 4d . a + 5d. u. s. w.

Die

Die Summe von dem 1 und 6 Gliede = 2a + 5
" " " von dem 2 und 5 Gliede = 2a + 5
" " " von dem 3 und 4 Gliede = 2a + 5

Sind die Verhältnisse von der gröſſern Ungleichheit, ist die Progreßion

a a—d a—2d a—3d a—4d u. s. f.

Die Summe von dem 1 und 5 Gliede = 2a — 4
" " " von dem 2 und 4 Gliede = 2a — 4
Das doppelte mittelste Glied = 2a — 4

2. Zusatz.

Inuenire summam terminorum.

§. 194. Wenn demnach die Summe von dem ersten und letzten Gliede in einer arithmetischen Progreßion durch die halbe Anzahl der Glieder multipliciret wird, so muß die Summe aller Glieder entstehen. Z. E. 2a + 5d, 3 = 6a + 15 die Summe von allen Gliedern.

3. Zusatz.

Summam termini primi & vltimi.

§. 195. Und hieraus folget, daß die Summe des ersten und letzten Gliedes in der arithmetischen Progreßion entstehen müsse, wenn man die Summe aller Glieder durch die halbe Anzahl der Glieder dividiret (§. 107. A. M.).

Aufgabe.

Terminum vltimum.

§. 196. Aus dem ersten Gliede, *Denominatore* und der Anzahl der Glieder; oder aus dem ersten Gliede, *Denominatore* und Summe der Glieder das letzte Glied in der arithmetischen Progreßion zu finden.

Auflösung.

Erster Fall.

1) Multipliciret die Anzahl der Glieder weniger Eins mit dem gegebenen Denominatore.

2) Hierzu addiret das erste Glied, so ist diese Summe das letzte Glied (§. 193.). Z. E. das erste

erſte Glied ſey a, der Denominator d, die Anzahl der Glieder 6, ſo iſt das letzte Glied a + 5d.

Anderer Fall.

1) Nehmet das erſte Glied zweymahl, und ſubtrahiret von dieſer Summe den Denominatorem.

2) Von dieſer Differentz machet das Quadrat (§. 145.).

3) Mit dem Octuplo von dem Denominatore multipliciret die gegebene Summe der Glieder, und addiret zu dieſem Facto das zuvor gefundene Quadrat.

4) Ziehet aus dieſer Summe die Quadrat-Wurtzel (§. 166.).

5) Von dieſer Wurtzel ſubtrahiret den Denominatorem. Dieſe Differentz dividiret mit 2, ſo iſt der Quotient das verlangte letzte Glied in der arithmetiſchen Progreßion.

Beweiß.

Die Auflöſung des erſten Falls beſtätiget der §. 193. und die Wahrheit von der Auflöſung des andern Falls kan auf folgende Art eingeſehen werden. Es ſey das erſte Glied a, der Denominator d, und die Summe der Glieder 6a + 15d. (§. 193.). Nun verfahret nach den vorgeſchriebenen Regeln.

Reg. 1. $2a - d$

Reg. 2. $4a^2 - 4ad + d^2$

Reg. 3. $6a + 15d$ mit $8d$

$48ad + 120d^2$

$4a^2 - 4ad + d^2$

$4a^2 + 44ad + 121d^2$

Reg. 4.

Reg. 4. $V(4a^2 + 44ad + 121d^2) = 2a + 11d$
Reg. 5. $2a + 11d - d = 2a + 10d$
$(2a + 10d) : 2 = a + 5d$

Dieſes iſt das verlangte letzte Glied (§. 193.) W. Z. E. W.

Aufgabe.

Numerum terminorum.

§. 197. Aus dem erſten Gliede, dem *Denominatore* und der Summe der Glieder in der arithmetiſchen Progreßion die Anzahl der Glieder zu finden.

Auflöſung.

1) Suchet durch Hülffe der gegebenen Merckmahle das letzte Glied in der arithmetiſchen Progreßion (§. 196.).

2) Zu dieſem addiret das erſte Glied, und nehmet von dieſer Summe die Helffte.

3) Mit dieſer Helffte dividiret die gegebene Summe der Glieder in der arithmetiſchen Progreßion (§. 90.). Der Quotient iſt die verlangte Anzahl der Glieder.

Beweiß.

Es ſey das erſte Glied a, der Denominator d, und die Summe der Glieder $6a + 15d$, ſo iſt das letzte Glied $a + 5d$ (§. 196. 193.), folglich die Summe von dem erſten und letzten Gliede $2a + 5d$, deſſen Helffte $a + \frac{5d}{2}$. Wenn nun die gegebene Summe $6a + 15d$ mit dieſer Gröſſe dividiret worden, ſo iſt der Quotient 6, welches die verlangte Anzahl der Glieder (§. 193.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

Er denominatorem in progreſſione arithmetica.

§. 198. Wie in einer arithmetiſchen Progreßion der Denominator zu finden, ſolches lehret die Auflöſung in dem §. 132. A. M. Und alſo ſind die wichtigſten Aufgaben in einer arithmetiſchen Progreßion aufgelöſet worden. Deren Nutzen in den Vorleſungen erkläret werde.

Auf-

Aufgabe.

§. 199. Zwischen zwo gegebenen Zahlen die mittlere arithmetische Proportional-Zahl zu finden. Invenire mediam.

Auflösung.

1) Addiret die beyden gegebenen Glieder.

2) Die Summe dividiret durch 2. Der Quotient ist die verlangte mittlere Proportional-Grösse.

Beweiß.

Wenn das erste Glied zu dem dritten addiret worden, so ist die Summe die gedoppelte mittlere Proportional-Zahl (§. 130. 44. A. M.). Folglich ist der Quotient, welcher entstehet, wenn man diese Summe durch zwey dividiret, die verlangte mittlere Proportional-Grösse (§. 107. A. M.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 200. Wie in einer arithmetischen Proportion das erste, andere, dritte und vierte Glied zu finden, solches ist § 132. und 133. A. M. erkläret worden. Folglich habe ich auch die wichtigsten Aufgaben in der arithmetischen Proportion aufgelöset, und also meiner Absicht Genüge gethan. Primam, secundam, tertiam et quartam proportionalem in proportione arithmetica.

Das 3. Capitel.

Von dem Nutzen des Calculirn bey Erfindung der Grössen, welche in einer geometrischen Verhältniß stehen.

§. 201.

Lehr-Satz.

In einer geometrischen Progreßion ist das *Factum* aus dem ersten Gliede in das letzte gleich dem *Facto* der beyden Glieder, welche von den äussersten gleichweit abstehen.

Beweiß.

Es machen diese vier Glieder in der gesetzten Ordnung eine geometrische Proportion (§. 48. 122. A. M.). Da nun in einer geometrischen Proportion das Factum aus dem ersten Gliede in das vierte gleich dem Facto aus dem andern Gliede in das dritte (§. 130 A. M.), so müssen auch die bestimmten Facta einander gleich seyn. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 202. Es ist demnach in einer geometrischen Progreßion das Factum aus dem ersten Gliede in das letzte gleich dem Quadrat des mittelsten Gliedes, wenn die Anzahl der Glieder ungrade (§. 145.).

Anmerckung.

§. 203. Es sey das erste Glied in der geometrischen Progreßion a und der Exponent m, so ist die Progreßion, wenn die Verhältnisse von der kleinern Ungleichheit

term. 1 = a
expon = m
term. vtl = am^{n-1}
l. term = $3a^2m^5$

a am am^2 am^3 am^4 am^5 (§. 128. A. M.)

Das Factum aus dem 1 Gliede in das 6 = a^2m^5.
= = 2 Gliede in das 5 = a^2m^5
= = 3 Gliede in das 4 = a^2m^5

Summe aller Factorum Glieder = $3a^2m^5$

Wenn die Verhältniß von der grössern Ungleichheit

a a:m $a:m^2$ $a:m^3$ $a:m^4$ (128. A. M.)

Das Fact. aus dem 1 Gliede in das letzte = $a^2:m^4$
= = 2 Gliede in das 4 = $a^2:m^4$
(§. 149.)

Das Quadrat von dem mittelsten Gliede = $a^2:m^4$

Summe aller Factorum Glieder $3a^2:m^4$
(§. 116.).

2. Zu

2. Zusatz.

§. 204. Hieraus erhellet ferner, daß das letzte Glied in einer wachsenden geometrischen Progreßion das Factum aus dem ersten Gliede in diejenige Dignität als Exponenten, deren Exponent die Anzahl der Glieder weniger eins. Und daß das letzte Glied in der abnehmenden geometrischen Progreßion der Quotient, welcher entstehet, wenn man das erste Glied mit derjenigen Dignität des Exponenten dividiret, deren Exponent die Anzahl der Glieder weniger eins. Inuenire terminum vltimum.

Lehr-Satz.

§. 205. Wenn von vier Grössen das *Factum* der beyden mittelsten gleich dem *Facto* der beyden äussersten: so stehen diese vier Grössen wechselsweise in einer geometrischen Proportion.

Beweiß.

Nehmet an, daß aus diesen vier Grössen a b c d, das Factum aus a in d gleich dem Facto aus b in c. Multipliciret c und d durch a, so ist ac : ad = c : d (§. 80. 122. A. M.). Da nun ad = bc, so ist auch ac : bc = c : d (§. 5. A. M.). Indem ferner ac : bc = a : b (§. 113. 122. A. M.), so ist auch a : b = c : d (§. 40. A. M.). W. z. E. W.

1. Zusatz.

§. 206. Hieraus folget 1) daß sich in einer jeden geometrischen Progreßion die Summe aller Glieder weniger das letzte zu der Summe aller Glieder weniger das erste verhalte, wie sich verhält das erste Glied in der Progreßion zu das zweyte (§. 203.). D. E. $a + am + am^2 + am^3 + am^4 : am + am^2 + am^3 + am^4 + am^5 = a : am$.

2. Zusatz.

§. 207. 2) Daß sich in einer jeden geometrischen Progreßion der Exponent weniger Eins zu dem letztem Gliede weniger das erste verhalte, wie sich verhält Eins zu der Summe aller Glieder weniger das letzte (§. 203.). Z. E. $m-1 : am^5 - a = 1 : g + am + am^2 + am^3 + am^4$.

Aufgabe.

Summam terminorum.

§. 208. Aus dem erstem, andern und letztem Gliede einer geometrischen Progreßion die Summe aller Glieder zu finden.

Auflösung.

1) Multiplicirt das letzte Glied in das andere.

2) Von diesem Facto subtrahirt das Quadrat des ersten Gliedes.

3) Diese Differentz dividiret mit der Differentz des ersten und andern Gliedes. So ist der Quotient die verlangte Summe aller Glieder.

Beweiß.

Es sey die gesuchte Summe $= x$. Das erste Glied $= a$, das andere $= b$, das letzte $= c$ (§. 12.). So ist

$$x - c : x - a = a : b \quad (\S.\ 206.)$$

folglich

$$bx - ax = cb - a^2. \quad (\S.\ 130.\ A.\ M.)$$

div. $b - a$ (§. 188.)

$$x = (cb - a^2) : b - a \quad (\S.\ 90.).$$ W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 209. Aus dem erstem und letztem Gliede, wie auch dem Exponenten in einer geometrischen Progreßion die Summe aller Glieder zu finden.

Auf-

Auflösung.

1) Dividiret die Differenz des letzten und ersten Gliedes mit dem Exponenten der Progreßion weniger Eins.

2) Zu diesen Quotienten addiret das letzte Glied. Diese Summe ist die verlangte Summe der gegebenen Progreßion.

Beweiß.

Es ist $m - 1 : am^5 - a = 1 : a + am + am^2 + am^3 + am^4$ (§. 207.). Woraus folget, daß $am^5 - a = (a + am + am^2 + am^3 + am^4), m - 1$ (§. 130. A. M.). Und also ist $(am^5 - a) : m - 1 = a + am + am^2 + am^3 + am^4$ (§. 107. A. M.). Das ist die Summe aller Glieder weniger das letzte. Wenn man demnach das letzte Glied weniger das erste durch den Exponenten weniger Eins dividiret, und zu diesen Quotienten das letzte Glied addiret, so ist die Grösse, welche daher entstehet, die Summe aller Glieder in der gegebenen Progreßion. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 210. Aus diesem und dem vorhergehenden §. könnte leicht erkläret werden, wie eine unendliche Reihe solcher Grössen, welche in einer geometrischen Progreßion fortgehen, zu summiren, wenn nicht dasjenige, was hiervon ist erkläret worden, hinreichend, die Anfangs-Gründe der Mathematik zu erläutern.

Aufgabe.

§. 211. Aus dem erstem und letztem Gliede, wie auch dem Exponenten einer geometrischen Progreßion die Anzahl aller Glieder zu finden. Numerum terminorum.

Auflösung.

1) Dividiret das letzte Glied durch das erste.

2) Diesen Quotienten dividiret mit dem Exponenten. Diesen Quotienten dividiret abermahl mit dem Exponenten, und so weiter, bis der Quotient Eins wird.

3) Addiret zu der Zahl, welche andeutet, wie vielmahl ist dividiret worden, Eins, so ist diese Summe die verlangte Anzahl der Glieder.

Beweiß.

Wenn man das letzte Glied in der geometrischen Progreßion mit dem ersten Gliede dividiret, so ist der Quotient diejenige Dignität des Exponenten der Progreßion, deren Exponent die Anzahl der Glieder weniger Eins (§. 204.). Wenn demnach dieser Quotient auf vorgeschriebene Art ist dividiret worden, so ist die Zahl, welche andeutet, wie vielmahl ist dividiret worden, die Anzahl der Glieder weniger Eins (§. 145.). Und also entstehet die Anzahl der Glieder, wenn man zu jener Eins addiret. W. z. E. W.

Aufgabe.

Terminum primum. §. 212. Aus dem letztem Gliede, dem Exponenten und der Anzahl der Glieder einer geometrischen Progreßion das erste Glied zu finden.

Auflösung.

1) Erhebet den Exponenten der Progreßion zu derjenigen Dignität, deren Exponent die Anzahl der Glieder weniger Eins (§. 145.) ist.

2) Hiermit dividiret das letzte Glied, so ist der Quotient das erste Glied (§. 204.).

Aufgabe.

Terminos medios. §. 213. Aus dem erstem und letztem Gliede in einer geometrischen Progreßion so viele mittelere Proportional-Glieder zu finden, als man verlanget.

Auflösung.

1) Dividiret das letzte Glied mit dem ersten, so entstehet diejenige Dignität des Exponenten der Progreßion, deren Exponent die Anzahl der Glieder in der Progreßion weniger Eins (§. 204.). Derowegen.

2) Ziehet aus diesem Quotienten diejenige Wurtzel, deren Exponent die Anzahl der verlangten mittleren Glieder + Eins (§. 178.). Diese Wurtzel ist der Exponent in der Progreßion. Und also könnt ihr die verlangten Glieder finden (§. 128.).

Anmerckung.

§. 214. Wie der Exponent in einer geometrischen Progreßion zu finden, solches lehret der §. 122. A. M. Folglich habe ich alle Aufgaben, welche bey der geometrischen Progreßion vorkommen können, aufgelöset. Et exponentem in progressione geometrica.

Aufgabe.

§. 215. Zwischen zwo gegebenen Grössen die mittlere geometrische Proportional-Grösse zu finden. Invenire mediam proportionalem.

Auflösung.

1) Multiplicieret die beyden gegebenen Grössen durch einander.

2) Aus diesem Facto ziehet die Quadrat-Wurtzel (§. 166.), so habt ihr die mittlere Proportional-Grösse.

Beweiß.

Weil ihr die mittlere Proportional-Grösse verlanget, so ist die gegebene geometrische Proportion eine Proportio continua (§. 44. A. M.). Folglich das Factum aus dem ersten Gliede in das letzte, gleich dem Facto, welches entstehet, wenn man das mittelste Glied in sich selbst multipliciret (§. 130. A. M.), das ist, dem Quadrat der mittleren

Proportional-Gröſſe (§. 135.). Und also iſt dieſe mitt
lere Proportional-Gröſſe die Quadrat-Wurtzel au
dem beſtimmten Facto (§. 146.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

Et terminum primum, ſecundum, tertium & quartum in proportione geometrica.

§ 216. Wie in einer geometriſchen Proportion das erſt
zweyte, dritte und vierte Glied zu finden, ſolches lehret de
§ 135. A. M. Und alſo ſind auch alle Aufgaben, welche bey
einer geometriſchen Proportion vorkommen können, aufge
löſet worden. Deren Gebrauch in den Vorleſungen erklä
ret werde.

Erklärung.

Regulae proportionales quid.

§. 217. Proportional-Regeln werden diejenigen Sätze genennet, aus welchen zu erkennen, wie die Glieder in einer geometriſchen Proportion alſo können verändert werden, daß ſie proportional bleiben.

Aufgabe.

Inuenire rationum geometricarum ſymptomata.

§. 218. Alle mögliche Proportional-Regeln zu finden.

Auflöſung.

Wenn von vier Gröſſen das Factum der beyden äuſſerſten gleich dem Facto der beyden mittelſten, ſo ſtehen dieſe vier Gröſſen wechſelsweiſe in einer geometriſchen Proportion (§. 206.). Wenn demnach die vier Glieder in einer geometriſchen Proportion alſo verändert worden, daß nach geſchehener Veränderung das Factum aus dem erſtem Gliede in das letzte gleich dem Facto aus dem zweytem Gliede in das dritte, ſo giebt dieſe Veränderung eine Proportional-Regel (§. 217.). Auf eine ſolche Art können die Glieder in der gegebenen Proportion verändert werden.

I. Allein durch die Verwechſelung der Oerter, und zwar

A) alſo,

A) also, daß die Glieder in der Verhältniß stehen bleiben, in welcher sie vor der Verwechselung gestanden. Z. E.

a : am = b : bm
am : a = bm : b

Regula inversa.

B) daß ein Glied aus der ersten Verhältniß in der zweyten Verhältniß, und ein Glied aus der zweyten Verhältniß in der ersten Verhältniß zu stehen komme. Z. E.

a : am = b : bm
a : b = am : bm

Regula alternans.

Zusatz.

Folglich ist auch b : a = bm : am (A).

II. Durch Veränderung der Grössen, welche die bestimmten Glieder machen. Diese Grössen zu verändern nimmt man

A) nur diejenigen Grössen, welche in der gegebenen Proportion enthalten, und zwar

a) wird das eine Glied in der Proportion durch ein anders verändert

a) durch die Addition.

1) des ersten Gliedes zu dem andern Gliede. Z. E.

Regula composita.

a : am + a = b : bm + b

Zusatz.

Hieraus folget: a : b = am + a : bm + b (I. B)
am + a : a = bm + b : b (I. A)

2) des zweyten Gliedes zu dem ersten Gliede. Z. E.

a + am : am = b + bm : bm

Regula conuersa.

Zusatz.

Folglich ist auch a + am : b + bm = am : bm (I. B).
am : a + am = bm : b + bm (I. A.).

b) durch die Subtraction.

1) Des ersten Gliedes von dem zweyten Gliede.

a : am — a = b : bm — b

Zusatz.

Und also ist auch a : b = am — a : bm — b. (I. B.)

am — a : a = bm — b : b (I. A.)

ferner

am + a : bm + b = am — a : bm — b (Zus. II. N. a. 1. und §. 40. A. M.)

am — a : bm — b = am : bm (Zus. II. N. a. 2.)

2) Des zweyten Gliedes von dem ersten Gliede.

a — am : am = b — bm : bm

Zusatz.

Woraus klar, daß a — am : b — bm = am : bm (I. B.)

am : a — am = bm : b — bm (I. A.)

ferner

a — am : b — bm = am : a — bm (Zus. II. N. b. 1.)

a — am : b — bm = am + a : bm + b (l. c.)

Und so weiter.

Die Multiplication und Division geben in diesem Fall keine besondere Proportional-Regeln. Denn oder man verändert die Glieder in der Proportion durch sich selbst. Will man in der gegebenen Proportion nur ein einziges Glied durch sich selbst verändern, so werden die Grössen in keiner Proportion bleiben. Folglich müssen mehrere Glieder auf bestimmte Art verändert werden. Und zwar

a) alle vier, welche die gegebene Proportion machen.

1) durch die Addition

a + a : am + am = b + b : bm + bm.

Zu

Zusatz.

Es ist demnach auch

$$am + am : a + a = bm + bm : b + b \text{ (I. A.)}$$

und

$$a + a : b + b = am + am : bm + bm \text{ (I. B.)}$$

2) durch die Subtraction:

$$a - a : am - am = b - b : bm - bm$$

3) durch die Multiplication

$$a^2 : a^2m^2 = b^2 : b^2m^2$$

4) durch die Division

$$\frac{a}{a} : \frac{am}{am} = \frac{b}{b} : \frac{bm}{bm}$$

b) Diejenigen Grössen, welche in den beyden Verhältnissen der bestimmten Proportion einerley Oerter einnehmen

1) durch die Addition.

$$a + a : am = b + b : bm$$

$$a : am + am = b : bm + bm$$

2) durch die Subtraction.

$$a - a : am = b - b : bm$$

$$a : am - am = b : bm - bm$$

Aus der Multiplication und Division können in diesem Fall keine besondere Proportional-Regeln gefolgert werden.

B. Andere Grössen, welche nicht in der gegebenen Proportion enthalten. Auf diese Art können verändert werden

a. Alle Grössen, welche in der gegebenen Proportion enthalten, und zwar

a) mit einerley Grösse,

1) Weil die Addition und Subtraction
diesem Fall kein Grund von einer beso
dern Proportional-Regel
durch die Multiplication

a : amc = bc : bmc

2) durch die Division

a. am b bm
— : — = — : —
c c c c

b) mit verschiedenen Grössen, und zwar

a) alle mit verschiedenenen Grössen, da
welchen nemlich diese Eigenschafft b
kannt, daß sie in einer geometrische
Proportion stehen.

1) Weil auch in diesem Fall kein
Proportional-Regeln aus der Addi
tion und Subtraction folgen
durch die Multiplication. Z. E.

am : am = b : bm
c : cn = p : pn

Folglich

ac : amcn = bp : bmpn Siehe §. 120. A. M

2) durch die Division Z. E.

a : am = b : bm
c : cn = p : pn

Folglich

a : am = b : bm
— : — = — : —
c : cn = p : pn

β) Diejenigen Glieder, welche in den
Verhältnissen der gegebenen Propor
tion in einerley Oerter stehen, mit
einerley Grössen: und diejenigen Glie
der, welche in den bestimmten Verhält
nissen in verschiedenen Oertern stehen,
mit verschiedenen Grössen.

a : b = m : n
b : c = R : S
c : d = x : y
a : d = mRx : nSy.

1) Weil

1) Weil auch in diesem Falle aus der Addition und Subtraction keine Proportional-Regeln folgen, durch die Multiplication. Z. E.

a : am = b : bm
c p c p

ac : amp = bc : bm

2) Durch die Division.

a : am = b : bm
c p c p

a am b bm
— : — = — : —
c p c p

3. Etliche Glieder aus der gegebenen Proportion, (zumal die Veränderung eines einzigen Gliedes, die Proportion der Glieder aufhebet) welche

a) in den Verhältnissen der gegebenen Proportion in einerley Oerter stehen. (Sollten die Glieder, welche zu verändern, in verschiedenen Oertern der bestimmten Verhältnissen stehen, so wird eine jede Veränderung die Proportion der Glieder zernichten), mit einerley Grösse (denn sollten diese Grössen verschieden seyn, so wird folgen, was zuvor ist erinnert worden).

1) Weil auch hier die Veränderung der Glieder durch die Addition und Subtraction der Proportion der Grössen zuwieder, durch die Multiplication. Z. E.

a : am = b : bm
c c

ac : am = bc : bm

Fer-

Ferner

$$a : am = b : bm$$
$$c \qquad c$$

$$a : amc = b : bmc$$

2) Durch die Division

$$a : am = b : bm$$
$$c \qquad c$$

$$\frac{a}{c} : am = \frac{b}{c} : bm$$

Ferner

$$a : am = b : bm$$
$$c \qquad c$$

$$a : \frac{am}{c} = b : \frac{bm}{b}$$

b) in einer von denen Verhältnissen, welche die gegebene Proportion machen, enthalten. Will man diese Glieder der bestimmten Verhältniß durch verschiedene Grössen ändern, so wird die Proportion der Grössen zernichtet werden. Folglich kan diese Veränderung nur mit einer Grösse geschehen, und zwar, weil auch in diesem Fall durch die Addition und Subtraction keine Proportion entstehet

1) durch die Multiplication. Z. E.

$$a : am = b : bm$$
$$c \quad c$$

$$ac : amc = b : bm$$

2) durch

2) durch die Division. Z. E.

$$a : am = b : bm$$
$$c \quad c$$

$$\frac{a}{c} : \frac{am}{c} = b : bm$$

Anmerckung.

§. 219. Wollt ihr hier dasjenige anwenden, was in der Vernunfft-Lehre von der Verbindung der Begriffe ausgeführet, und mit diesem den Lehr-Satz, welchen in dem Anfang des §. 40. A. M. bewiesen, verknüpffen; so werdet ihr mit leichter Mühe noch einige Proportional-Regeln entdecken können, welche in den zuvor erklärten enthalten.

$$\frac{a}{c} : \frac{am}{c} = b : bm \quad (\text{II.B.2.b.2.})$$

$$a : am = b : bm \quad (\text{I.})$$

Folglich §. 40. A. M.

$$a : am = \frac{a}{c} : \frac{am}{c}$$

Folglich

$$a : \frac{am}{c} = am : \frac{a}{c} \quad (\text{I.B.})$$

Ferner

$$a : b = amc : bmc \quad (\text{II. B. 2. a. 1. und n. I. B.})$$

$$a : b = am + am : bm + bm \quad (\text{II. A. 2. b. 1. und n. I. B.})$$

Folglich

$$am + am : bm + bm = amc : bmc$$

(§. 40. A. M.)

$$am + am : amc = bm + bm : bmc$$

(I. B.) und so weiter.

2. Anmerckung.

§. 220. Aus dem, was bishicher von der geometrischen Proportion ist abgehandelt worden, kan dasjenige leicht verstanden werden, was in der gemeinen Rechenkunst gelehret wird.

1) Von der *Regula de Tri directa*, nach welcher die vierte Proportional-Gröſſe zu suchen.

a : c = b : x

2) Von der *Regula de Tri indirecta*, nach welcher die andere und dritte Proportional-Gröſſe zu suchen

a : c = x : b

Diese ist leicht in jene zu verwandeln.

c : a = b : x

3) Von der *Regula composita*, die zur Auflösung der Aufgabe der Regula de Tri directa mehr als einmahl anzuwenden. Z. E. 300 Thlr. tragen in 2 Jahren 36 Thlr. Interesse. Es wird gefraget, wieviel tragen 20000 Thlr. in 12 Jahren. Suchet zuerst, wieviel Interesse tragen 20000 Thlr in 2 Jahren. Und alsdann könnt ihr durch die Verhältniß der Zeiten das verlangte finden.

4) Von der Regula sacietatis, wo der Gewinn oder der Verlust nach Proportion der Einlage zu berechnen.

Die gantze Einlage : den Theil der Einlage = der gantze Gewinn : den Theil des Gewinns, der auf jenen Theil der Einlage fällt.

5) Von der Regula mixtionis, wo die Proportion der Theile in Beziehung auf ein bestimmtes Gantze 6 zu berechnen.

100 ℔ vermischte Dinge : 6 ℔ eines bestimmten Theils = 40 ℔ von der ersten Vermischung : x

6) Von den Vielheiten in der Anwendung der Regel de Tri.

Diese faßt in dem vorkommenden Falle

a) quaestionem proportionis, wo man vieles mit vielem vergleichet.

3 : 12 = 5 : x

Hier suchet den Exponenten, in dem ihr entweder das andere oder das dritte Glied durch das erste dividiret. Mit diesem multipliciret in dem ersten Fall das dritte, in dem andern das andere Glied. Das factum ist x und so weiter.

b) quae-

b) quaeſtionem multiplicationis, wo man eins mit vielem vergleichet

1 : 6 = 7 : x

Hier ſind die Vortheile der Multiplication zu gebrauchen.

c) quaeſtionem diuiſionis, wo man vieles mit einem vergleichet

5 : 1 = 12 : x

Hier ſind die Vortheile der Diviſion anzuwenden.

Das 4. Capitel.

Von den LOGARITHMIS.

Erklärung.

§. 221.

Aus dem bis hieher erklärten folget, daß es leichter groſſe Zahlen zu addiren, als durch einander zu multipliciren; groſſe Zahlen von einander zu ſubtrahiren, als mit einander zu dividiren. In einer arithmetiſchen Progreßion wird dasjenige Glied durch die Addition und Subtraction gefunden, was in der geometriſchen durch die Multiplication und Diviſion zu ſuchen (§. 136. A. M.). Dieſes hat verurſachet, daß man eine arithmetiſche Progreßion geſuchet, deren Glieder ſich auf die Glieder einer geometriſchen Progreßion alſo beziehen, daß dieſe durch jene können gefunden werden. Die Glieder aus einer ſolchen arithmetiſchen Progreßion werden von denen in der geometriſchen, auf welche ſie ſich beziehen, *Logarithmi* genennet. Logarithmi.

Anmerckung.

§. 222. Es ſey z. E. die geometriſche Progreßion

1 . 2 . 4 . 8 . 16 . 32 . 64 . 128 . 256 . 512

die arithmetiſche

0 . 1 . 2 . 3 . 4 . 5 . 6 . 7 . 8 . 9

So iſt 0 der Logarithmus von 1. 1 der Logarithmus von 2. 2 der Logarithmus von 4. Und ſo weiter.

Logarithmum der gegebenen Gröſſe mit dem Exponenten der Dignität dividiren. Z. E. $\frac{1}{2}$ Logarithmus von 9 = Logarithmus von 3. $\frac{1}{2}$ Logarithmus von 256 = Log. von 16. $\frac{1}{4}$ Logarithmus von 16 = Log. von 2. Ferner Logarithmus 1,3 = Log. von 2 u. ſ. w.

Willkührlicher Satz.

§. 227. Nehmet mit *Nepern* und *Briggen* eine geometriſche Progreßion, in welcher das erſte Glied Eins, und der Exponent 10. Und auf dieſe Glieder beziehet die Zahlen aus einer arithmetiſchen Progreßion, deren erſtes Glied 0, und *Denominator* 1. Damit ihr nun aus dieſer Progreßion die *Logarithmos* von den mittlern Zahlen zwiſchen den Gliedern der geometriſchen Progreßion finden könnet, ſo verwandelt die Glieder in der arithmetiſchen Progreßion in Decimal-Zahlen (§. 130.). Z. E.

Geom. Prog.	1	10	100
Log.	0,00000000	1,00000000	2,00000000
	1000		
	3,00000000		

Aufgabe.

§. 228. Den *Logarithmum* von einer mittlern Zahl zwiſchen den Gliedern der beſtimmten geometriſchen Progreßion zu finden. Z. E. den *Logarithmum* von 8.

Auflöſung.

Der Begriff von der geometriſchen Progreßion lehret uns, daß es unmöglich ſey die Logarithmos

mos von den bestimmten mittleren Zahlen genau zu finden. Daher müssen wir es dabey bewenden lassen, wenn wir solche bey nahe, das ist, also bestimmen, daß der Unterscheid des wahren Logarithmi von dem gefundenen unendlich klein (§. 15. Vor.). Dieses zu erhalten, so verwandelt

1) Die Glieder in der geometrischen Progreßion, zwischen welchen diejenigen Zahl stehet, deren Logarithmum ihr suchen wollt, in Decimal-Zahlen (§. 130.). Als in dem gegebenen Fall substituiret für 1 und 10. 1,0000000 und 10.0000000.

2) Suchet zwischen 1.0000000 und 10.0000000 die mittlere geometrische Proportional-Zahl (§. 215.). Von dieser ist der Logarithmus die mittlere arithmetische Proportional-Zahl zwischen den Logarithmum von 1. und von 10 (§. 225. und §. 199.).

3) Wenn die gefundene mittlere geometrische Proportional-Zahl von der gegebenen 8. um ein merckliches unterschieden, so suchet wie zuvor zwischen dieser und 10.0000000 die mittlere geometrische Proportional-Zahl, und von dieser den Logarithmum.

4) Verfahret ferner wie zuvor, bis ihr in der geometrischen Progreßion eine Zahl findet, deren Unterscheid von der gegebenen 8 unendlich klein. So ist der Logarithmus von dieser Zahl der verlangte Logarithmus von 8.

Zuſatz.

§. 229. Der dritte Theil von dem gefundenen Logarithmo von 8 iſt der Logarithmus von 2 (§. 225.). Das Duplum von dieſem Logarithmo iſt der Logarithmus von 4 (§. 226.). Das Quadruplum des Logarithmi von 2, oder das Duplum des Logarithmi von 4 iſt der Logarithmus von 16. und ſo weiter.

Anmerckung.

§ 230. Den Gebrauch der Logarithmorum lehret die Abſicht, warum ſie ſind erfunden worden (§. 221.), wovon zu ſeiner Zeit mehr.

ELEMENTA GEOMETRIAE

Oder

Erste Gründe

der

Wissenschafft

Die Gröſſe in der Ausdehnung der Dinge zu finden.

Erſte Gründe der GEOMETRIE.

Der 1. Abſchnitt.

Von den Verſchiedenen Arten und Eigenſchafften der Ausdehnung, welche bey Erfindung ihrer Gröſſe zu unterſcheiden ſind.

Erklärung.

§. 1.

In einer Ausdehnung ſind die Theile alſo neben einander, daß man den einen auſſer dem andern gedencken kan (§. 11. Vor.). Geſchiehet dieſes nur auf eine einfache Art, ſo heiſt die Ausdehnung eine Länge, geſchiehet es auf eine zwiefache Art, eine Breite, auf eine dreyfache Art, eine Dicke. Species extenſi.

Erklärung.

§. 2. Eine Länge ohne Breite und Dicke heiſt eine Linie, Und das erſte was ſich in der Linie gedencken läſt, wird ein Punct genennet. Linea & punctum quid.

1. Zuſatz.

§. 3. In einer Ausdehnung können Theile von einander unterſchieden werden (§. 1.). Folglich

ist der Punct keine Ausdehnung und also auch keine Linie (§. 2.).

2. Zusatz.

§. 4. In einer jeden Ausdehnung, welche wir empfinden, können wir die Länge, Breite und Dicke unterscheiden. Woraus klar, daß wir weder eine Linie noch einen Punct anders als mit dem Verstande gedencken können (§. 2. 3.).

Lehr-Satz.

Definitio genetica linearum.

§. 5. Wir haben hinreichenden Grund, die Linie als eine Ausdehnung zu gedencken, welche durch die Bewegung eines Punctes entstanden.

Beweiß.

Wollen wir unsere Aufmercksamkeit auf solche Dinge richten, welche nicht anders als durch den Verstand zu gedencken, so erfodern die Gesetze der Vernunft-Lehre, daß wir von denselben Zeichen setzen, welche mit ihnen eine Aehnlichkeit haben. Siehe artem meam inueniendi P. I. §. 10. ff. Folglich müssen wir auch in der Geometrie etwas sinnliches setzen, dessen Anblick uns Gelegenheit geben kan eine Linie, das ist, eine Länge ohne Breite zu gedencken (§. 2. 4.). Bewegen wir eine Feder von einem Ort nach dem andern, so beschreiben wir mit derselben eine Länge (§. 1.), in welcher wir sinnlich keine Breite wahrnehmen, wenn wir die Feder so scharf als möglich gespitzet. Und also ist klar, daß wir durch diese Bewegung ein vollkommenes Zeichen der Linie beschrieben. Dieses giebt einen hinreichenden Grund zu behaupten, daß wir eine Linie gedencken können als eine Ausdehnung, welche durch die Bewegung eines Punctes entstanden (2. 3.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 6. Es kan demnach durch eine jede wohlgeschärffte Spitze eine Linie beschrieben werden. Dieses ist der Grund von verschiedenen Instrumenten, welche eine Linie zu beschreiben, verfertiget worden. Das wichtigste unter allen ist die Reiß-Feder, welche Leupold in seinem Theatro Arithm. Geom. p. 154. ff. umständlich beschrieben. In den Fürlesungen werde zeigen:

1) Wie Linien auf dem Felde abzustechen.

2) Wie Linien auf Materialien zu beschreiben, aus welchen man etwas nach Linien verarbeiten will.

Zusatz.

§. 7. In einer Bewegung, für sich betrachtet, können wir nichts als die Geschwindigkeit, und die Gegend, wornach sich Dinge bewegen, das ist, die Direction unterscheiden. Die Geschwindigkeit macht bey der Beschreibung der Linien keinen Unterscheid. Folglich ist der Unterscheid der Linien, für sich betrachtet, durch den Unterscheid der Direction, in welcher sich die Puncte bewegen, zu bestimmen (§. 5.).

Erklärung.

§. 8. Wenn durch die Bewegung des Puncts eine Linie beschrieben wird, so behält entweder der Punct in dieser Bewegung einerley Direction, oder es wird dessen Direction verändert. Ist das erste, so wird die Linie eine gerade, und ist das zweyte, eine krumme Linie genennet.

Diuersitas linearum in se spectatarum determinatur.

1. Zusatz.

§. 9. Alle gerade Linien, für sich betrachtet, sind von einerley Art. Krumme Linien sind von verschiedener Art, wenn die Veränderungen in der Direction der Bewegungen, wodurch sie beschrieben worden, unterschieden (§. 1. Vor.).

2. Zusatz.

§. 10. Zwischen zween Puncten kan nur eine gerade Linie seyn (§. 8. 3.).

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 11. Alle Dinge, welche aus ähnlichen Stücken auf einerley Art gezeuget werden, sind ähnliche Dinge.

Beweiß.

In einem Dinge, für sich betrachtet, kan nichts unterschieden werden als dasjenige, woraus es gemacht, und die Art und Weise, wie es daraus gemacht. Hieraus ist klar, daß zwey Dinge einerley Merckmahle haben, wenn sie aus ähnlichen Stücken auf einerley Art gezeuget worden (§. 3. 5. A. M. Und hieraus folget, daß sie ähnliche Dinge (§. 5. A. M.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 12. Alle Puncte sind einander ähnlich (§ 2. 3. und §. 5. A. M.). Alle gerade Linien werden aus Puncten auf einerley Art gezeuget (§. 8.). Folglich sind alle gerade Linien einander ähnlich (§. 11.).

2. Zusatz.

§. 13. Ein jeder ausgedehnter Theil in der geraden Linie, ist eine gerade Linie (§. 2. 8.). Und also ist auch in einer geraden Linie ein jeder ausgedehnter Theil der ganzen ähnlich (§. 12.).

Erklärung.

§. 14. Wenn zwey Dinge also neben einander, daß zwischen ihnen noch andere können gesetzet werden, so wird gesaget, daß sie in einer gewissen Entfernung neben einander. Und diese Entfernung wird durch die kürzte Linie, welche von dem einen Dinge nach das andere zu ziehen, bestimmet.

Zusatz.

§. 15. Wenn man demnach von dem einen Dinge nach das andere eine gerade Linie ziehet, so bestim-

bestimmet diese die Entfernung der Dinge (§. 8.). Folglich ist A von B so weit entfernet, als A von C, wenn die gerade Linie von A nach B gleich der geraden Linie von A nach C (§. 5. A. M.). 1. 1.

Erklärung.

§. 16. Wenn der Punct, indem er eine Linie beschreibet, seine Direction verändert, so bleibet er entweder beständig in einerley Entfernung von einem angenommenem Punct, oder er ändert auch diese Entfernung. Ist das erste, so wird die krumme Linie die Circul-Linie genennet. Diuersitas curuarum determinatur.

1. Zusatz.

§. 17. Dannenhero wir eine Circul-Linie beschreiben, wenn wir eine gerade Linie A C um einen festen Punct C bewegen (§. 15. 16.). 1. 2.

Anmerckung.

§. 18. In den Fürlesungen werde erklären:

1) Die verschiedenen Arten von Instrumenten, welche man bey Beschreibung der Circul-Linien gebrauchet, und welche überhaupt Zirckel genennet werden. Welche von Leupold im Theatro Arithmetico-Geometrico c. 19. umständlich sind beschrieben worden.

2) Wie Circul-Linien auf dem Papier, auf dem Felde, und auf Materialien, aus welchen nach einer Circul-Linie etwas zu verfertigen, zu beschreiben.

2. Zusatz.

§. 19. Alle Circul-Linien sind einander ähnlich (§. 12. 16. 11.), also ein Kreis, sondern jeder ganze Circul-Kreis ohne periphetie

Erklärung.

§. 20. Der Punct C, um welchen sich die gerade Linie, wenn ein Circul soll beschrieben werden, beweget, heisset der Mittel-Punct (Centrum). Die gerade Linie C A, welche sich um den Mittel-Punct Partes in circulo distinguendae explicantur. 1. 2.

Punct beweget, oder die Grite desjenigen Punct welcher die Circul-Linie beſchreibet, von dem u beweglichen Punct, um welchen ſich jener beweg (§. 16. 17.), wird der Halbmeſſer, (Semidiam ter oder Radius) genennet. Wenn von einc Punct in der Circul-Linie nach einen andern ei gerade Linie gezogen wird, ſo heiſt diſe die Seh (Chorda, Subtenſa). Und zwar der Durchmeſſ (Diameter), wenn dieſe Linie durch den Mitt Punct des Circuls gehet B D. Gehet aber die gerade Linie nicht durch den Mittel-Punct des Ci culs, z. E. von E nach F, ſo wird ſie ſchlechthin d Sehne genennet.

Zuſatz.

§. 21. Aus dieſen Begriffen folget unmittel bar:

1) Daß alle Radii des Circuls einander gleich und ähnlich (§ 16. und §. 7. A. M.).

2) Daß der Diameter des Circuls das Duplum von dem Radio (§ 21. A. M.).

Erklärung.

Diuerſitas linearum quae inde oritur, ſi altera ad alteram refertur. Lineae inde ſunt vel parallelae vel inclinantes.

§. 22. Wenn man eine Linie in Anſehung einer andern betrachtet, ſo unterſuchet man entweder, wie ſich dieſe Linien zu einander verhalten, oder man unterſuchet dasjenige, was in der Lage, in welcher ſie mit einander verknüpffet, zu unterſcheiden. Was von dem erſten überhaupt zu ſagen, ſolches kan aus dem, was in den vorigen Theilen von der Verhältniß ausgeführet, vollſtändig begriffen werden; und was hievon insbeſondere zu mercken, das muß ich in dem folgenden, wenn es die Gründe erlauben, beſtimmen. Sehen wir auf das zweyte, ſo haben die Linien entweder eine ſolche Lage gegen einander, in welcher ſie beſtändig einerley Weite behalten, oder ſie verändern in derſelben ihre Entfernung. Iſt das erſte, ſo werden die

die Linien Parallel-Linien genennet: und ist das andere, so wird gesagt, daß sich die eine Linie zu der andern neige.

1. Zusatz.

§. 23. Wodurch demnach zwo Linien also zu beschreiben, daß sie in einerley Entfernung fortgehen, dadurch können Parallel Linien beschrieben werden.

2. Zusatz.

§. 24. Hieraus folget 1) daß zwo Linien, welche mit einer dritten parallel, Parallel-Linien (§. 63. A. M.). 2) Daß Parallel-Linien, wenn sie auch unendlich fortgezogen werden, niemals zusammen stossen können.

Anmerckung.

§. 25. Das Zeichen, womit ausgedrücket wird, daß zwo Linien Parallel-Linien, ist ∥. Z. E. wenn die Linie A B und C D parallel, schreibet A B ∥ C D. So auch M N ∥ L O. In den Fürlesungen werde zeigen: I. 3. 4.

1) Die Beschaffenheit des Instruments, womit Parallel-Linien beschrieben werden, welches man das Parallel-Linial nennet, wovon umständlich zu lesen, Leupold im Theatro Arithmetico Geometrico. §. 308 ff.

2) Wie Parallel-Linien so wohl auf dem Papier zu beschreiben, als auch auf dem Felde abzustechen, und in den Wäldern auszuhauen.

Erklärung.

Inclinatio linearum est vel obliqua vel perpendicularis

§. 26. Wenn sich eine Linie zu der andern neiget, so sind die Neigungen auf beyden Seiten entweder gleich oder ungleich. Ist jenes, so wird die Neigung perpendicular oder senckrecht, ist dieses, eine schiefe Neigung genennet.

Erklärung.

Inde oriuntur anguli. I. 5.

§. 27. Wenn die eine Linie A B, welche sich nach der andern C D neiget, so weit verlängert wird, bis sie diese Linie in einem Punct berühret, so wird diese Neigung der Linie ein Winckel genennet. Der Punct A, in welchem sich diese Linien berühren

ren, heiſt die Spitze (Vertex) des Winckels. Die beyden Linien AB und CD, oder AB und AD, welche ſich in einem Punct berühren, werden die Schenckel (Crura) des Winckels genennet.

Zuſatz.

§. 28. Je gröſſer demnach die Oefnung in der Neigung, in welcher ſich zwo Linien berühren, deſto gröſſer iſt der Winckel (§. 3. Vor.).

Anmerckung.

§. 29. Einen Winckel benennet man entweder mit dem Buchſtaben, welcher bey der Spitze des Winckels geſetzet. Z. E. der Winckel A. Oder, um Verwirrung zu vermeiden, mit den drey Buchſtaben, welche bey den Spitzen der Schenckel und der Spitze des Winckels ſtehen, ſo, daß dieſer in der Mitten ſtehet. Z. E. der Winckel CAB und der Winckel BAD. Oder weil auch dieſe Benennung offtmahls unbequem, mit einem kleinen Buchſtaben, welcher in der Oefnung des Winckels geſchrieben wird. Z. E. der Winckel x und der Winckel y.

Erklärung.

Qui vel recti vel obliqui, qui iterum vel acuti vel obtuſi.

§. 30. Die Neigung, in welcher eine Linie die andere berühret, iſt entweder perpendicular oder ſchief (§. 26.). Iſt das erſte, ſo macht ſie einen rechten Winckel, wenn nemlich beyde Linien, welche auf beſtimmte Art einander berühren, gerade Linien. Alle Winckel, welche nicht rechte Winckel, ſind ſchiefe Winckel. Und zwar iſt ein ſpitziger Winckel, welcher kleiner als ein rechter y: ein ſtumpffer Winckel, welcher gröſſer als ein rechter (§. 11. A. M.). Z. E.

1 6 7 m und n ſind rechte Winckel. x und y ſind ſchiefe Winckel, und zwar iſt x ein ſtumpffer, und y ein ſpitziger Winckel.

Zuſatz.

1 6 §. 31. Wenn demnach eine gerade Linie CD auf einer andern AB perpendicular ſtehet, ſo machet jene auf beyden Seiten m und n rechte Winckel.

An-

Anmerckung.

§. 32. Hieraus folget die Natur desjenigen Instruments, welches der Winckel-Hacken, das Winckel-Eisen, Winckel-Maaß (Norma) genennet wird, welches man bey Beschreibung der rechten Winckel, und Perpendicular-Linien gebrauchet. Siehe Leupold im Theatro Arithm. Geometrico §. 345. Wovon in den Fürlesungen umständlich reden, und dabey zugleich zeigen werde, wie Perpendicular-Linien auf dem Papier zu zeichnen, und auf dem Felde abzustechen.

Erklärung.

§. 33. Winckel, welche in einer Spitze zusammenstossen, und einen Schenckel mit einander gemein haben, werden *Anguli contigui* genennet. Z. E. x und y, m und n, a und b sind Anguli contigui. Winckel, welche in einer Spitze zusammen stossen, und deren Schenckel in einem fortgehen, sind Vertical-Winckel. Z. E. x und o, n und y sind Vertical-Winckel. Anguli contigui & verticales quid.

1.
5.
6.
7.
8.

Zusatz.

§. 34. Anguli contigui, welche auf einer geraden Linie stehen, sind zusammengenommen so groß als zween rechte Winckel (§. 33. 31. und §. 5. A. M.).

Erklärung.

§. 35. Wenn Linien also zusammenstossen, daß alle ihre äusserste Puncte berühret werden, so wird gesaget, daß sie einen Raum einschliessen. Und ein solcher von Linien eingeschlossener Raum heist eine Figur. Figura quid.

1. Zusatz.

§. 36. Zwo gerade Linien, können keinen Raum einschliessen (§. 8.), folglich auch keine Figur machen.

2. Zusatz.

§. 37. In einer jeden Figur können wir die Länge und Breite von einander unterscheiden (§. 1.). Da nun aber in derselben keine Dicke (§. 35. 2. 1.);

so ist eine mathematische Figur eine Ausdehnung i der Länge und Breite ohne Dicke. Eine solche Au dehnung wird eine Fläche genennet. Was der nach von mathematischen Figuren bewiesen wird, s ches ist auch von den eingeschlossenen Flächen zu h haupten; weil solche Flächen und mathematische F guren einerley.

3. Zusatz.

§. 38. Aus dem Begriffe von einer mathema schen Figur folget ferner, daß der Unterscheid d Figuren aus den Linien, welche den Raum einschliesse und aus der Beschaffenheit der Winckel, welche sie d durch bestimmen, zu folgern (§. 35. 27.).

Erklärung.

Quae ratione linearum a) vel rectilineae vel curui-lineae.

§. 39. Bey den Linien, welche einen Raum ei schliessen, können wir die Beschaffenheit, die Grö Anzahl, und ihre Lage unterscheiden. In Ansehu der Beschaffenheit, sind diese Linien entweder gera oder krumme Linien (§. 8.). Ist das erste, werden die Figuren geradlinigte, und ist das a dere, krumlinigte Figuren oder Flächen genenn Diese bekommen ihre Benennung von den krumm Linien, welche den Raum einschliessen. Daher Raum, welchen eine Circul-Linie einschliesset (§. 1 ein Circul genennet wird.

Erklärung.

a) vel aequilaterae vel inaequilateraeQua ratione simul explicatur, quid Partes homologae

§. 40. In Ansehung der Grösse sind die Lini welche den Raum einschliessen, entweder gle oder ungleiche Linien, das erste macht gleichsei und das zweyte ungleichseitige Figuren. D von einerley Art, welche in verschiedenen Fig einerley Lage haben, werden in denselben gle nahmichte Theile genennet. Also sind Fig. 9. 10. Tab. 1. AB und ab. AC und ac.

und ob gleichnahmigte Seiten, und die Winckel A und a. B und b. C und c gleichnahmigte Winckel. Wenn man eine Figur in Ansehung einer andern von ihrer Art betrachtet, so sind die gleichnahmigten Seiten in diesen Figuren entweder einander gleich oder nicht. Ist jenes, so werden sie unter sich gleichseitige, und ist dieses, unter sich ungleichseitige Figuren genennet. in figuris, & figurae aequilaterae vel inaequilaterae inter se.

1. Zusatz.

§. 41. Figuren, welche unter sich gleichseitige, können für sich betrachtet ungleichseitige, und welche unter sich ungleichseitige, können für sich betrachtet gleichseitige Figuren seyn. e.g. in relatione ad se.

2. Zusatz.

§. 42. Wenn alle Seiten einer Figur Radii von einem Circul, so ist diese Figur eine gleichseitige (§. 21. 40.).

Erklärung.

§. 43. Betrachten wir die Anzahl der Linien, welche einen Raum einschliessen, so wird die Figur, wenn der Raum von drey Linien eingeschlossen, ein Triangel, wenn er von vier Linien eingeschlossen, eine vierseitige, und wenn er von mehreren Linien eingeschlossen worden, eine vielseitige Figur genennet. Woraus leicht zu begreiffen ist, was ein Fünff-Eck, Sechs-Eck, und so weiter. 3) vel trilaterae, vel quatrilaterae vel polygonae.

Erklärung.

§. 44. Ist der Triangel eine gleichseitige Figur, so heist er ein gleichseitiger Triangel, ist er aber eine ungleichseitige Figur, ein ungleichseitiger Triangel (§. 40.). In diesem sind entweder noch zwo Seiten einander gleich, oder alle Seiten sind in demselben ungleiche Linien. Ist jenes, so heist er ein gleichschenckliger Triangel, ist dieses, so wird Triangulum est vel aequilaterum, vel aequicrurum, vel scalenum.

er ins beſondere ein ungleichſeitiger Triangel g
nennet.

Anmerckung.

§. 45. In den Fürleſungen werde durch Hülffe des §. 4
36. und 17. erklären, wie aus drey gegebenen Linien e
Triangel, aus zwey gegebenen Linien ein gleichſchencklig
Triangel, und aus einer gegebenen Linie ein gleichſeitig
Triangel, ſo wohl auf dem Papier zu zeichnen, als auch a
dem Felde abzuſtechen.

Lehr-Satz.

§. 46. In jedem Triangel ſind zwo Seiten zu
ſammengenommen gröſſer als die dritte. Z. E. A
+ AC > BC. Ferner AB + BC > AC AC + C
> AB.

Beweiß.

Zwo Seiten in einem Triangel ſind entweder zu
ſammengenommen der dritten gleich, oder ſie ſin
kleiner, oder auch gröſſer als die dritte (§. 5. 11. A. M
Iſt AB + AC = BC, ſo kan BC für AB + AC
Anſehung der Gröſſe ſubſtituiret werden (§. 5. A. M.
Will man demnach den äuſſerſten Punct von AC in
und von AB in B legen, ſo können dieſe beyde Linien in
nicht wieder zuſammen ſtoſſen, und alſo auch kein
Raum einſchlieſſen (§. 35.). Kan dieſes nicht geſch
hen, ſo iſt es vielweniger möglich, daß drey Linien ein
Raum einſchlieſſen, wenn AB + AC < BC. Folgli
müſſen in einem jeden Triangel zwo Seiten zuſam
mengenommen gröſſer als die dritte ſeyn (§. 43.
W. Z. E. W.

Erklärung.

4) vel parallelogramma vel trapezia.

§. 47. Wollen wir den Unterſcheid der Figure
in Anſehung der Lage, in welcher die Linien de
Raum einſchlieſſen, beſtimmen: ſo entſtehet hieraus
beſondere Arten der vierſeitigen Figuren. In dieſe
ſind

sind die entgegengesetzten Linien entweder Parallel-linien oder nicht. Ist jenes, so werden sie *Parallelogramma* genennet, und wenn dieses, *Trapezia*.

Erklärung.

§. 84. Bis hieher von dem Unterscheid der Figuren in Ansehung der Linien. Wollen wir den Unterscheid der Figuren durch die Eigenschafften der Winckel bestimmen (§. 38.), so werden wir genöthiget die Grösse der Winckel von der Art derselben zu unterscheiden (§. 28. 30.). In Ansehung des ersten Punkts sind die Winckel in einer Figur entweder gleiche oder ungleiche Winckel. Ist jenes, so wird die Figur eine gleichwincklichte, und ist dieses, eine ungleichwincklichte Figur genennet. Woraus leicht zu begreiffen ist, was Figuren, welche unter sich gleichwincklicht, oder ungleichwincklicht (§. 40.).

Figurae rationes angulorum sunt 1) vel aequiangulae, vel inaequiangulae.

Erklärung.

§. 49. Figuren, welche gleichseitige (§. 40.) und gleichwincklichte (§. 48.), werden reguläre Figuren genennet. Die übrigen, welche nicht beyde Eigenschafften haben, heissen irreguläre Figuren. Dieses giebt zugleich den Begriff von einem regulären und irregulären Vier-Eck, Fünf-Eck, Sechs-Eck, und so weiter bestimmen (§. 43.).

Erklärung.

§. 50. Soll die Art der Winckel in einer Figur bestimmet werden, so sind solche entweder rechte Winckel oder schiefe (§. 30.). Das erste verursacht, daß wir die Figuren rechtwincklichte, und das andere, daß wir solche schiefwincklichte Figuren nennen.

2) vel rectangulae vel obliquangulae.

Erklärung.

Species Triangulorum ratione angulorum.

§. 51. Ein Triangel wird in Anſehung der Winckel rechtwincklicht (Triangulum rectangulum) genennet, wenn in ihm ein rechter Winckel: Z. E. Fig. 11. Tab. I. ſtumpfwincklicht (Triangulum obtuſangulum), wenn in ihm ein ſtumpffer Winckel: Z. E. Fig. 12. Tab. I. ſpitzwincklicht (Triangulum acutangulum), wenn in ihm alle drey Winckel ſpitzig: z. E. Fig. 10. Tab. I. (§. 30.).

Erklärung.

Partes Trianguli rectanguli.

§. 52. In einem rechtwincklichten Triangel werden die Linien, welche den rechten Winckel ſchlieſſen AC. AB. die *Catheti*, und die Linie CB. welche dem rechten Winckel entgegen geſetzet, wird die *Hypothenuſa* genennet.

Anmerckung.

§. 53. In den Fürleſungen will durch den Gebrauch der §. 28. 32. 21. und 35. erklären, wie dieſe Triangel ſo wohl auf dem Papier zu beſchreiben, als auch auf dem Felde abzuſtechen.

Erklärung.

Ex combinatione affectionum figurarum hactenus explicatarum oriuntur: Quadratum, Oblongum ſeu Rectangulum, Rhombus & Rhomboides.

§. 54. Verbindet die Eigenſchafften der Figuren, welche ich bis hieher erkläret, nach den Geſetzen, welche ich in meiner via ad veritatem §. 336. und folgenden vorgeſchrieben habe, ſo werdet ihr noch verſchiedene Arten von Figuren gedencken können, von welchen folgende beſonders zu mercken. Ein Viereck, welches gleichſeitigt und rechtwincklicht (§. 40. 50.), heiſt ein Quadrat. Fig. 13. Tab. I. Ein Viereck, welches gleichſeitigt und ſchiefwincklicht, eine Raute *Rhombus* Fig. 14. Tab. I. Ein Viereck, welches rechtwincklicht und alſo ungleichſeitig, daß nur die entgegengeſetzten Seiten einander gleich, ein *Rectangulum* Fig. 15. Tab. I. Und ein Viereck, welches ſchief

winckligt und also ungleichseitig, daß nur die entgegengesetzten Seiten einander gleich, wird ein *Rhomboides* genennet. Fig. 16. Tab. I.

Anmerckung.

§. 55. In den Fürlesungen will ich zeigen, wie diese Vierecke so wohl auf dem Papier zu zeichnen, als auf dem Felde abzustechen.

Erklärung.

§. 56. Der unterste Theil einer Figur wird ihre *Basis* genennet. Der Winckel, welcher der Basi entgegen gesetzet, heist die Spitze (*Vertex*) der Figur. Die Perpendicul-Linie, welche aus der Spitze der Figur auf die Basin gezogen wird, heist die Höhe der Figur. Z. E. In Fig. 11. Tab. I. sey AB die Basis, so ist CA die Höhe. Fig. 9. Tab. I. sey AC die Basis, so ist BD die Höhe. Fig. 12. Tab. I. sey AB die Basis, so ist CE die Höhe. Die gerade Linie, welche in einer Figur aus der Spitze eines Winckels nach der Spitze eines entgegengesetzten Winckels ist gezogen worden, wird die Diagonal-Linie genennet. Z. E. AD in Fig. 13. und AC in Fig. 14. Nonnullas partes in figuris distinguendæ explicantur.

1. Zusatz.

§. 57. Weil die Lage einer Figur nicht nothwendig ist, so kan man eine jede Seite in der Figur als die Basin annehmen. Woraus es klar, daß eine Figur verschiedene Höhen haben könne.

2. Zusatz.

§. 58. Die jedes Vier-Eck, Fünff-Eck, Sechs-Eck, und so weiter, kan durch die Diagonal-Linie in Triangel getheilet werden, so, daß die Anzahl der Triangel um zwey weniger, als die Anzahl der Seiten, welche die Figur eingeschlossen (§. 46. 43.)

5. Zusatz.

§. 59. Dieses verursachet, daß wir gestehen müssen, eine jede geradlinigte Figur könne durch Hülffe der Triangel gezeichnet werden.

Anmerckung.

De geneſi figurarum hactenus explicatarum.

§. 60. Von verschiedenen Lehrern der Mathematik wird behauptet, daß man eingeschlossene Flächen gedencken könne, als wenn sie aus der Bewegung einer Linie entstanden. Ich gestehe, daß dieses bey verschiedenen Figuren möglich. Z. E. ein Circul entstehet, indem sich eine gerade Linie um einen vesten Punct beweget (§. 16. 39.). Ein Quadrat entstehet, indem sich eine gerade Linie an einer andern, welche ihr gleich, perpendicular beweget (§. 54. 26.). Ein Rhombus entstehet, indem sich eine gerade Linie an einer andern, welche ihr gleich, schieff beweget (§. §. cit. cit.). Ein Rectangulum entstehet, indem sich eine gerade Linie an einer andern, welche gröſſer oder kleiner als jene, perpendiculär beweget (§. §. cit. cit.). Ein *Rhomboides* entstehet, indem sich eine gerade Linie an einer andern, welche gröſſer oder kleiner als jene, schieff beweget (§. §. cit cit.). Wollte ich aber bejahen, daß alle Figuren durch die Bewegung einer Linie entstehen, so müste nicht ohne Grund befürchten, daß man mir alle Triangel, und alle reguläre und irreguläre Viel-Ecke entgegen setzte. Daher werde ich genöthiget, die Frage: Wie kan der Ursprung von den eingeschlossenen Flächen gedacht werden? also zu beantworten, daß man diejenigen, welche durch die Bewegung einer Linie entstehen können, von denen unterscheiden müsse, welche nur dadurch entstehen, indem man andere Flächen nach gewissen Linien, und nach gewissen Winckeln schneidet.

Erklärung.

Corpus mathematicum quid.

§. 61. Bis hieher habe ich den Unterscheid eingeschlossener Flächen erkläret. Wenn eingeschlossene Flächen einen Raum einschliessen (§. 35.); so bekommen wir einen Begriff von der Ausdehnung in die Länge, Breite und Dicke (§. 1.). Und dieses ist die Erklärung eines mathematischen Cörpers.

Zusatz.

§. 62. Der Unterscheid der Körper muß aus der Beschaffenheit der Flächen, welche den Raum einschliessen, und aus der Art und Weise, wie sie den Raum einschliessen, gefolgert werden.

Erklärung.

§. 63. Sehen wir auf die Beschaffenheit der Flächen, welche durch die Einschliessung des Raums einen Körper machen, so sind solche entweder geradlinichte oder krumlinichte Flächen (§. 39.). Und also können auch die Körper vermöge dieser Eintheilung der Flächen in geradlinichte und krumlinichte Körper eingetheilet werden.

Quod ratione figurarum, quæ spatium terminant 1) vel rectilineum vel curuilineum.

Erklärung.

§. 64. Wenn ferner die Flächen, welche einen Körper einschliessen, gleiche und reguläre Figuren (§. 49.) von einerley Art, so heist der Körper regulär. Die übrigen Körper werden überhaupt irreguläre Körper genennet. Der reguläre Körper heist das *Tetraedrum*, wenn der Raum von vier gleichseitigen Triangeln eingeschlossen. Das *Octaedrum*, wenn der Raum von acht gleichseitigen Triangeln eingeschlossen. Das *Icosaedrum*, wenn der Raum von zwantzig gleichseitigen Triangeln eingeschlossen. Das *Dodecaedrum*, wenn der Raum von zwölff regulären Fünff-Ecken eingeschlossen.

2) vel regulare vel irregulare.

Anmerckung.

§. 65. Uebereile dich nicht, geneigter Leser, urtheile nicht, als wenn ich hier wider die Gesetze der Lehr-Art gehandelt, indem ich den gleichseitigen Triangel als eine reguläre Figur angenommen, da doch noch nicht ist bewiesen worden, daß alle Winckel in einem solchen Triangel einander gleich, welches ein nothwendiges Stück einer regulären Figur (§. 49.). Ich glaube nicht, daß es von grosser Wichtigkeit, wenn wir diese vier Arten von regulären

Körpern genau unterſuchen. Daher habe ich nur bey dieſer Gelegenheit die Begriffe von dieſen anzeigen wollen.

Erklärung.

Ratione modi, quo figurae ſpatium terminant. 1) vel ſphaera vel non.

§. 66. Wollen wir den Unterſcheid der Körper durch die Art und Weiſe, wie die Flächen den Raum einſchlieſſen, unterſuchen: ſo werden wir finden, daß dieſe entweder in einem fortgehen, oder daß ſie in gewiſſe Winckel zuſammenſtoſſen. Iſt das erſte, ſo ſind entweder alle Puncte in der äuſſerſten Fläche des Körpers von deſſen Mittel-Punct gleichweit entfernet, oder dieſe Entfernungen ſind unterſchieden. Wenn jenes, ſo heiſt der Körper eine Kugel. Wenn dieſes, ſo entſtehen verſchiedene Arten von Körpern, von welchen ich einige, deren Erkenntnis Anfängern nöthig iſt erklären werde.

1. Zuſatz.

§. 67. Hieraus iſt es klar, 1) daß eine Kugel beſchrieben wird, wenn ſich ein halber Circul um ſeinen Diameter herum beweget (§. 39. 20.).

2. Zuſatz.

§. 68. 2) Daß alle Kugeln einander ähnlich (§. 11. 19.).

3. Zuſatz.

§. 69. 3) Daß alle gerade Linien, welche aus dem Mittel-Punct der Kugel nach ihrer äuſſerſten Fläche oder Peripherie gezogen werden, einander gleich (§. 21.). Dieſe Linien werden die *Radii* der Kugel genennet.

4. Zuſatz.

§. 70. 4) Daß alle gerade Linien, welche von einem Punct in der Peripherie der Kugel nach einen andern Punct in der Peripherie durch den Mittel-Punct der Kugel gezogen werden, einander gleich

(§. 21.

(§. 21. und §. 22. A. M.). Eine solche Linie wird die *Axis* der Kugel genennet.

5. Zusatz.

§. 71. 5) Daß alle Durchschnitte, welche in einer Kugel mit der Axi parallel geschehen, Circul-Flächen (§. 16. 39. 22.).

Erklärung.

§. 72. Stossen die Flächen, welche den Raum einschliessen, in gewissen Winckeln zusammen, so machen sie entweder lauter rechte oder schiefe Winckel (§. 30.). Ist jenes, so werden die Körper rechtwincklichte, und wenn dieses, schiefwincklichte Körper genennet. 2) vel rectum vel obliquum.

Erklärung.

§. 73. Aus der Art und Weise, wie die Flächen einen Raum einschliessen, kan noch ein anderer Unterscheid der Körper gefolgert werden. Der Raum wird entweder also eingeschlossen, daß alle Durchschnitte, welche mit der Basi parallel geschehen, einander gleich. Einen Körper von dieser Art werde ich einen gleichdicken Körper nennen. Oder der Raum wird also eingeschlossen, daß diese Durchschnitte nicht alle einander gleich. Ein Körper von dieser Art soll ein ungleichdicker Körper heissen. Und zwar ein spitzer Körper, wenn die Durchschnitte, welche mit der Basi parallel geschehen, immer kleiner werden, also, daß die gerade Linie, welche von der Spitze des Körpers nach einen Punct in der Peripherie der Grund-Fläche gezogen wird, alle Peripherien der Durchschnitte in einem Puncte berühret. 3) vel aequisolidum, vel inaequisolidum, vel acutum.

Zusatz.

§. 74. Wir haben demnach Grund zu gedencken, daß ein gleichdicker Körper entstehet, wenn sich eine ebene

ebene Fläche an einer geraden Linie parallel beweget (§. 73. und §. 7. A. M.). Geschiehet diese Bewegung perpendiculär, so entstehet ein rechtwincklichter gleichdicker Körper (§. 72. 30.). Solte aber diese Bewegung eine schiefe Bewegung seyn, so wird auch dadurch ein schiefwincklichter gleichdicker Körper entstehen (§. §. cit. cit.).

Erklärung.

Ex combinatione affectionum corporum hactenus explicatorum oriuntur:
1) prismata recta & obliqua.

§. 75. Verbindet die Eigenschafften der Körper, welche ich bis hieher erkläret habe, nach den Gesetzen der Vernunfft-Lehre: Siehe viam ad veritatem §. 336. und folg. so werdet ihr noch verschiedene Arten von Körpern bestimmen können, von welchen folgende besonders zu mercken. Gleichdicke Körper, welche von geradlinichten Figuren eingeschlossen, werden *Prismata* genennet, und zwar rechtwincklichte, wenn die Körper rechtwincklicht; schiefwincklichte, wenn die Körper schiefwincklicht (§. 71.).

Zusatz.

§. 76. Es entstehet demnach ein Prisma, wenn sich eine geradlinichte Fläche an einer geraden Linie parallel beweget (§. 74.). Von dem Unterschiede dieser geradlinichten Fläche, welche die Grund-Fläche des Körpers machet, bekommen die Prismata ihre Benennung. Woraus es leicht zu begreiffen, was ein dreyeckichtes, viereckichtes, fünfeckichtes u. s. w. *Prisma*.

Erklärung.

Inter illa referri debet cubus & parallelepipedum

§. 77. Ein viereckichtes rechtwincklichtes Prisma, welches von gleichen Quadraten (§. 54.) eingeschlossen, heist ein Würffel. Und ein viereckichtes rechtwincklichtes Prisma, welches von Rectangulis eingeschlossen, wird ein *Parallelepipedum* genennet.

1. Zu

1. Zusatz.

§. 78. Ein Würffel ist ein regulärer Körper (§. 64.).

2. Zusatz.

§. 79. Den Ursprung vom rechtwincklichten Prismate (§. 76. 75.) bestimmet genauer durch die Begriffe des Würffels und des Parallelepipedi (§. 77.); so werdet ihr auch dieser Körper Ursprung begreiffen.

Erklärung.

§. 80. Ein gleichdicker Körper, dessen Grund-Fläche ein Circul, heist ein *Cylinder* oder eine Walze. Und zwar ein rechtwincklichter *Cylinder*, wenn der Körper rechtwincklicht; ein schieffwincklichter *Cylinder*, wenn der Körper schieffwincklicht (§. 71.). 2) Cylindri recti & obliqui seu scaleni.

Zusatz.

§. 81. Es entstehet demnach ein Cylinder, wenn sich ein Circul an einer geraden Linie parallel beweget (§. 74).

Erklärung.

§. 82. Wenn die Grundfläche eines spitzen Körpers (§. 73.) ein Circul, so wird der Körper ein Kegel genennet. Z. E. ABC ist ein Kegel. Die gerade Linie, welche aus der Spitze des Kegels auf den Mittel-Punct der Grundfläche gezogen wird, heist die *Axis* des Kegels. Und die gerade Linie CA, welche aus der Spitze des Kegels auf einen Punct in der Peripherie der Grundfläche gezogen (§. 33.), wird *Latus Coni* genennet. Wenn die Axis auf den Mittel-Punct der Grund-Fläche perpendiculär fället, so heist der Kegel ein rechtwincklichter Kegel. Fället aber die Axis nicht perpendiculi, so heist der Kegel ein schieffwincklichter Kegel. 3) Coni recti & obliqui seu scaleni. II. 17.

1. Zuſatz.

§. 91. Ein jeder ausgedehnter Theil einer geraden Linie iſt eine gerade Linie (§. 13.). Und alſo kan man einen jeden ausgedehnten Theil einer geraden Linie als das Maaß von der gantzen annehmen.

2. Zuſatz.

§. 92. Suchet demnach, wievielmahl dieſer Theil in der gantzen Linie enthalten iſt, ſo habt ihr die gerade Linie gemeſſen (117. A. M.).

Willkührlicher Satz.

§. 93. Nehmet eine gerade Linie zum allgemeinen Maaß aller Längen an. Theilet dieſe in etliche, und zwar, mit dem *Stevino* in ſeiner *Geometria practica*, um die Rechnungen zu erleichtern, in zehen gleiche Theile. Einen jeden Theil von dieſen theilet wiederum in zehen gleiche Theile, und ſo ferner, bis ein ſolcher Theil entſtehet, der unendlich klein iſt.

Erklärung.

Menſura linearum. Pedes, Digiti, Lineæ, Scrupuli quid.

§. 94. Eine ſolche nach Gefallen zum allgemeinen Maaß aller Längen angenommene Linie heiſt eine Ruthe, und zwar eine geometriſche oder Decimal-Ruthe, wenn ſie durchgehends in zehen gleiche Theile getheilet. Der zehende Theil von der Ruthe heiſt ein Schuh. Der zehende Theil von einem Schuh ein Zoll. Der zehende Theil vom Zoll eine Linie. Der zehende Theil von der Linie ein Scrupel, und ſo weiter.

1. Zuſatz.

§. 95. Wenn eine Länge mit einer geometriſchen Ruthe gemeſſen, und dieſe Gröſſe mit Zahlen ausgedrücket wird, ſo ſind dieſe Zahlen Decimal-Zahlen (§. 127. Rech.). Dieſes zeiget den Nutzen der

Decimal-Rechnung bey Ausmessung der Linien: und daß die Decimal-Eintheilung der Ruthe vor andern einen Vorzug habe.

2. Zusatz.

§. 96. Eine Ruthe wird nach Gefallen angenommen, und in gleiche Theile eingetheilet (§. 94.). Warum wollen wir uns denn verwundern, wenn sie nicht an allen Orten von gleicher Grösse und Eintheilung ist. Macht dieses bey Messung der Längen keine Verwirrung? mit nichten. Alle gerade Linien haben zu einander eine gewisse Verhältniß (§. 9. Geom. §. 27. 24. A. M.). Wenn demnach eine Grösse mit dem geometrischen Maasse gemessen worden, so kan solche vermittelst der Regel de Tri in eine Grösse, welche mit einem andern Maase gemessen, verwandelt werden (§. 38. 41. 122. 134. A. M.). Dieses zu erhalten spricht: wie sich verhält das geometrische Maaß zu dem Maase, womit in gegenwärtigem Falle sollte gemessen werden; so verhält sich die Grösse, welche mit dem geometrischen Maase gefunden, zu der vierten Proportional-Zahl. Diese bestimmet die gemessene Grösse nach dem gegebenen Maaß. Siehe Schwenters *Geometriam practicam* p. 367. ff. und Eisenschmid *in descr. nova de ponderibus & mensuris Sect. III.* l. l.

Willkührlicher Satz.

§. 97. Wollt ihr die gemessene Grösse einer Linie mit Zahlen ausdrücken, so schreibet über diese Zahlen folgende Zeichen $^{\circ}$ $'$ $''$ $'''$, welche die Benennung von den Theilen des Maales ausdrücken. Z. E. 4 Ruthen 3 Schuh 6 Zoll 5 Linien schreibet: $4^{\circ}\ 3'\ 6''\ 5'''$ oder 4 3 6 $5'''$ (§. 129, 130. Rech.).

2. Zuſatz.

II 80 §. 106. Die Bogen AB und ab, welche in den concentriſchen Circuln von den Radiis beſtimmet worden, haben gleichviele Grade (§. 102. ff.). Hieraus folget, daß aus der Gleichheit der Circul-Bogen in Anſehung der Grade, die Gleichheit der Circul-Bogen in Anſehung der Ausdehnung nicht könne geſchloſſen werden.

Lehr-Satz.

II 81 §. 107. Die Circul-Bogen ab und AB, welche aus der Spitze C des geradlinichten Winckels innerhalb den Schenckeln mit verſchiedenen Oeffnungen des Zirckels beſchrieben worden, haben gleichviele Grade.

Beweiß.

Weil dieſe Circul-Bogen aus der Spitze C des Winckels beſchrieben worden, ſo ſind es Bogen von concentriſchen Circuln (§. 99.). Weil fernet die Schenckel des Winckels gerade Linien, ſo ſind AC und CB die Radii des gröſten Circuls (§. 40.). Und alſo wird man geſtehen müſſen, daß die Bogen ab und AB gleichviele Grade haben (§. 106. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 108. Die Anzahl der Grade des Circul-Bogens, welcher aus der Spitze eines geradlinigten Winckels zwiſchen deſſen Schenckel beſchrieben worden, beſtimmet die Gröſſe des Winckels.

Beweiß.

Wodurch die Gröſſe der Neigung beſtimmet wird, in welcher ſich zwo Linien berühren, dadurch wird auch die Gröſſe des Winckels beſtimmet. (§. 28.

Der Circul-Bogen, welcher aus der Spitze des geradlinigten Winckels zwischen den Schenckeln beschrieben wird, bestimmet die Grösse in der Neigung, in welcher sich zwo Linien berühren (§. 101.). Folglich kan auch hiedurch die Grösse des Winckels bestimmet werden. Da nun alle Circul-Bogen, welche aus der Spitze des Winckels auf bestimmte Art beschrieben worden, gleichviele Grade haben (§. 107.), so bestimmet die Anzahl dieser Grade die Grösse des Winckels. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 109. Das Maaß eines Winckels sollte ein Winckel seyn, den man auf den gegenwärtigen legen, und hiernach sehen könne, wie vielmal jener in diesem enthalten sey (§. 104. A. M.). Diese Art die Winckel zu messen ist unmöglich, das lehret die Beschaffenheit der Winckel; folglich müssen die Winckel durch eine Verhältniß anderer Grössen gemessen werden (§. 138. f. A. M.). Geradlinigte Winckel verhalten sich zu einander, wie die Grade derjenigen Bogen, welche aus ihren Spitzen zwischen den Schenckeln beschrieben worden (§. 108.). Folglich erkennet man die Grösse eines Winckels, wenn man weiß, wie viele Grade derjenige Bogen hat, welcher auf bestimmte Art ist beschrieben worden.

Aufgabe.

§. 110. Einen vorgegebenen geradlinigten Winckel zu messen.

Auflösung.

1) Theilet einen Circul in seine Grade, Minuten, und so weiter (§. 103. f.).

2) Den Mittel-Punct dieses Circuls leget auf die Spitze des geradlinigten Winckels, welchen ihr messen sollt.

3) Zehlet, wie viele Theile derjenige Bogen hat, welcher von den Schenckeln dieses Winckels abgeschnit-

ten wird. Die Anzahl dieſer Theile iſt die Gröſſe des vorgegebenen Winckels (§. 109.).

Anmerckung.

§. 111. In den Fürleſungen werde zeigen:

1) Wie der Transporteur (inſtrumentum transportatorium) und das Aſtrolabium zu verfertigen Siehe Leupolds Theatrum Arith. Geom. §. 348. ff.

2) Wie mit dem Transporteur die Winckel auf dem Papiere, und mit dem Aſtrolabio die Winckel auf dem Felde zu meſſen.

Lehr-Satz.

§. 112. Der Diameter theilet den Circul in zwey gleiche Theile.

Beweiß.

1 Es ſey BD der Diameter und C der Mittel-Punct
2 des Circuls. Es ſey der Bogen DAB < DFEB, ſo muß BCD ein Winckel ſeyn (§. 109. und 27.). Folglich iſt BD keine gerade Linie (§. 8. 27.). Auch dieſes folget, wenn DAB > DFEB. Indem nun dieſes wider die Natur des Diameters (§. 20.), ſo iſt es klar, daß der Diameter den Circul in zwey gleiche Theile theilet (§. 5. 11. A. M.).

W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 113. Wenn demnach auf einer geraden Linie aus einem angenommenem Puncte ein Circul-Bogen beſchrieben wird, ſo iſt dieſer ein halber Circul.

Lehr-Satz.

II §. 114. *Anguli contigui* x und y, welche auf ei-
22 ner geraden Linie AB ſtehen, machen zuſammen 180°.

Beweiß.

Beſchreibet aus C auf AB einen Circul-Bogen, ſo iſt dieſes ein halber Circul (§. 113.). Folglich

iſt

ist das Maaß der Winckel x und y zusammen ein halber Circul (§. 1. 9.), oder 180° (§. 103. 104.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 115. Demnach entstehet der Winckel x, wenn man y von 180° subtrahiret, und der Winckel y wenn man x von 180° subtrahiret (§. 88. A. M.).

2. Zusatz.

§. 116. Es ist hieraus ferner klar, daß alle Winckel, welche um einen Punct herum gezogen, 360° machen.

Lehr-Satz.

§. 117. Alle Vertical-Winckel sind einander gleich. I 8

Beweiß.

x+n=180°, n+o=180° (§. 114.). Folglich ist x+n=n+o (§. 20. A. M.). Da nun n=n (§. 7. A. M.), so ist auch x=o (§. 92. A. M.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 118. Das Maaß eines rechten Winckels ist ein Quadrante, das ist 90°. I 6

Beweiß.

m+n=180° (§. 114.). Weil nun m und n rechte Winckel, so ist m=n (§. 26. 30.). Folglich ist m=180°: 2=90°, und n=180°: 2=90° (§. 20. A. M.). Das ist, das Maaß eines rechten Winckels ist ein Quadrante (§. 103.), oder 90°. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 119. Alle Winckel, welche weniger als 90° haben, sind spitze Winckel. Und alle Winckel, welche mehr als 90° haben, sind stumpffe (§. 30.).

Lehr-Satz.

§. 120. Gleiche geradlinigte Winckel ſind auch ähnliche: und ähnliche geradlinigte Winckel ſind auch gleiche.

Beweiß.

Wenn wir uns dasjenige, was in dem §. 108. und 109. ausgeführet, deutlich vorſtellen, ſo finden wir hinreichenden Grund zu behaupten, daß ein jeder geradlinigter Winckel anzuſehen ſey, als wenn er durch die Beſchreibung eines Circul-Bogens entſtanden. Wenn zwey geradlinigte Winckel einander gleich, ſo haben dieſe Circul-Bogen gleichviele Grade (180.). Folglich ſind dieſe Winckel aus ähnlichen Seiten auf einerley Art gezeuget (§. 12. und dem. §. 101.), ſind alſo ähnliche Winckel (§. 11.). W. D. A.

Sind zwey Winckel einander ähnlich, ſo haben ſie einerley Merckmahle (§. 5. A. M.), folglich auch einerley Oefnung (§. 27. Geom. und §. 3. A. M.). Hieraus folget, daß die Circul-Bogen, welche aus ihren Spitzen zwiſchen den Schenckeln beſchrieben werden, gleichviele Grade haben (§. 101. 107.). Indem nun dieſe Anzahl der Grade die Gröſſe des Winckels beſtimmet (§. 108.), ſo ſind ähnliche geradlinigte Winckel auch gleiche Winckel (§. 5. A. M.) W. D. A.

Das 2. Capitel.

Von Erfindung der Gröſſe gerader Linien und Winckel durch die Gleichheit der geradlinigten Triangel.

Erklärung.

§. 121.

Extenſa ſibi mutuo congruere dicid.

Es wird geſaget, daß zwo Ausdehnungen einander decken, wenn ſolche, indem ſie auf ein-

ander

ander geleget worden einerley Puncte in ihren Einſchränckungen bekommen.

Lehr-Satz.

§. 122. Ausdehnungen, die einander decken, ſind einander gleich u. ähnlich: und Ausdehnungen, welche gleich und ähnlich, decken einander.

Beweiß.

Ausdehnungen, die einander decken, haben einerley Puncte in ihren Einſchränckungen, wenn ſie auf einander ſind geleget worden (§. 121.). Folglich können ſolche Ausdehnungen für ſich betrachtet in allen Stücken, und alſo auch in Anſehung der Gröſſe und in Anſehung der Merckmahle für einander ſubſtituiret werden (§. 1. A. M.). Da nun aus dem erſten die Gleichheit, und aus dem andern die Aehnlichkeit folget (§. 5. A. M.), ſo iſt es klar, daß Ausdehnungen, welche einander decken, einander gleich und ähnlich ſind. W. D. E.

An Dingen, für ſich betrachtet, können wir nichts als die Merckmahle und die Gröſſe unterſcheiden. Folglich müſſen Ausdehnungen, welche einander gleich und ähnlich, für ſich betrachtet, in allen Stücken und alſo auch in Anſehung ihrer Einſchränckungen mit einander übereinkommen (§. 5. A. M.). Will man demnach ſolche Ausdehnungen auf einander legen, ſo wird eine nothwendige Folge ſeyn, daß ſie einander decken (§. 121.). W. D. A.

1. Zuſatz.

§. 123. Alle gerade Linien, und alle Circul ſind einander ähnlich (§. 12. 19.). Wenn demnach zwo gerade Linien und zwey Circul einander gleich, ſo müſſen ſowohl die Linien als auch die Circul einander decken (§. 122.).

2. Zuſatz.

§. 124. Es iſt hieraus ferner klar, daß in denen Figuren, welche einander decken, ſo wohl die

gleichnahmigten Seiten, als auch die gleichnahmigten Winckel einander gleich ſind, §. 121. 40. 122.)

Lehr-Satz.

§. 125. Zwey halbe Circul, welche aus verſchiedenen Puncten auf einer geraden Linie beſchrieben werden, können ſich nur in einem Puncte ſchneiden.

Beweiß.

II 23 Beſchreibet auf der geraden Linie AB aus den Puncten C und D zwey halbe Circul. Sollten ſich dieſe noch in einem andern Puncte als in M ſchneiden, ſo müſte dieſer Punct entweder über oder unter dem Punct M liegen. Von dieſen beyden Fällen nehmet einen nach euren Gefallen, ſo werdet ihr geſtehen müſſen, es ſey möglich, daß in einem Circul zwey Radii ungleiche Linien ſind (§. 20. 122.). Weil nun aber dieſes unmöglich iſt (§. 21.), ſo iſt es eine nothwendige Folge, daß ſich dieſe beyde halbe Circul nur in einem Puncte ſchneiden können. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 126. Wenn in geradlinigten Triangeln, die in Anſehung der Winckel von einerley Art §. 51.), drey gleichnahmigte Stücke, unter welchen zum wenigſten eine Linie, einander gleich, ſo ſind die gantzen Triangel einander gleich und ähnlich.

Beweiß.

II 24 25 Erſter Fall. Wenn in den beyden Triangeln alle gleichnahmigte Seiten einander gleich. Z. E. AB=DE. AC=DF. CB=FE.

Nehmet den Triangel DFE und leget denſelben in Gedancken alſo auf den Triangel ACB, daß der Punct D auf A und die Linie DE auf AB fället.

Weil

Weil nun DE=AB, so muß der Punct E auf B fallen (§. 123.). Beschreibet ferner mit den Radiis AC und BC aus dem Punct A und B Circul-Bogen x und y, so muß, weil AC=DF und CB =EF, die Spitze der Linie DF in den Bogen y, und die Spitze der Linien EF in den Bogen x fallen (§. 5. A. M. und §. 20. Geom.). Woraus es klar, daß der Punct F in den Punct fällt, in welchem die beyden Bogen x und y einander schneiden, das ist, in den Punct C (§. 125.). Da also diese Triangel einander decken (§. 121.), sind sie auch einander gleich und ähnlich (§. 122.). W. Z. E. W.

Zweyter Fall. Wenn in den beyden Triangeln zwey gleichnahmigte Seiten, und die Winckel, welche von diesen Seiten eingeschlossen, einander gleich. Z. E. AB=DE. AC=DF. A=D

Leget wie zuvor den Triangel DFE auf den Triangel ACB so, daß der Punct D auf A, und die Linie DE auf AB fället. Weil nun DE=AB. D=A und DF=AC: so fällt der Punct E auf B, und die Linie DF auf AC, und also der Punct F auf C (§. 123.). Weil nun ferner der Punct E auf B und F auf C lieget, so muß auch die Linie FE auf CB fallen (§. 8. 10.). Folglich decken diese Triangel einander (§. 121.), und sind also gleiche und ähnliche Triangel (§. 122.). W. Z. E. W.

Dritter Fall. Wenn in den beyden Triangeln zwey gleichnahmigte Seiten und ein gleichnahmigter Winckel, welcher von den beyden Seiten nicht eingeschlossen, einander gleich. GH=KL; GI=MK; H=L. II 26 27

Leget wiederum den Triangel MKL auf IGH dergestalt, daß der Punct K auf G, und die Linie KL auf GH fällt. Weil nun KL=GH und L=H, so fället der Punct L auf H, und die Linie LM

auf

auf HI (§. 122. 123. 121.). Beschreibet sonder mit der Linie GI aus dem Punct G einen halben Circul. Weil nun der Punct K auf G lieget, und MK=GI, so muß der Punct M entweder zwischen O und I, oder auf I, oder zwischen I und P oder auf P fallen (§. 20.). Das erste und dritte ist unmöglich, weil der Winckel H=L (§. 28.). Sollte der Punct M auf P fallen, so würden die Winckel G und K nicht Winckel von einerley Art bleiben (§. 30.). Und wenn dieses ist, so können die Winckel H und L keine gleichnahmigte Winckel in Triangeln, welche in Ansehung der Winckel von einerley Art sind, genennet werden (§. 40. 51.). Da nun aber dieses dem, welches ist angenommen worden, zuwider, so muß der Punct M auf I fallen. Und also ist es klar, daß auch diese Triangel einander decken (§. 121.), und folglich einander gleich und ähnlich (§. 122.). W. Z. E. W.

II 24 25 Vierter Fall. Wenn in den beyden Triangeln eine gleichnahmigte Seite, und zween gleichnahmigte Winckel, welche auf der gegebenen Seite stehen, einander gleich. Z. E. AB = DE A=D. B=E.

Leget wiederum, wie zuvor den Triangel DFI dergestalt auf den Triangel ACB, daß der Punct D auf A, und die Linie DE auf AB fällt. Weil nun DE=AB. D=A und E=B, so fällt der Punct E auf B, die Linie EF auf BC, und die Linie DF auf AC (§. 122. 123. 121.). Folglich auch der Punct F auf C. Woraus es abermahl klar daß diese Triangel einander decken (§. 121.), und folglich einander gleich und ähnlich (§. 122.) W. Z. E. W.

Letzter Fall. Wenn in den beyden Triangeln eine gleichnahmigte Seite, und zwey gleichnahmigte Winckel, welche nicht beyde auf der gege

gegebenen Seite stehen, einander gleich. Z. E. AB=DE. A=D C=F.

Leget auch diese Triangel, wie zuvor, dergestalt auf einander, daß der Punct D auf A, und die Linie DE auf AB fällt. Weil nun D=A, und DE=AB, so fället der Punct E auf B, und die Linie DF auf AC (§. 123. 122. 121.). Weil ferner der Winckel F=C, so muß auch der Punct F auf C fallen (§. 122.). Und also decken auch diese Triangel einander (§. 121.), woraus es folget, daß sie einander gleich und ähnlich sind (§. 122.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 127. Ueberleget die Beweise, mit welchen ich die Glieder des vorhergehenden Satzes bestättiget: so werdet ihr gestehen müssen, daß in keinem Falle darauf zu sehen, daß die gegebenen Triangel in Ansehung ihrer Winckel von einerley Art sind, als in dem dritten Falle. Und daher ist es klar, daß wir den bewiesenen Lehr-Satz also ausdrücken können: Wenn in zweyen geradlinigten Triangeln drey gleichnahmigte Stücke, unter welchen zum wenigsten eine Linie, einander gleich, so sind die gantzen Triangel einander gleich und ähnlich. Nur in dem einen Falle, da nemlich zwo Linien gegeben und ein Winckel, welcher von den gegebenen Linien nicht eingeschlossen, muß zuvor bewiesen seyn, daß die gegebenen Triangel in Ansehung der Winckel von einerley Art sind.

2. Zusatz.

§. 128. Es folget ferner aus dem Beweisse, mit welchem die Glieder des §. 126. gesetzten Lehr-Satzes sind bestättiget worden, daß alle gleichnahmigte Winckel und alle gleichnahmigte Seiten der gegebenen Triangel einander gleich und ähnlich, wenn zuvor von den

Tri-

Triangeln das iſt bewieſen worden, daß ſie einander decken (§. 124.).

5. Zuſatz.

§. 129. Und da ähnliche Ausdehnungen auf ähnlichen Stücken auf einerley Art gezeuget werden (§. 11.), ſo wird man es zugleich geſtehen müſſen, daß aus drey gegebenen Stücken, unter welchen zum wenigſten eine Linie, ein geradlinigter Triangel auf einerley Art zu zeugen ſey (§. 127. 128.).

Anmerckung.

§. 130. Durch Hülffe dieſes Lehr-Satzes will ich in den Fürleſungen zeigen:

1) Wie aus drey gegebenen Stücken, unter welchen zum wenigſten eine Linie, ein geradlinigter Triangel auf dem Papier zu zeichnen, und auf dem Felde abzuſtechen.

2) Wie mit einer bloſſen Schnure oder Kette ein Winckel auf dem Felde von einem Ort auf den andern zu tragen.

3) Wie die Weite zweyer Oerter zu meſſen, zu deren jeden man aus einem angenommenen Stande kommen kan.

4) Wie die Weite zweyer Oerter zu meſſen, zu deren einen man nur kommen kan.

5) Wie die Weite zweyer Oerter zu meſſen, zu deren keinen man kommen kan.

6) Wie die Höhe eines Orts zu meſſen, zu dem man kommen kan.

7) Wie die Höhe eines Orts zu meſſen, zu dem man nicht kommen kan.

1. Aufgabe.

§. 131. Einen geradlinigten Winckel z. E. BAC, in zwey gleiche Theile zu theilen.

Auflöſung.

1) Schneidet von den Schencken des gegebenen Winckels aus deſſen Spitze nach Gefallen gleiche Theile in D und E.

2) Aus dieſen beyden Puncten D und E beſchreibet

bet mit einerley Oeffnung des Zirckels Circul-Bogen, welche sich in F schneiden.

3) Ziehet von F nach A eine gerade Linie, diese schneidet den gegebenen Winckel in zwey gleiche Theile.

Beweiß.

Weil AD=AE. DF=FE und AF=AF, so auch der Winckel DAF= dem Winckel FAE (§. 126. 128.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 132. Eine gerade Linie in zwey gleiche Theile perpendiculär zu theilen. II 29

Auflösung.

1) Machet aus den äusserſten Puncten der Linie AB nach Belieben Durchschnitte in F und E.

2) Ziehet von F nach E eine gerade Linie, diese theilet die gegebene Linie in C perpendiculär in zwey gleiche Theile. II 30

Beweiß.

In dem Triangel AFE und FEB ist AF=FB. FE=EB (§. 21.) und FE=FE. Folglich ist der Winckel m=n (§. 126. 128.). Es ist ferner in dem Triangel ACF und FCB die Seite AF=FB (§. 21.), FC=FC, und m=n. Woraus es klar, daß AC=CB und x=o (§. 126. 128.). Und also wird die Linie AB von FE perpendiculär in zwey gleiche Theile getheilet (§. 26.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 133. Aus einem gegebenen Punct auf einer Linie eine Perpendicul-Linie aufzurichten. II 30

E. aus C auf AB eine Perpendicul-Linie zu richten.

Auf-

Auflösung.

1) Schneidet mit beliebter Eröffnung des Zirckels aus C nach A und B gleiche Theile CM und CO.

2) So wohl aus M als auch aus O machet mit einerley Oeffnung des Zirckels einen Durchschnitt in F.

3) Ziehet durch F nach C eine gerade Linie. Dieſe ſtehet auf AB in C perpendiculär.

Beweiß.

CM=CO. MF=FO (§. 21.), FC=FC. Folglich iſt x=y (§. 126. 128.) und alſo ſtehet FC auf AB perpendiculär (§. 26.) W. Z. E. W.

Aufgabe.

II 31 §. 134. Von einem gegebenem Puncte auf einer Linie eine Perpendicul-Linie zu ziehen.

Auflösung.

1) Aus dem gegebenen Puncte C, von welchem die Perpendicul-Linie auf die gerade Linie AB zu ziehen, durchſchneidet mit einerley Oeffnung des Zirckels in zwey Puncten M und N die gerade Linie AB.

2) Aus M und N macht mit einerley Oeffnung des Zirckels einen Durchſchnitt in F.

3) Ziehet durch C und F eine gerade Linie auf AB, dieſe ſtehet auf AB perpendiculär in L.

Beweiß.

MC=CN. MF=FN (§. 21.), FC=FC, folglich o=x (§ 126. 128.). Ferner MC=CN. CL=CL. o=x Folglich iſt m=n (§. 126. 128.). Und alſo ſtehet CL auf AB perpendiculär (§. 26.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 135. Wie diese Aufgaben auf dem Felde aufzulösen, solches will ich in den Fürlesungen zeigen.

Lehr-Satz.

II 32

§. 136. In einem gleichschencklichtem Triangel sind 1) die Winckel an der Grund-Linie einander gleich. 2) Die Linie, welche die Spitze des Winckels in zwey gleiche Theile theilet, theilet auch die Grund-Linie und den Triangel in zwey gleiche Theile, und stehet auf der Grund-Linie perpendiculär.

Beweiß.

Theilet in dem gleichschencklichten Triangel ACB den Winckel C in zwey gleiche Theile (§. 131.), so ist in den Triangeln ACD und CDB, AC=CB (§. 44.), CD=CD und o=m. Folglich x=y, AD=DB. Der Triangel ADC= dem Triangel CDB, und u=n (§. 126. 128.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 137. Also sind in einem gleichseitigen Triangel alle Winckel einander gleich (§. 44.). Woraus es klar, daß ein gleichseitiger Triangel eine reguläre Figur ist (§. 49.).

Lehr-Satz.

II 32

§. 138. Wenn in einem Triangel die Winckel an der Grund-Linie einander gleich, so ist es ein gleichschencklichter Triangel: und die Perpendicul-Linie, welche aus der Spitze des Triangels auf die Grund-Linie gezogen wird, theilet die Spitze, die Grund-Linie und den Triangel in zwey gleiche Theile.

Beweiß.

Ziehet aus der Spitze C des Triangels ACB auf die Linie AB eine Perpendicul-Linie CD (§. 134.),

ſo iſt u=n (§. 30.), folglich ſind die Triangel ACD und CDB rechtwinckl̃chte Triangel (§. 51.). Da nun in dieſen Triangeln CD=CD u=n und x=y, ſo iſt auch AC=CB (§. 126. 128.). Folglich ACB ein gleichſchencklichter Triangel (§. 44.), o=m, AD=DB und der Triangel ACD= dem Triangel CDB (§. 126. 128.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 139. Wenn alſo die drey Winckel in einem Triangel einander gleich, ſo iſt der Triangel ein gleichſeitiger Triangel (§. 44.).

Lehr-Satz.

II 33 §. 140. Wenn in einem Triangel der eine Schenckel iſt verlängert worden, ſo iſt der Winckel, welcher hierdurch auſſer dem Triangel entſtehet, gröſſer als einer von den gegen überſtehenden Winckeln in dem Triangel.

Beweiß.

Verlängert z. E. in dem Triangel ABC die Seite AC. Aus dem Puncte A ziehet eine gerade Linie, welche BC in G in zwey gleiche Theile ſchneidet (§. 132.). Machet GF=AG, und ziehet aus F eine gerade Linie nach C, ſo iſt in den Triangeln ABG und FGC. AG=GF. BG=GC, und x=y (§. 33. 117.), folglich der Winckel n=m (126. 128.). Da nun m+o > m (§. 13. A. M.), ſo iſt auch m+o > u (§. 21. A. M.). Auf gleiche Art kan bewieſen werden, daß m+o > A. Es iſt alſo der äuſſere Winckel allezeit gröſſer als einer von den gegen überſtehenden Winckeln in dem Triangel. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 141. In einem jeden Triangel iſt die gröſte Linie dem gröſten Winckel, und die kleinſte

se Linie dem kleinsten Winckel entgegen gesetzet sind wenn die Winckel in dem Triangel ungleich so ist die Linie, welche dem grösten Winckel entgegen gesetzet, grösser als die Linie, welche dem kleinern Winckel entgegen gesetzet.

Beweiß.

Es sey in dem Triangel ABC die Seite AC > AB, so ist AB = einem Theile von AC (§. 11. A. M.), = AD. Ziehet von B nach D eine gerade Linie, so ist ABD ein gleichschencklichter Triangel (§. 44.), folglich α = x (§. 136.). Nun aber ist α > C (§. 140.), folglich ist auch x > C (§. 21. A. M.). x ist ein Theil von B, also ist auch B > C (§. 13. 21. A. M.). W. D. E. II 34

Nehmet ferner an, daß in dem Triangel ABC der Winckel B > C, so ist entweder AC = AB, oder AC < AB, oder AC > AB. Ist AC = AB, so ist ABC ein gleichschencklichter Triangel (§. 44.), folglich B = C (§. 136.). Dieses widerspricht dem, was ist angenommen worden. Ist AC < AB, so ist B < C (m. l.), welches aber auch dem, was ist angenommen worden, widerspricht. Demnach ist es klar, daß AC > AB. W. D. A.

Zusatz.

§. 142. Dieser Lehr-Satz führet uns auf diese Gedancken, daß unter den Linien in einem Triangel und den ihnen entgegen gesetzten Winckeln eine gewisse Verhältniß seyn müsse. Der Erfolg wird es lehren, ob wir diese werden bestimmen können.

Lehr-Satz.

§. 143. Wenn zwey Parallel-Linien (AB und CD) von einer geraden Linie (EF) durchschnitten werden, so folget 1) daß die Wech- II 35

stels-Winckel (x und y) einander gleich; 2) daß der äusserer Winckel (o) dem innern (y) gleich; 3) daß die beyden innern Winckel (u) und (y) zusammen so groß als zwey rechte Winckel, das ist 180°

Beweiß.

Ziehet von G auf CD, und von H auf AB Perpendicul-Linien (§. 134.), so ist HI=GK (§. 22.) und der Winckel I=K (§. 26.) Da nun ferner die Linie GH beyden Triangeln gemein, so ist auch der Winckel x=y (§. 126. 128.). W. D. E.

Es ist ferner o=x (§. 117. 33.). Da nun x=y (m. 1.), so ist auch o=y (§. 29. A. M.) W. D. A.

o + u = 180° (§. 114. 33.). Nun ist o=y (m. 2.); folglich u + y = 180° (§. 5. A. M.).

Lehr-Satz.

§. 144. Wenn zwey gerade Linien (AB und CD) von einer dritten (EF) also durchschnitten werden, daß die Wechsels-Winckel (x und y) oder der äussere Winckel (o) und der innere (y) einander gleich, oder die beyden innern Winckel (u und y) zusammen 180° machen; so sind die gegebenen Linien (AB und CD) parallel.

Beweiß.

Lasset aus G eine Perpendicul-Linie auf K fallen (§. 134.). Machet GI=HK, und ziehet von I nach H eine gerade Linie. So ist in den Triangeln IGH und HKG die Seite IG=HK, GH=HG, und der Winckel x=y. Folglich ist der ein rechter Winckel, und HI=KG (§. 126. 128.). Daher sind AB und CD parallel (§. 14. 22.). W. D. E.

Es sey ferner o = y. Da nun o = x (§. 117. 33.), so ist auch x = y (§. 20. A. M.). Folglich ist wie zuvor klar, daß AB und CD parallel. W. D. A.

Es sey ferner u + y = 180°. Da nun o + u = 180° (§. 114. 33.), so ist u + y = o + u (§. 20. A. M.), folglich y = o (§ 92. A. M.). Indem nun o = x (§. 117. 33.), so ist auch y = x (§. 20. A. M.). Woraus abermahl wie zuvor klar, daß AB und CD parallel. W. D. D.

Lehr-Satz.

§. 145. In einem jeden geradlinigtem Triangel ist die Grösse aller drey Winckel zusammen 180°. Und wenn man die eine Seite verlängert, so ist der äussere Winckel so groß, wie die beyden innern, die ihm gegen überstehen, zusammen genommen.

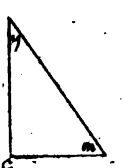
Beweiß.

Beschreibet durch die Spitze des Triangels ABC mit der Grund-Linie AB eine Parallel-Linie CD, so ist x = y. und n = o (§. 143.). Da nun x + n + n = 180° (§. 114. 34.), so ist auch y + m + o = 180° (§. 5. A. M.). W. D. E. II 36

Verlängert in dem Triangel ABC die Linie AC, so ist x + o = 180° (§. 114. 34.). Da nun y + m + o = 180° (w. i.), so ist auch x + o = y + m + o (§. 20. A. M.). Folglich x = y + m (§. 5. A. M.) W. D. A. III 37

1. Zusatz.

§. 146. Hieraus folget, daß in einem geradlinigtem Triangel nicht mehr als ein rechter Winckel seyn könne (§. 118.), und daß, wenn in einem geradlinigtem Triangel ein Winckel ein rechter Winckel, die andern beyden spitze Winckel sind (§. 119.).



x + o = 90° so ist auch y + m = 90°
E. spitze Winkel im P 3 [illegible]
als 90° haben.

2. Zuſatz.

§. 147. In einem geradlinigtem Triangel kan nicht mehr als ein ſtumpffer Winckel ſeyn (§. 119.). Und wenn in einem geradlinigten Triangel ein ſtumpffer Winckel, ſo ſind die andern beyden ſpitze Winckel (§. cit.).

3. Zuſatz.

§. 148. Woraus es klar, daß in einem rechtwinckligtem Triangel die Hypothenuſa, und in einem ſtumpffwinckligten Triangel diejenige Linie, welche dem ſtumpffen Winckel entgegen geſetzet, die gröſte Linie ſey (§. 52. 141.).

4. Zuſatz.

§. 149. Wenn man in einem geradlinigten Triangel einen Winckel von 180° abziehet, ſo bleibet die Summe der beyden übrigen übrig, und wenn man die Summe zweyer Winckel von 180° wegnimmet, ſo bleibet der dritte übrig (§. 89. A. M.).

5. Zuſatz.

§. 150. Wenn zwey Winckel eines geradlinigten Triangels ſo groß ſind, als zwey Winckel eines andern geradlinigten Triangels, ſo muß auch der dritte in dem einem dem dritten in dem andern gleich ſeyn (§. 20.).

6. Zuſatz.

§. 151. In einem gleichſeitigen geradlinigtem Triangel hat ein jeder Winckel 60°. Und ein Triangel, in welchem jeder Winckel 60° hat, iſt ein gleichſeitiger Triangel (§. 137. 139.).

Lehr-Satz.

§. 152. Wenn von einem Puncte auf eine gerade Linie gerade Linien gezogen werden, ſo iſt unter dieſen die Perpendicul-Linie die kürtzte, und

und die übrigen Linien werden immer gröſſer, je weiter solche von der Perpendicul-Linie weggehen.

Beweiß.

Lasset von dem Punct C auf AB eine Perpendicul-Linie fallen (§. 134.). Ziehet von C auf AB eine andere gerade Linie z. E. die Linie CN; so ist CDN ein rechtwincklichter Triangel (§. 51.), folglich ist die Linie CN > CD (§. 148.). W. D. E. III 98

Ziehet ferner von dem Punct C auf AB eine gerade Linie, welche von der Perpendicul-Linie weiter entfernet als CN. z. E. die Linie CM. Da nun der Winckel MNC > NMC (§. 145. und NMC > NDC (§. 140.), so ist auch CM > CN (§. 141.). W. D. A.

1. Zusatz.

§. 153. Wenn demnach von dem Puncte C auf AB zwey gerade Linien gezogen worden, welche einander gleich, so können diese keine Perpendicul-Linien seyn. Und wenn diese beyden Linien ungleiche Linien, so ist zum wenigsten eine von diesen keine Perpendicul-Linie (§. 10.).

2. Zusatz.

§. 154. Wenn von einer geraden Linie aus verschiedenen Puncten auf eine andere Perpendicul-Linien gezogen worden, welche beständig einander gleich, so sind jene Linien parallel (§. 153. 14. 22.).

Anmerckung.

§. 155. Wie durch Hülffe dieses Satzes Parallel-Linien zu beschreiben, solches will ich in den Fürlesungen zeigen.

Lehr-Satz.

§. 156. In einem jeden Circul ist der geradlinigte Winckel, dessen Spitze der Mittel-Punct des Circuls ist, zweymahl so groß wie der geradlinigte

te Winckel, deſſen Spitze in der Peripherie des Circuls, wenn die Schenckel dieſer Winckel auf gleichen Bögen ſtehen.

Beweiß.

III. 39. Erſter Fall. Wenn ein Schenckel von dem Winckel an dem Mittel-Punct ein Stück von einem Schenckel des Winckels an der Peripherie. Es iſt der Winckel $C = x + y$ (§. 145.). $x = y$ (§. 136. 20. 21.). Folglich $C = 2x$ (§. 1. A. M.).

III. 40. Zweyter Fall. Wenn ein Schenckel von dem Winckel an dem Mittel-Punct von einem Schenckel des Winckels an der Peripherie geſchnitten wird. Ziehet von dem Puncte in der Peripherie, welcher die Spitze des Winckels A, durch den Mittel-Punct des Circuls eine gerade Linie AB, ſo iſt $o + m$ ein Winckel an dem Mittel-Punct, und $r + x$ ein Winckel an der Peripherie nach dem erſten Fall, folglich iſt $o + m = 2r + 2x$. Es iſt auch aus dieſer Urſache $o = 2r$, folglich $m = 2x$ (§. 92. A. M.).

III. 41. Dritter Fall. Wenn ein Schenckel des Winckels an dem Mittel-Puncte weder ein Stück von dem Schenckel des Winckels an der Peripherie, noch von dieſem geſchnitten wird. Ziehet von dem Puncte der Peripherie, welcher die Spitze des Winckels D, durch den Mittel-Punct des Circuls C eine gerade Linie DE, ſo habt ihr den erſten Fall zweymahl, und alſo iſt $x = 2m$ und $y = 20$. Folglich $x + y = 2m + 20$ (§. 63. A. M.). Weil nun keine anderen Fälle möglich ſind, ſo iſt der gegebene Lehrſatz überhaupt bewieſen worden.

1. Zuſatz.

§. 157. Das Maaß des geradlinigten Winckels, deſſen Spitze der Mittel-Punct des Circuls, iſt der Circul-Bögen, welcher von den Schenckeln dieſes Winckels abgeſchnitten wird (§. 108.). Folglich iſt der halbe Circul-Bogen, welcher von den

Schen

Schenckeln des geradlinigten Winckels, dessen Spitze in der Peripherie, abgeschnitten, das Maaß von diesem Winckel.

2. Zusatz.

§. 158. Woraus folget, daß der geradlinigte Winckel an der Peripherie ein rechter Winckel, wenn dessen Schenckel einen halben Circul; ein spitzer Winckel, wenn dessen Schenckel weniger als einen halben Circul; und ein stumpfer Winckel, wenn dessen Schenckel mehr als einen halben Circul abschneiden (§. 118. 30.).

Anmerckung.

§. 159. In den Fürlesungen will ich zeigen, wie durch Hülffe dieses Satzes ein Winckelhacken zu probiren, ob er richtig oder nicht. Es ist dieß zugleich der Grund von der Abstechung eines Circuls, wenn man nicht zu dem Mittel-Punct kommen kann.

3. Zusatz.

§. 160. Es ist hieraus ferner klar, daß alle geradlinigte Winckel, deren Spitzen in einem Circul an die Peripherie stossen, einander gleich, wenn ihre Schenckel gleiche Bogen von dem Circul abschneiden (§. 157. und §. 5. A. M.).

Aufgabe.

§. 161. **Auf das Ende einer geraden Linie eine Perpendicul-Linie aufzurichten.**

Auflösung.

1) Nehmet über der Linie ED nach Gefallen einen Punct in C. III 42

2) Mit der Circkel-Oeffnung CD merket auf ED den Punct A.

3) Durch A und C ziehet eine gerade Linie, so lange bis CA = CB = CD.

4) Wenn ihr nun aus D durch B eine gerade Linie ziehet, so stehet diese auf ED in D perpendiculär.

Beweiß.

C iſt der Mittel-Punct des Circuls, in deſſen Peripherie die Puncte ADB (§. 14 16. 20.). Folglich iſt AB der Diameter (§. 20.), und der Winckel ADB ein Winckel an der Peripherie, deſſen Schenckel einen halben Circul abſchneiden (§. 112.). Woraus klar, daß ADB ein rechter Winckel (§. 158.), und alſo DB auf ED eine Perpendicul-Linie (§. 30.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 162. Die Sehnen, welche in einem Circul gleiche Bogen abſchneiden, ſind einander gleich: und wenn die Sehnen gleich, ſo ſind auch die Bogen, welche von den Sehnen abgeſchnitten werden, gleiche Bogen.

Beweiß.

III 43 Ziehet von den äuſſerſten Puncten der gegebenen Sehnen AB und ED nach dem Mittel-Punct des Circuls C gerade Linien, ſo entſtehen die Triangel ACB und CED. Da nun der Bogen ANB = EMD, ſo iſt x = y (§. 157.). Es iſt ferner AC = CE, und CB = CD (§. 20. 21.). Folglich die Linie AB = ED (§. 126. 128.). W. D. E.

Es ſey die Sehne AB = ED. Ziehet wie zuvor die Triangel ACB, und CED. Da nun in dieſen die Linie AC = CE und CB = CD (§. 20. 21.), ſo iſt auch der Winckel x = y (§. 126. 128.). Folglich der Bogen ANB = EMD (§. 157.). W. D. A.

Lehr-Satz.

§. 163. Wenn die Sehne eines Circuls durch eine Perpendicul-Linie in zwey gleiche Theile getheilet wird, ſo gehet die Perpendicul-Linie durch den Mittel-Punct des Circuls, und theilet auch den Bogen von der Sehne perpendiculär in zwey gleiche Theile.

Beweiß.

Theilet die Sehne AB durch die Perpendicul-Linie ED in zwey gleiche Theile (§. 132.), und ziehet die Linien AD und DB, so ist in den Triangeln AGD und GDB, AG = GB. x = y und GD = GD, folglich m = n und AD = DB (§. 126. 128.). Aus dem ersten ist klar, daß der Bogen APE = EQB (§. 157.), und aus dem zweyten, daß der Bogen AMD = BND (§. 162.). Folglich schneidet die Perpendicul-Linie den Bogen AEB perpendiculär in zwey gleiche Theile (§. 26.). Und weil EPA + AMD = EQB + BND (§. 63. A. M.), so gehet die Linie ED durch den Mittel-Punct des Circuls (§. 16. 20.). W. Z. E. W. III 44

Zusatz.

§. 164. Wenn demnach in einem Circul zwo Sehnen perpendiculär in zwey gleiche Theile getheilet werden, so ist der Punct, in welchem diese Perpendicul-Linien einander schneiden, der Mittel-Punct des Circuls. vid. l. 1. et fig. 51. Quæ solutio gehöret hier her

Lehr-Satz.

§. 165. Wenn von dem Mittel-Punct des Circuls eine Perpendicul-Linie auf die Sehne gezogen wird, so theilet diese die Sehne und dessen Bogen perpendiculär in zwey gleiche Theile.

Beweiß.

Ziehet von dem Mittel-Punct des Circuls C eine Perpendicul-Linie auf die Sehne AB (§. 134.). Ziehet von A nach C und von B nach C eine gerade Linie, so ist in den Triangeln ACD und CDB, AC = CB (§. 20. 21.) und x = y CD = CD. Folglich AD = III 45

AD = DB, m = n (§. 126. 128.), und der Bogen AE = EB (§. 157.). Und alſo iſt es klar, daß dieſe Perpendicul-Linie ſo wohl die Sehne als auch den Bogen perpendiculär in zwey gleiche Theile theilet (§. 26.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 166. Einen Circul-Bogen in zwey gleiche Theile perpendiculär zu theilen.

Auflöſung.

III 46 1) Machet aus den äuſſerſten Puncten des Circul-Bogens, AB, welchen ihr theilen ſollt, nach Belieben mit einer Oeffnung des Circuls Durchſchnitte in F und E.

2) Ziehet von F nach E eine gerade Linie, dieſe theilet den gegebenen Circul-Bogen in G perpendiculär in zwey gleiche Theile.

Beweiß.

Ziehet von A nach B, von A nach G und von G nach B die Sehnen (§. 20.), ſo iſt in den Triangeln AGC und GCB, die Linie AC = CB. Der Winckel x = m (§. 132.), und GC = GC (§. 7. A. M.), folglich AG = GB, und y = 0, (§. 126. 128.). Aus dem erſten iſt es klar, daß der Bogen AG = GB (§. 162.), und aus dem andern, daß der Bogen AGB perpendiculär getheilet (§. 26.). W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 167. Aus dieſem Beweiſe folget zugleich, daß die Sehne eines Circuls von derjenigen Linie perpendiculär in zwey gleiche Theile getheilet wird, welche den Bogen dieſer Sehne perpendiculär in zwey gleiche Theile theilet.

2. Zuſatz.

§. 168. Da nun die Perpendicul-Linie, welche eine

eine Sehne des Circuls perpendiculär in zwey gleiche Theile theilet, durch den Mittel-Punct des Circuls gehet (§. 163.), so folget unmittelbar, daß alle gerade Linien, welche auf einen Circul-Bögen perpendiculär fallen, durch den Mittel-Punct des Circuls gehen (§. 167.).

3. Zusatz.

§. 169. Alle gerade Linien, welche aus dem Mittel-Punct des Circuls gezogen werden, fallen auf die Peripherie des Circuls perpendiculär (§. 165.).

Erklärung.

§. 170. Eine gerade Linie, welche eine krumme von aussen in einem gewissen Punct berühret, heist von der krummen Linie der Tangent.

Lehr-Satz.

§. 171. Der *Radius* des Circuls macht mit dem Tangenten des Circuls in dem Berührungs-Punct einen rechten Winckel. Und wenn man aus dem Mittel-Punct des Circuls auf den Tangenten eine Perpendicul-Linie ziehet, so fället diese auf den Berührungs-Punct.

Beweiß.

Ziehet an dem Circul, dessen Mittel-Punct C, den Tangenten AP, so ist der Berührungs-Punct P. Ziehet aus dem Mittel-Punct C nach P eine gerade Linie, so ist CP der Radius des Circuls (§. 170, 20.). Nehmet an, daß die Linie CP auf PA nicht perpendiculär; so muß von C auf PA eine andere Perpendicul-Linie können gezogen werden (§. 134.), diese sey CA, so ist CAP ein rechtwincklichter Triangel, in welchem A ein rechter Winckel (§. 51. 30.). Folglich ist CP > CA (§. 148.). Nun aber ist CP = CE (§. 21.), folglich CE > CA (§. 21. A. M.)

III 47

Indem

Indem nun dieſes unmöglich (§. 13. A. M.), ſo iſt es klar, daß der Radius auf dem Berührungs-Punct perpendiculär ſtehet, und alſo mit dem Tangenten in dem Berührungs-Puncte einen rechten Winckel machet (§. 30.). W. D. E.

Ziehet ferner aus dem Mittel-Puncte des Circuls C auf den Tangenten AP eine Perpendicul-Linie (§. 134). Nehmet an, daß dieſe Perpendicul-Linie nicht auf den Berührungs-Punct P, ſondern auf einen andern, z. E. auf den Punct A falle, ſo wird wie zuvor folgen, daß CE > CA. Und alſo erfodert dieſe Unmöglichkeit (§. 13. A. M.), daß die Linie, welche aus dem Mittel-Puncte des Circuls perpendiculär auf den Tangenten gezogen, in den Berührungs-Punct fallen, müſſe. W. D. A.

Aufgabe.

§. 172. **Durch einen gegebenen Punct den Tangenten eines Circuls zu ziehen.**

Auflöſung.

III 48 Erſter Fall. **Wenn der gegebene Punct auſſer der Peripherie des Circuls.**

Es ſey C der Mittel-Punct des Circuls, und A der Punct, durch welchen der Tangent zu ziehen.

1) Ziehet von C nach A eine gerade Linie CA.

2) Die Linie CA theilet in zwey gleiche Theile in B (§. 132.).

3) Aus B beſchreibet mit AB einen halben Circul, welcher den gegebenen Circul in D ſchneidet.

4) Ziehet von A nach D eine gerade Linie, dieſe iſt der verlangte Tangent.

Beweiß.

CD iſt der Radius des gegebenen Circuls (§. 20.). CDA iſt ein rechter Winckel (§. 158. 113.), folglich

lich ist AD der Tangent (§. 171.). W. Z. E. W.

Zweyter Fall. Wenn der gegebene Punct in der Peripherie des Circuls.

Es sey C der Mittel-Punct des Circuls, und D der gegebene Punct in der Peripherie. III 49

1) Ziehet von C nach D den Radium des Circuls CD.

2) Auf dieser Linie richtet aus D eine Perpendicul-Linie (§. 161.) DE. Dieses ist der verlangte Tangent (§. 171.).

Erklärung.

§. 173. Wenn man aus der Spitze eines geradlinigten Winckels FCD das Maaß des Winckels oder einen Circul-Bogen beschreibet (§. 108.), und auf den äusseren Punct dieses Bogens D, in welchem der Bogen den einen Schenckel schneidet, eine Perpendicul-Linie richtet, bis diese den andern Schenckel in F berühret, so wird diese Perpendicul-Linie DF der Tangent von dem Bogen, oder von dem Winckel, wovon dieser Bogen das Maaß ist, genennet. III 49

1. Zusatz.

§. 174. Es sey der Winckel FCD ein rechter Winckel, so gehet der Tangent DF mit der Linie CF parallel (§. 30. 154. 171.). Folglich kan der Tangent DF die Linie CF niemahls berühren (§. 24.). Woraus es klar, daß der Tangent von einem rechtem Winckel unendlich groß (§. 8. Vor.).

2. Zusatz.

§. 175. Wird der spitze Winckel DCF gröſſer, so muß auch der Tangent DF des Winckels gröſſer werden (§. 142.). Je gröſſer demnach der Tangent eines spitzen Winckels, deſto gröſſer ist der Winckel:

und

und je gröſſer der ſpitze Winckel, deſto gröſſer iſt deſſen Tangent.

3. Zuſatz.

§. 176. Und alſo wird mit Grund behauptet, daß die Erkenntniß von der Gröſſe des Tangenten eines ſpitzen Winckels ein Mittel ſey, die Gröſſe des Winckels zu beſtimmen.

4. Zuſatz.

§. 177. Wenn man einen ſpitzen Winckel von 180° ſubtrahiret, ſo entſtehet ein ſtumpffer Winckel (§ 119.), welcher mit jenem ein Angulus contiguus auf einer geraden Linie (§. 114.). Und alſo kan man auch durch Hülffe der Tangenten die Gröſſe der ſtumpffen Winckel erfinden (§. 176.).

5. Zuſatz.

§. 178. Der Tangent von einem rechtem Winckel iſt unendlich groß §. 174.). Hieraus kan man verſtehen, warum der rechte Winckel ein ganzer Winckel und deſſen Tangent ein ganzer Tangent genennet worden.

Erklärung.

§. 179. Dasjenige, was man zu einem gegebenen Theil addiren muß, wenn man das Gantze haben will, heiſt das *Complementum* von dem gegebenen Theile.

[illegible]uſatz.

§. 180. Alſo iſt das Complementum eines ſpitzen Winckes derjenige Winckel, welchen man zu dem gegebenen addiren muß, wenn ein rechter Winckel entſtehen ſoll (§. 178.). Woraus es leicht zu begreiffen, was der Tangens complementi, oder Cotangens eines gegebenen Winckels ſey (§. 173.).

Er

Erklärung.

§. 181. Wenn man aus der Spitze eines gerad- III
linigten Winckels ACB das Maaß des Winckels, 30
oder einen Circul-Bogen beschreibet (§. 108.), und von dem Punct E, wo der Circul-Bogen den obersten Schenckel schneidet, eine Perpendicul-Linie auf den untersten Schenckel fället (§. 134.), so heißt die Perpendicul-Linie EF der *Sinus* von dem Bogen ED, und folglich der *Sinus* von dem Winckel ACB, von welchem der gegebene Bogen das Maaß ist.

Zusatz.

§. 182. Es sey der Winckel ECD ein rechter Winckel, so ist der Sinus = dem Radio des Circuls (§. 146. 20.). Wird der spitze Winckel ECD gröſſer, so muß auch der Sinus des Winckels gröſſer werden (§. 142.). Woraus es klar 1) warum der Sinus eines rechten Winckels der Sinus totus genennet wird (§. 178). 2) Was der Sinus complementi, oder der Cosinus eines spitzen Winckels (§. 180.). 3) Daß die Erkenntniß von der Gröſſe des Sinus eines spitzen Winckels, ein Mittel die Gröſſe des Winckels zu bestimmen. 4) Daß man durch Hülffe des Sinus eines spitzen Winckels die Gröſſe der stumpffen Winckel bestimmen könne (§. 177.). 5) Daß der Sinus und Tangent eines Winckels Parallel-Linien (§. 154. 26. 173. 181.).

Lehr-Satz.

§. 183. Der *Sinus* eines Winckels, dessen Spitze in der Peripherie des Circuls, ist die halbe Sehne von dem Bogen, welcher von den Schenckeln des Winckels abgeschnitten wird.

Beweiß.

Theilet die Sehne AB perpendicular in zwey gleiche III
Theile in G, (§. 132.), so wird zugleich durch die 44

Perpendicul-Linie ED der Bogen AEB in zwey gleich
Theile getheilet (§. 165.). Folglich iſt die halb
Sehne AG der Sinus von dem halben Bogen AE
(§. 181). Indem nun dieſer halbe Bogen das Maa
von dem Winckel an der Peripherie ADB, deſſe
Schenckel den Bogen AEB abſchneiden (§. 157.)
ſo iſt die beſtimmte halbe Sehne auch der Sinu
von dem gegebenen Winckel (§. 181.). W. Z
E. W.

Aufgabe.

§. 184. Einen Circul zu beſchreiben, deſſe
Peripherie durch drey gegebene Puncte, welch
nicht in einer geraden Linie ſtehen, gehet.

Auflöſung.

III 51 1) Ziehet in Gedancken von dem Punct A nach B und von B nach D gerade Linien, und dieſe theilet per pendiculär in zwey gleiche Theile (§. 132.).

2) Aus dem Punct C, wo dieſe Linien einande ſcheiden, beſchreibet einen Circul mit der Oeffnung CA Dieſes iſt der verlangte Circul.

Beweiß.

Es ſollen die gegebenen Puncte ABD in der Peri pherie des zu beſchreibenden Circuls ſeyn. Folglic ſind die geraden Linien AB und BD Sehnen de Circuls (§. 20.). Wenn verſchiedene Sehnen e nes Circuls perpendiculär in zwey gleiche Thei getheilet werden, ſo iſt der Punct, in welche dieſe Perpendicul-Linien einander ſchneiden, de Mittel-Punct des Circuls (§. 164.). Folglic iſt C der Mittel-Punct, und CA der Radiu des Circuls, welcher ſoll beſchrieben werden (20.). Wenn ihr demnach aus dieſem Mitt Punct C mit dem Radio CA einen Circul beſchreib

so ist dieses der verlangte Circul (§. 21.). W. z. E. W.

Anmerckung.

§. 185. In den Fürlesungen will ich von dem Nutzen dieser Aufgabe umständlich reden.

1. Zusatz.

§. 186. Aus dem Beweise dieser Auflösung folget unmittelbar, daß man bey einem jeden Triangel die Winckel als solche ansehen könne, deren Spitzen in der Peripherie eines Circuls, und deren entgegengesetzte Seiten die Sehnen von den Bogen, welche von den Schenckeln dieser Winckel abgeschnitten werden.

2. Zusatz.

§. 187. Und also ist es klar, daß in einem jeden Triangel die halbe Seite der Sinus von dem gegenüberstehendem Winckel (§. 183.).

3. Zusatz.

§. 188. Woraus ferner folget, daß sich in einem jeden Triangel die Seiten verhalten wie die Sinus der ihnen entgegenstehenden Winckel (§. 38. A. M.).

Das 3. Capitel.

Von

Findung der Grösse gerader Linien und Winckel durch die Aehnlichkeit der geradlinigten Triangel.

Erklärung.

§. 189.

Wenn zwey Figuren einander ähnlich, so haben solche einerley Anzahl der Winckel und

Linien. Der gleichnahmigten Winckel und Linien ſind einander ähnlich, und die gleichnahmigten Seiten haben einerley Verhältniß zu einander.

Beweiß.

Aehnliche Figuren haben einerley Merckmahle (§. 5. A. M.), folglich iſt in ihnen dasjenige, wodurch ſie, für ſich betrachtet, zu erkennen und von andern zu unterſcheiden, einerley (§. 3. A. M.). Nun kan in einer Figur, für ſich betrachtet, nichts als die Beſchaffenheit der Linien und Winckel, die Anzahl der Linien und Winckel, und das Verhalten der Linien unterſchieden werden (§. 38.). Und alſo folget, daß in ähnlichen Figuren einerley Anzahl der Winckel, die gleichnahmigten Winckel einander ähnlich, einerley Anzahl der Linien, die gleichnahmigten Linien einander ähnlich, und einerley Verhältniß zu einander haben. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 190. Alle gerade Linien ſind einander ähnlich (§. 12.), und alle geradlinigte Winckel, welche ähnlich, ſind auch gleiche Winckel (§. 120.). Wenn demnach zwey geradlinigte Figuren, in welchen einerley Anzahl der Winckel und Linien, einander ähnlich, ſo haben ihre gleichnahmigte Seiten einerley Verhältniß zu einander, und ihre gleichnahmigte Winckel ſind einander gleich (§. 189.).

2. Zuſatz.

§. 191. Es haben demnach in ähnlichen geradlinigten Triangeln die gleichnahmigten Seiten einerley Verhältniß zu einander. Und ihre gleichnahmigte Winckel ſind einander gleich.

3. Zuſatz.

§. 192. Indem nun geradlinigte Triangel, welche aus ähnlichen Stücken auf einerley Art gezeuget werden,

den, ähnliche Triangel (§. 11.), und aus drey Stücken, unter welchen zum wenigsten eine Linie, ein geradliniger Triangel nur auf einerley Art zu zeugen (§. 129.), so wird der §. 126. und 127. folgende Sätze bestätigen.

1) Wenn in geradlinigten Triangeln die gleichnahmigten Seiten einerley Verhältniß zu einander haben, so sind die Triangel ähnliche Triangel. Und hieraus folget, daß ihre gleichnahmigten Winckel einander gleich.

2) Wenn in geradlinigten Triangeln zwey gleichnahmigte Seiten in einerley Verhältniß stehen und die gleichnahmigten Winckel, welche von diesen Seiten eingeschlossen werden, einander gleich, so sind die Triangeln ähnliche Triangeln. Folglich stehen in diesen Triangeln alle gleichnahmigten Seiten in einerley Verhältniß, und alle übrige gleichnahmigte Winckel sind einander gleich.

3) Wenn in geradlinigten Triangeln, die in Ansehung der Winckel von einerley Art sind, zwey gleichnahmigte Seiten einerley Verhältniß zu einander haben, und in dem einem Triangel ein Winckel, welcher von den gegebenen Seiten nicht eingeschlossen wird, gleich dem gleichnahmigten Winckel in dem andern Triangel, so sind die Triangel einander ähnlich. Folglich stehen alle gleichnahmigte Seiten in diesen Triangeln in einerley Verhältniß, und alle übrige gleichnahmigte Winckel sind einander gleich.

4) Wenn in geradlinigten Triangeln die beyden gleichnahmigten Winckel, welche auf der Grundlinie stehen, einander gleich sind, so sind die Triangel ähnliche Triangel. Woraus es wiederum klar, daß ihre gleichnahmigte Seiten einerley Verhältniß zu einander haben, und daß auch der dritte Winckel in dem einen gleich dem dritten Winckel in dem andern Triangel.

Lehr-Satz.

§. 193. Wenn in einem geradlinigten Triangel eine gerade Linie mit der Grund-Linie parallel gezogen wird, so verhalten sich die obersten Theile der Schenckel zu einander, wie sich die untersten Theile der Schenckel zu einander verhalten.

Beweiß.

III 52 Ziehet in dem Triangel ACB mit der Grund-Linie AB eine Parallel-Linie DE, so ist der Winckel x = y und m = o (§. 143.). Folglich

AC : CB = CD : CE (§. 192. pr. 4.).
AC : CD = CB : CE (§. 131. A. M.).
AC − CD : CD = CB − CE : CE (§. 218. II. A. N. b. 2. Rech.).
AD : CD = EB : CE (§. 87. A. M.).
AD : EB = CD : CE (§. 131. A. M.).

W. Z. E. W.

1. Aufgabe.

§. 194. Eine gerade Linie in so viele gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.

Auflösung.

III 53 Ihr sollt die Linie AB z. E. in fünff gleiche Theile theilen.

1) Traget auf eine andere Linie CD, welche ihr nach Gefallen annehmen könnet, so viele gleiche Theile, als AB haben soll, nemlich fünffe.

2) Mit CD beschreibet auf CD einen gleichseitigen Triangel CED.

3) Traget aus der Spitze des Triangels E die gegebene Linie AB, auf die Schenckel EC und ED, und ziehet die Linie AB welche der gegebenen Linie gleich.

4) Aus der Spitze des Triangels E ziehet nach den

den Theilungs-Puncten m n o p gerade Linien. Diese theilen die gegebene Linie in fünff gleiche Theile.

Beweiß.

Weil EB = EA, EC = CD und der Winckel bey B beyden Triangeln gemein, so ist EB : BA = EC : CD (§. 192. pr. 2.). Da nun CE = CD, so ist auch EB = AB W. D. E.

Es ist hieraus ferner klar, daß der Winckel x = y (§. 191.). Folglich ist in den Triangeln EBr und ECm EB : Br = EC : Cm (§. 192. pr. 4.). Da nun EB = BA, und EC = CD, so ist auch BA : Br = CD : Cm (§. 5. A. M.). Indem nun Cm = ½ CD, so ist auch Br = ½ BA (§. 38. 41. A. M.). W. D. A.

Anmerckung.

§. 195. Auf gleiche Art kan eine gerade Linie nach der Proportion eingetheilet werden, nach welcher eine andere ist eingetheilet worden.

2. Aufgabe.

§. 196. Einen verjüngten Maaß-Stab mit Transversal-Linien zu verfertigen. Constructio scalae geometricae.

Auflösung.

1) Ziehet eine gerade Linie AD, und theilet diese in so viele gleiche Theile, als es gefällig ist (§. 194.). III 54

2) Den ersten Theil von dieser Linie AB theilet in zehn gleiche Theile (§. 194.).

3) Aus den ersten Theilungs-Puncten A B C D richtet auf AD gleiche Perpendicul-Linien (§. 133.). AF ‖ BI ‖ CI und DE.

4) Theilet auch diese Perpendicul-Linie in zehn gleiche Theile, und ziehet durch diese Theilungs-Puncte mit AD Parallel-Linien (§. 155.).

5) Weil nun AB = FI (§. 154.), so traget die zehn Theile der Linie AB von F nach I.

6) Endlich ziehet von F nach 9, von 9 nach 8 und ſo weiter, die Transverſal-Linien, ſo iſt der verjüngte Maaß-Stab verfertiget.

Beweiß.

Es iſt nur nöthig, daß wir beweiſen, daß die Linie $11 = \frac{1}{10}$ von A9. Die Linie $22 = \frac{2}{10}$ von A9, und ſo weiter (§. 93). Dieſes kan auf folgende Art beſtätiget werden. FA9 iſt ein geradlinigter Triangel, mit deſſen Grund-Linie die Linie 11, wie auch 22, und ſo weiter, parallel gezogen. Folglich

F1 : 11 = FA : A9 (§. 192. pr. 4. §. 143.).

F1 : FA = 11 : A9 (§. 131. A. M.).

Nun aber iſt $F1 = \frac{1}{10}$ von FA. Folglich iſt $11 = \frac{1}{10}$ von A9. Auf gleiche Art kan es bewieſen werden, daß $22 = \frac{2}{10}$ von A9. $33 = \frac{3}{10}$ von A9, und ſo weiter. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 197. Es ſey AB eine Ruthe, ſo iſt $A9 = \frac{1}{100}$ von einer Ruthe, das iſt, ein Schuh. Die Linie 11 iſt $\frac{1}{10}$ von einem Schuh, oder ein Zoll (§. 94.). Folglich B1 ein Schuh. B2 zwey Schuh, und ſo weiter, 22 zwey Zoll. 33. drey Zoll, und ſo weiter. Folglich $rx = 2^{\circ}7'4''$.

2. Zuſatz.

§. 198. Es ſey AB ein Schuh, ſo iſt $A9 = \frac{1}{10}$ von einem Schuh, oder ein Zoll, die Linie 11 iſt $\frac{1}{10}$ von einem Zoll, oder eine Linie (§. 94.). Folglich B1 ein Schuh, B2 zwey Schuh, und ſo weiter. 22 zwey Linien, 33 drey Linien, und ſo weiter. Woraus klar, daß $rx = 2'7''4'''$.

Anmerckung.

§. 199. Von dem Nutzen dieſes verjüngten Maaß-Stabs und von dem Gebrauche der Transverſal-Linien bey dem Trans-

Transporteur und Astrolabio will ich in den Fürlesungen reden. Siehe Leupold Theatr. Arithmetico-Geometr. §. 336. ff.

Lehr-Satz.

§. 200. Wenn eine gerade Linie in gleiche Theile getheilet, und aus den Theilungs-Puncten Parallel-Linien gezogen worden, so schneiden diese Parallel-Linien von einer andern geraden Linie, durch welche sie sind gezogen worden, gleiche Theile.

Beweiß.

Theilet eine gerade Linie AB in etliche gleiche Theile in CDE, aus diesen Theilungs-Puncten ziehet die Parallel-Linien AM, CL, DK, EI und BH. Nun soll bewiesen werden, daß in der Linie FG die Theile ML, LK, KI und IH einander gleich. Dieses zu beweisen, ziehet aus M auf CL, und aus L auf DK Perpendicul-Linien (§. 134.), so sind MNL und LPK rechtwincklichte Triangel (§. 51.), in welchen MN=LP (§. 22. 14. 152.), m=o (§. 118.) und x=y (§. 143.). Folglich ist ML = LK (§. 126. 128.). Auf gleiche Art kan erwiesen werden, daß LK=KI. KI=IH. W. Z. E. W. III 55

Lehr-Satz.

§. 201. Wenn durch zwey gerade Linien Parallel-Linien gezogen werden, so werden durch diese jene in proportionirliche Theile geschnitten.

Beweiß.

Ziehet durch die Linien AB und FG Parallel-Linien AM, CL und so weiter, so ist x=y (§. 143.). Lasset aus M nach CL und aus L nach DK Perpendicul-Linien stellen, so ist m=o (§. 26.). Folglich ist der Triangel NML ∽ dem Triangel LPK (§. 192.). Aus diesem folget: III 55

LK : LP = ML : MN (§. 191.)
LK : ML = LP : MN (§. 218. Rech.).
Da nun MN = AC und LP = CD (§. 200.), ſo iſt.
LK : ML = CD : AC
W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 202. Zu zwey gegebenen geraden Linien die dritte, und zu drey gegebenen geraden Linien die vierte Proportional-Linie zu finden.

Auflöſung.

IV 56 Ihr ſollt zu AB und AC die dritte, und zu AB, AC und BD die vierte Proportional-Linie finden.

1) Machet nach Gefallen einen Winckel MAN, und traget aus A auf AM die Linie AB, und aus A nach N die Linie AC, und ziehet in Gedancken von C nach B eine gerade Linie.

2) Wollt ihr die dritte Proportional-Linie haben, ſo traget auf BM aus B die Linie AC. Wollt ihr aber die vierte Proportional-Linie finden, ſo traget auf BM aus B die Linie BD.

3) Durch den äuſſerſten Punct dieſer aufgetragenen Linie z. E. D ziehet mit der Linie CB eine Parallel-Linie, ſo iſt CE im erſtem Falle die dritte, und im anderm Falle die vierte Proportional-Linie.

Beweiß.

EAD iſt ein geradlinigter Triangel, mit deſſen Grund-Linie DE eine Parallel-Linie CB gezogen. Folglich iſt AB : AC = BD : CE (§. 193.). Wenn demnach AC = BD, ſo iſt CE zu AB und AC die dritte, und wenn AC und BD ungleiche Linien, ſo iſt CE zu AB, AC und BD die vierte Proportional-Linie (§. 44. A. M.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 203. Es sey AB = 1. AC der Multiplicator, und BD das Multiplicandum, so ist CE das Factum (§. 76. A. M.). Es sey AB das Maaß, AC die zu messende Grösse, BD = 1, so ist CE der Quotient (§. 110. A. M.). Also ist es klar, wie man durch Hülffe der Linien so wohl multiplicitren als auch dividiren könne.

2. Zusatz.

§. 204. Es sey ferner AB = 1, AC = BD die Quadrat-Wurtzel, so ist CE das Quadrat (§. 145. Rech.). Es sey AB = 1, AC eine Quadrat-Wurtzel, BD das Quadrat von jener Wurtzel, so ist CE der Cubus (§. cit.). Und also ist es zu begreiffen, wie durch Hülffe der Linien Quadrat- und Cubic-Grössen zu finden.

Aufgabe.

§. 205. Zwischen zwey gegebenen geraden Linien eine mittlere Proportional-Linie zu finden.

Auflösung.

Ihr sollt zwischen AB und BE die mittlere Proportional-Linie finden. IV 57

1.) Addiret die beyden Linien AB und BE (§. 67. A. M. und §. 8.).

2.) Die Linie AE theilet in zwey gleiche Theile in C (§. 132.).

3.) Aus C beschreibet mit CA einen halben Circul (§. 113.).

4) Ziehet von dem Punct B, in welchem die gegebenen Linien zusammen gesetzet, eine Perpendicul-Linie bis an die Peripheri des beschriebenen Circuls BD (§. 133.). Diese ist die verlangte mittlere Proportional-Linie.

Beweiß.

Nehmet an, daß in dem Triangel ABD die Linie BD, und in dem Triangel BDE die Linie BE die Grund-Linie, ſo ſind, weil m und o rechte Winckel (§. 30.), AB und BD gleichnahmigte Seiten (§. 40.). Da nun m = o (§. 118.), und y = x, [zumahl in den Triangeln ADB und ADE der Winckel n beyden Triangeln gemein, und D = m (§. 158. 30. 118.)] (§. 150.), ſo iſt AB : BD = BD : BE (§. 192. pr. 4.). Folglich BD die mittlere Proportional-Linie zwiſchen AB und BE (§. 44. A. M.). W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

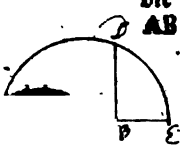
§. 206. Wenn ihr demnach in einem rechtwincklichten Triangel aus dem rechten Winckel eine Perpendicul-Linie auf die entgegengeſetzte Seite ziehet, ſo iſt dieſe die mittlere Proportional-Linie zwiſchen den Theilen, welche durch die Perpendicul-Linie abgeſchnitten worden.

2. Zuſatz.

§. 207. Weil ferner aus dem Bewieſenen erhellet, daß der Triangel ADE ∽ dem Triangel ADB, und dieſer ∽ dem Triangel BDE (§. 192. pr. 4.); ſo folget, daß in einem rechtwincklichten Triangel, wenn aus dem rechten Winckel auf die entgegengeſetzte Seite eine Perpendicul-Linie gezogen worden, AB : AD = AD : AE, und BD : AD = BE : DE (§. cit.).

Anmerckung.

§. 208. In der Algebra heiſt BE die Abſciſſe = x, AE die Axe = a, und BD die Semiordinate = y. Folglich iſt AB = a — x. Woraus klar, daß in einem Circul



a — x

$a - x : y = y : x$

Folglich Def. von Circul.

$y^2 = ax - x^2$ (§. 130. A. M.)

Folglich Def. von Semicirkel.

$y = \sqrt{(ax - x^2)}$

Ferner Def. von der abscisse.

$x^2 - ax = -y^2$

$x^2 - ax + \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}a^2 - y^2$ (§. 172. Rech.)

$x - \frac{1}{2}a = \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - y^2)}$. (§. 167. Rech.)

$x = \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - y^2)} + \frac{1}{2}a$

Ferner Def. von der tang.

$y^2 + x^2 = ax$

$(y^2 + x^2) : x = a$ (Siehe Cap. 1. Sect. III. Arith.)

Woraus ferner klar, daß in einem Circul

$1 : a = x : (y^2 + x^2)$. (§. 110. A. M.).

Ich führe dieses an, um meinen Zuhörern einen Vorschmack in algebraischen Rechnungen zu machen, und solche in der Anwendung desjenigen, was in dem ersten Capitel des dritten Abschnittes der Rechen-Kunst ausgeführet, zu üben. Damit wenn ich in dem folgenden sollte genöthiget werden, etwas davon zu gebrauchen, solches nicht ungewöhnlich sey.

Aufgabe.

§. 209. **Aus der gegebenen Höhe eines Circul-Bogens, und der halben Sehne des Bogens, den Diameter des Circuls zu finden, von welchem der gegebene Bogen ist geschnitten worden.**

Auflösung.

Es sey die gegebene Höhe BE, die halbe Sehne BD. IV 57.

1) Suchet zu der gegebenen Höhe und der halben Sehne die dritte Proportional-Linie (§. 202.).

2) Diese addiret zu der gegebenen Höhe (§. 67. A. M.), so ist die Summe der verlangte Diameter (§. 205.).

Anmerckung.

§. 210. Will man algebraiſche Redens-Arten gebrauchen, ſo kan dieſe Aufgabe alſo ausgedrucket werden aus der gegebenen Abſciſſe und Semiordinate eines Circul-Bogens den Diameter des Circuls zu finden.

Lehr-Satz.

§. 211. In ähnlichen geradlinigten Triangeln ſtehen die Höhen mit den gleichnahmigten Seiten in einerley Verhältniß. Und ihre Grund-Linien werden durch die Höhen in proportionirliche Theile getheilet.

Beweiß.

IV 58 Ziehet in den ähnlichen Triangeln ADB und MPN die Höhen DC und PO, ſo iſt $y = m = r = u$ (§. 56. 30. 118.). Und weil der Triangel ADB ∽ dem Triangel MPN, ſo iſt $x = o$ und $n = z$ (§. 191.). Folglich iſt

AD : DC = MP : PO (192. pr. 4.).
AD : MP = DC : PO (§. 131. A. M.).

Da nun

AD : AB = MP : MN (§. 191.).
AD : MP = AB : MN (§. 131. A. M.)

ſo iſt auch

AB : MN = DC : PO (§. 40. A. M.)

W. D. E.

Es folget ferner, weil der Triangel ADC ∽ dem Triangel MPO, und der Triangel DCB ∽ dem Triangel PON (§. 192. pr. 4.), daß

AC : DC = MO : OP (§. cit.)
AC : MO = DC : OP (§. 131. A. M.).

Ferner

DC : CB = PO : ON
DC : PO = CB : ON (§. 131. A. M.).

Folglich

AC : MO = CB : ON (§. 40. A. M.). W. D. A.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 212. Die *Sinus* wie auch die Tangenten ähnlicher Bogen haben gegen die *Radios* der Circul, von welchen die Bogen sind genommen worden, einerley Verhältniß.

Beweiß.

Es sey der Bogen DB ∽ dem Bogen HI, so haben diese Bogen gleich viele Grade (per dem. §. 101. und 107.). Folglich ist der Winckel x = y (§. 108. 157.). Ziehet die Sinus dieser Bogen BA und IM (§. 181.), so ist der Winckel A = M (§. 118.). Folglich ist BA : BC = IM : IC (§. 192. pr. 4.). Da nun BC und CI Radii von den gegebenen Circuln (§. 20.), so haben in den Circuln die Sinus ähnlicher Bogen einerley Verhältniß gegen die Radios der Circul, von welchen die Bogen sind genommen worden W. D. E. IV 59

Ziehet ferner von den gegebenen ähnlichen Bogen AB und HI die Tangenten FD und KH (§. 172. 173.), so ist der Winckel FDC = KHC (§. 171. 20.). Da nun auch y = x (wie zuvor erwiesen,), so folget, daß FD : DC = KH : HC (§. 192. pr. 4.). W. D. A.

Zusatz.

§. 213. BC ist der Sinus totus (§. 182.). FD der Tangent von y. Und also ist es klar, daß sich in einem jeden rechtwincklichten Triangel die eine Seite, welche den rechten Winckel einschliesset, zu der andern verhalte, wie der Sinus totus zu dem Tangenten des entgegengesetzten Winckels, oder DC : DF = Sinus totus : Tangent von y.

Lehr-Satz.

§. 214. In einem jeden Triangel verhält sich die Summe zweyer Linien zu ihrer Differentz, wie

Anmerckung.

§. 218. Nachdem die Lehre von der Aehnlichkeit der Triangel umſtändlich iſt angeführet worden, ſo werde ich in den Fürleſungen den Gebrauch derſelben bey Auflöſung folgender Aufgaben vollſtändig zeigen.

1) Die Weite zweyer Oerter zu meſſen, zu deren jeden man aus einem angenommenem Stande kommen kan.

2) Die Weite zweyer Oerter zu meſſen, zu deren einen man nur kommen kan.

3) Die Weite zweyer Oerter zu meſſen, zu deren keinen man kommen kan.

4) Die Höhe eines Orts zu meſſen, zu dem man kommen kan.

5) Die Höhe eines Orts zu meſſen, zu dem man nicht kommen kan.

Ich werde hiebey ferner die Beſchaffenheit der menſulae Praetorianae oder des Meß-Tiſchleins, und deſſen Gebrauch bey der Auflöſung vorhin beſtimmter Aufgaben erklären. Siehe hievon mit mehrern Leupold in Theatro Arith. Geom. §. 392. ſſ. und Schwenter in Geom. practica Tract. III. p. 637. ſſ.

Der 3. Abſchnitt.

Von den

Planeometrie

Eigenſchafften der Flächen und deren Ausmeſſung.

Das 1. Capitel.

Von der Art und Weiſe, wie die Gröſſe einer geradlinigten Fläche zu finden.

Lehr-Satz.

§. 219.

Geradlinigte Flächen können nicht bequem gemeſſen werden, als durch die Beſtimmung der Verhältniß aller geradlinigten Flächen, zu einer gewiſſen Art derſelben.

Be-

Beweiß.

Das Maaß, womit eine geradlinigte Fläche zu meſſen, muß eine geradlinigte Fläche ſeyn (§. 104. A. M.). Da nun die geradlinigten Flächen von verſchiedener Art ſind (§. 38. ff.), ſo muß man entweder für einer jeden Art der Flächen ein beſonder Maaß annehmen, oder man muß die Gröſſe einer vorkommenden Fläche durch ihre Verhältniß zu einer gewiſſen Art der Flächen beſtimmen (§. 138. A. M.). Das erſte iſt nicht nur zu weitläuftig, ſondern auch ein jeder, der die verſchiedenen Arten der Flächen betrachtet, wird geſtehen, daß es faſt unmöglich ſey. Folglich muß man das letzte beſtimmen, wenn man geradlinigte Flächen meſſen will. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 220. Eine jede geradlinigte Fläche kan durch die Diagonal-Linien in Triangel getheilet werden (§. 58.). Wer demnach verſtehet, wie geradlinigte Triangel zu meſſen, der kan alle geradlinigte Flächen meſſen. Und alſo muß derjenige, der geradlinigte Flächen meſſen will, unterſuchen, wie das Verhalten der vorkommenden Fläche zu geradlinigten Triangel zu beſtimmen ſey. (§. 219.).

Lehr-Satz.

§. 221. Ein Quadrat, *Rectangulum*, *Rhombus* und *Rhomboides* wird von der Diagonal-Linie in zwey gleiche Triangel getheilet. Die beyden entgegen geſetzten Winckel ſind einander gleich. Und die entgegen geſetzten Seiten ſind Parallel-Linien.

Beweiß.

Wird in dem Rhomboide ABCD die Diagonal-Linie BD, ſo entſtehen zwey Triangel ABD und BDC,

BDC, in welchen AB=DC, AD=BC (§. 54.), und DB=DB (§. 7. A. M.). Folglich iſt der Triangel ABD=dem Triangel DBC (§. 126.). Woraus es ferner klar, daß x=y, o=m und u=n (§. 128.). Und daher x+o=y+m (§. 63. A. M.). Welches hinreichend beſtätiget, daß die Linie AB der Linie DC, und die Linie BC der Linie AD parallel (§. 144.). Da nun dieſes auf gleiche Art von den übrigen Flächen, welche beſtimmet worden, zu beweiſen, ſo iſt der gegebene Lehr-Satz vollkommen beſtätiget.

1. Zuſatz.

§. 222. Es ſind demnach alle dieſe Vier-Ecke Parallelogramma (§. 47.).

2. Zuſatz.

§. 223. Und da alle Parallelogramma entweder Quadrate, oder Rectangula, oder Rhombi oder Rhomboides (§. 47. 144. 54.), ſo kan der erſte Theil des bewieſenen Lehr-Satzes auch alſo ausgedrücket werden: Alle Parallelogramma werden durch die Diagonal-Linien in zwey gleiche Triangel getheilet.

Lehr-Satz.

§. 224. Ein jeder Triangel iſt die Helfte von einem *Parallelogrammo*, mit welchem jener gleiche Grund-Linie und gleiche Höhe hat.

Beweiß.

IV 63 Der gegebene Triangel iſt entweder ein rechtwincklichter oder ein ſchiefwincklichter Triangel (§. 51.), und in beyden Fällen ein gleichſchencklichter oder ungleichſchencklichter Triangel (§. 44.). Iſt der gegebene Triangel ACB ein rechtwincklichter und gleichſchencklichter Triangel, ſo daß A ein rechter Wincke, ſo iſt AB=AC (§. 44. 146. 148.), m=n (§. 136.),

(§. 136.), folglich ſo wohl m als auch n=45° (§. 149.). Richtet auf der Hypothenuſe CB aus C und B einen gleichſchenklichten Triangel nach D, deſſen Schenckel ſo groß, als die Schenckel des gegebenen Triangels ACB, ſo iſt der Triangel ACB=dem Triangel CBD (§. 127.). Folglich ſind die Winckel D, m+o und n+x rechte Winckel (§. 128. 129.). Da nun auch in dieſem Vierecke alle Seiten einander gleich, ſo iſt es ein Quadrat (§. 54.). Und alſo iſt der gegebene Triangel die Helfte von einem Quadrate, welches mit jenem gleiche Grund-linie und Höhe hat (§. 56.). Auf gleiche Art kan bewieſen werden, daß ein rechtwincklichter und ungleichſchenklichter Triangel, die Helfte von einem Rectangulo. Ein ſchiefwincklichter und gleichſchenck-lichter Triangel die Helfte von einem Rhombo. Ein ſchiefwincklichter und ungleichſchenckſchter Triangel die Helfte von einem Rhomboide, wenn dieſe Vier-ecke mit den beſtimmten Triangeln gleiche Grund-linie und Höhe haben (§. 54.). Da nun alle dieſe Vier-ecke Parallelogramma (§. 222.), und keine andere Parallelogramma möglich ſind (§. 223.), ſo iſt es klar, daß alle Triangel die Helfte von einem Parallelo-grammo, welches mit dem Triangel gleiche Grund-linie und Höhe hat. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 225. Zwey *Parallelogramma*, welche gleiche Grund-Linie und Höhe haben, ſind einander gleich.

Beweiß.

Setzet auf der Grund-Linie AD zwey Parallelo- IV.
grammata ABCD und ADFE mit gleicher Höhe (§. 56), 64
ſo iſt in den Triangeln BEA und CDF die Linie BA=DG, EA=FD (§. 223. 54.), und BE=CF (§. 223.

14. und §. 63. A. M.). Folglich das Trapezium BCGA = EFDG (§. 92. A. M.). Addiret zu beyden den Triangel AGD, ſo iſt das Parallelogrammum BCDA = EFDA (§. 63. A. M.). W. E. W.

1. Zuſatz.

§. 226. Hieraus folget unmittelbar, 1) daß alle Triangel, ſo gleiche Grund-Linien und Höhen haben, einander gleich (§. 224.) [illegible]

2. Zuſatz.

§. 227. 2) Daß ein jedes Parallelogrammum groß als ein Quadrat oder rectangulum welches mit ihnen gleiche Grund-Linie und Höhe hat (§. 222.).

3. Zuſatz.

§. 228. 3) Daß ein jeder Triangel ein halb Quadrat oder rectangulum, wenn er mit dieſem gleiche Grund-Linie und Höhe hat (§. 224. 225. 227.).

4. Zuſatz.

§. 229. Und alſo hat man hinreichenden Grund ein Quadrat oder rectangulum zum allgemeinen Maaß-Stab aller Flächen anzunehmen (§. 220.).

Willkührlicher Satz.

§ 230. Damit der Maaß-Stab von allen Längen, ſiehe §. 93, auch bey Ausmeſſung der Flächen könne gebrauchet werden, ſo iſt ein Quadrat, welches eine Ruthe lang und eine Ruthe breit, eine Quadrat-Ruthe; ein Quadrat, welches einen Schuh lang und einen Schuh breit, ein Quadrat-Schuh; ein Quadrat, welches einen Zoll lang und einen Zoll breit, ein Quadrat-Zoll genennet worden. Und ſo weiter.

Zuſatz.

§. 231. Und alſo wird eine vorgegebene Fläche gemeſſen, wenn wir unterſuchen, wie viele Quadrat-Ruthen, Quadrat-Schuh, Quadrat-Zoll, und ſo weiter, in dieſelbe können geleget werden. (§. 229. und §. 102. A. M.).

Aufgabe.

§. 232. Ein vorgegebenes Quadrat auszumeſſen.

Auflöſung.

1) Meſſet mit dem Längen-Maaß-Stabe die Seite des Quadrats.

2) Multiplicirt dieſe durch ſich ſelbſt. Dieſes Factum iſt der Innhalt von der gegebenen Fläche.

Beweiß.

Sollt ihr das Quadrat ABCD meſſen, ſo ſollt ihr IV
ſuchen, wie viele Quadrat-Ruthen oder Quadrat- 65
Schuhe in dieſer Fläche liegen können (§. 231.). Da nun AB=CD (§. 54.), ſo können in der einen Reihe nicht mehr liegen als in der andern, folglich findet ihr den Innhalt dieſer Fläche, wenn ihr ſuchet, wie viele Quadrate in einer Reihe, und wie viele Reihen in der gantzen Fläche liegen können, und alsdenn dieſe Reihen zu einander addiret (§. 59. A. M.). Die Vielheit der Quadrat-Ruthen, welche in der Reihe AB liegen können, wird durch die Vielheit der Ruthen, in welche AB zu theilen, und die Vielheit ſolcher Reihen, welche in dem gantzen Quadrat liegen können, wird durch die Vielheit der Ruthen, in welche die Linie AC zu theilen, beſtimmet (§. 230.). Folglich findet ihr den Innhalt der gantzen Fläche, wenn ihr mit dem Längen-Maaß-Stabe die Linie AB und AC meſſet, und die Vielheit der Theile in AB

ſo vielmahl nehmet, als AC Eins in ſich hat, das iſt, AB durch AC multipliciret (§. 73. A. M.). Da nun AB = AC (§. 54.), ſo findet ihr den Innhalt der gantzen Fläche, wenn ihr AB durch ſich ſelbſt multipliciret. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 233. Es ſey AB = 10. Ruthen, ſo hat das Quadrat 100. Quadrat-Ruthen. Es ſey AB = 10. Schuh, ſo hat das Quadrat 100. Quadrat-Schuh. Hieraus iſt es klar, daß im Flächen-Maaſe eine Quadrat-Ruthe 100. Quadrat-Schuhe, ein Quadrat-Schuh 100. Quadrat-Zoll, und ſo weiter, habe.

2. Zuſatz.

§. 234. Wenn demnach das Flächen-Maaß durch Zahlen ausgedrücket wird, ſo muß man allezeit nach den Ruthen zwey Zahlen für die Schuhe, zwey Zahlen für die Zolle, und ſo weiter, abſchneiden. Z. E. 1345678″ ſind 134. Quadrat-Ruthen, 56. Quadrat-Schuh, und 78. Quadrat-Zoll (§. 97.).

3. Zuſatz.

§. 235. ABFE iſt ein Rectangulum (§. 54.), und dieſes zeiget deutlich, daß der Beweiß des §. 232. zugleich beſtätiget, daß wir den Innhalt eines Rectanguli finden, wenn wir die Grund-Linie mit der Höhe multipliciren.

4. Zuſatz.

§. 236. Alle Parallelogramma, welche gleiche Grund-Linie und Höhe haben, ſind einander gleich (§. 225.). Wir finden demnach den Innhalt eines Rhombi und Rhomboidis, wenn wir ihre Grund-Linie mit der Höhe multipliciren (§. 222.).

5. Zu-

5. Zuſatz.

§. 237. Ein jeder Triangel iſt die Helfte von einem Parallelogrammo, welches mit jenem gleiche Grund-Linie und Höhe hat (§. 224.). Folglich findet man den Innhalt eines Triangels, wenn man das Factum aus deſſen Grund-Linie in die Höhe mit zwey dividiret; oder wenn man die Grund-Linie eines Triangels durch die halbe Höhe, oder auch die Höhe durch die halbe Grund-Linie multiplicieret.

6. Zuſatz.

§. 238. Es ſey die Höhe des Triangels a, die Grund-Linie b, ſo iſt der Innhalt $a\frac{1}{2}b$, oder $\frac{1}{2}ab$ oder $\frac{ab}{2}$. Folglich die Grund-Linie das Duplum von $a\frac{1}{2}b : a = \frac{1}{2}ab : \frac{1}{2}a$. Die Höhe das Duplum von $\frac{1}{2}ab : b = a\frac{1}{2}b : \frac{1}{2}b$. Wenn ihr demnach den Innhalt eines Triangels in ſeine Factores zerſtreuet (§. 79. Arith.), ſo iſt der eine die Grund-Linie, und der andere die halbe Höhe, oder der eine die Höhe, und der andere die halbe Grund-Linie. Dieſes lehret uns, wie wir, wenn uns der Innhalt von einem Triangel iſt gegeben worden, einen Triangel zeichnen können, der dem gegebenen gleich iſt.

Lehr-Satz.

§. 239. *Parallelogramma* verhalten ſich gegen einander wie ihre Höhen, wenn ſie gleiche Grund-Linien, und wie ihre Grund-Linien, wenn ſie gleiche Höhen haben.

Beweiß.

Der Innhalt eines Parallelogrammi iſt das Factum aus der Grund-Linie in die Höhe (§. 236.). Facta aber welche entſtehen, indem ungleiche Gröſſen durch gleiche multipliciret worden, verhalten ſich gegen einander wie die Multiplicanda (§. 80. A. M.). Alſo verhalten ſich auch Parallelogramma gegen ein-

ander, wie die Höhen, wenn ihre Grund-Linien gleich, und wie die Grund-Linien, wenn sie einerley Höhen haben. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 240. Folglich verhalten sich auch Triangel, wie ihre Höhen, wenn sie gleiche Grund-Linien, und wie ihre Grund-Linien, wenn sie gleiche Höhen haben (§. 224. und §. 22. A. M.).

2. Zusatz.

§. 241. Wenn demnach drey Parallelogramma A. B. C. gleiche Grund-Linien haben, und die Höhe von B ist die mittlere Proportional-Linie zwischen der Höhe von A und C, so ist auch das Parallelogrammum B die mittlere Proportional-Grösse zwischen A und C. Wenn ferner vier Parallelogramma ABCD gleiche Grund-Linien haben, und die Höhe von D die vierte Proportional-Linie zu den Höhen von A B und C, so ist auch das Parallelogrammum D die vierte Proportional-Grösse zu den Parallelogrammis A. B und C. Auf gleiche Art kan man die Verhältniß von verschiedenen Parallelogrammis bestimmen, wenn sie gleiche Höhen, und ungleiche Grund-Linien haben.

3. Zusatz.

§. 242. Es ist hieraus ferner klar, wie die Verhältnisse verschiedener Triangel zu bestimmen. (§. 240.)

4. Zusatz.

§. 243. Wie zwischen zwey geraden Linien die mittlere, und zu drey geraden Linien die vierte Proportional-Linie zu finden, solches ist §. 205. und 202. erkläret worden. Folglich ist es klar, wie zwischen zwey Parallelogrammis das mittlere und zu

drey

drey das vierte Proportional-Parallelogrammum: wie zwiſchen zwey Triangeln der mittlere, und zu drey Triangeln der vierte Proportional-Triangel zu finden. (§. 241. 242.)

Aufgabe.

§. 244. Den Innhalt einer jeden geradlinigten Fläche zu finden.

Auflöſung.

1) Theilet die gegebene Fläche durch die Diagonal-Linien in Triangel. (§. 58.).

2) Suchet den Innhalt eines jeden Triangels. (§. 237.).

3) Dieſe addiret, ſo iſt die Summe der Innhalt der gegebenen Fläche. (§. 59. A. M.)

Anmerckung.

§. 245. Die Vortheile, welche bey Ausmeſſung der Flächen zu gebrauchen, will ich in den Fürleſungen zeigen. Wovon mit mehrern zu leſen des Herrn Rath Penthers zweyte Tractation von der Praxi Geometrica.

Das 2. Capitel.

Von der

Art und Weiſe, wie geradlinigte Flächen zu zeichnen, in Grund zu legen, zu theilen und in einander zu verwandeln.

Grund-Satz.

§. 246.

Soll man eine geradlinigte Fläche zeichnen, ſo müſſen ſo viele Theile von derſelben gegeben oder gemeſſen werden, als erforderlich ſind, wenn die Gröſſe der übrigen zu beſtimmen.

1. Zu-

1. Zuſatz.

§. 247. Soll man demnach eine reguläre Fläche zeichnen, ſo muß die Gröſſe einer Seite, die Gröſſe eines Winckels, welcher der Polygon-Winckel genennet wird, und die Vielheit der Seiten gegeben werden (§. 49.).

2. Zuſatz.

§. 248. Und weil eine jede geradlinigte Fläche durch die Diagonal-Linien in Triangel zu theilen (§. 58.), welche zuſammen genommen der Fläche gleich (§. 244.), ſo iſt es klar, daß man durch Hülffe der Triangel eine jede geradlinigte Fläche zeichnen könne, wenn man nemlich ſolche Fläche in Triangel theilet, und von einem jedem Triangel ſo viele Stücke miſſet, als erforderlich ſind, die Triangel zu zeichnen (§. 129.).

Lehr-Satz.

§. 249. **Wenn man die Peripherie eines Circuls in gleiche Theile theilet, und die Sehnen dieſer Bogen ziehet, ſo entſtehet eine reguläre Figur.**

Beweiß.

IV 66 Theilet die Peripherie des Circuls C in gleiche Theile in ABDEFG, ſo iſt die Sehne AB = BD = DE = EF = FG = GA. (§. 162.). Und die Bogen BAGF, AGFE, GFED ſind einander gleich. Folglich der Bogen AGF = GFE = FED und ſo weiter (§. 92. A. M.). Woraus klar, daß der Winckel bey A = dem Winckel bey B = dem Winckel bey D, und ſo weiter (§. 20. 160.). Folglich iſt die Figur ABDEFGA eine reguläre Figur (§. 49.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 250. Theilet demnach die Peripherie des Circuls in vier gleiche Theile, und ziehet die Sehnen, so entsteht ein Quadrat (§. 54. 158.). Theilet die Peripherie des Circuls in fünf gleiche Theile, und ziehet die Sehnen, so entstehet ein reguläres Fünf-Eck, und so weiter.

Erklärung.

§. 251. Eine geradlinigte Fläche wird in einem Circul beschrieben, wenn die Peripherie des Circuls durch alle Spitzen der geradlinigten Figur gehet. Und eine geradlinigte Fläche wird um einem Circul beschrieben, wenn alle Seiten der Fläche die Peripherie des Circuls berühren. Figura circulo inscripta & circumscripta quid.

Lehr-Satz.

§. 252. Wenn eine reguläre geradlinigte Figur in einem Circul ist beschrieben worden, und man ziehet mit den Seiten um den Circul Parallel-Linien, so bestimmen auch diese eine reguläre Figur.

Beweiß.

Ziehet mit den Seiten der regulären Figur ABDEFGA um den Circul C Parallel-Linien abdefga, so sind die Winckel bey a = den Winckeln bey A, die Winckel bey b = den Winckeln bey B, und so weiter (§. 143.). Folglich sind in der Figur abdefga alle Winckel einander gleich (§. 49.). Ziehet ferner aus dem Punct C eine Perpendicul-Linie auf ac (§. 134.), so sind bey h zwey rechte Winckel (§. 27.). Da nun auch a = b, und die Linie h C beyden Triangeln gemein, so ist auch ah = hb (§. 126. 128.). Da nun auf gleiche Art kan bewiesen werden, daß hb = bm = md, und so weiter, so ist auch ab = bd (§. 22. A. M.). IV 66

A. M.). Folglich ſind auch in dieſer Figur alle Seiten einander gleich, und alſo iſt es eine reguläre Figur (§. 49.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 253. Eine jede reguläre geradlinigte Fläche kan angeſehen werden, als wenn ſie entſtanden, indem man die Peripherie eines Circuls in gleiche Theile getheilet, und die Sehnen dieſer Bogen zuſammen gezogen. vid §. 249.

Beweiß.

IV 67 Theilet alle Winckel in der gegebenen regulären Fläche ABDEFA in zwey gleiche Theile (§. 131.), und ziehet durch dieſe Theilungs-Puncte gerade Linien, ſo entſtehen lauter gleichſchencklichte Triangel (§. 49. §. 22. A. M. und §. 138.). Weil nun x = n, und m = y, FE = AF (§. 49.), ſo ſind auch alle Schenckel in dieſen Triangeln einander gleich (§. 126. 128.), und dieſe Triangeln haben gleiche Höhen (§. 126. 49. 240.). Folglich iſt die Spitze des Triangels FCE ſo weit von dem Mittel-Punct der Grund-Linie FE als die Spitze des Triangels FCA von dem Mittel-Punct der Grund-Linie AF entfernet (§. 56. 138.). Weil nun alle dieſe Triangel einerley Beſtimmungen haben, ſo iſt es klar, daß ihre Spitzen in einem Punct C zuſammen ſtoſſen. Und alſo wird man geſtehen müſſen, daß C der Mittel-Punct eines Circuls, deſſen Radius CF, und in deſſen Peripherie die Puncte A. B. D. E. F. (§. 20. 21.). Folglich ſind die Seiten einer regulären Fläche gleiche Sehnen von einem Circul (§. 49. 20.). Indem nun gleiche Sehnen in einem Circul gleiche Bogen, und gleiche Bogen gleiche Sehnen beſtimmen (§. 162.), ſo folget, daß man eine jede reguläre geradlinigte Fläche anſehen könne, als wenn ſie entſtanden,

indem

indem man die Peripherie eines Circuls in gleiche Theile getheilet, und die Sehnen dieser Bogen zusammen gezogen. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 254. Vermöge dieses Beweises wird man ferner zugeben, daß eine reguläre geradlinigte Fläche aus dem Mittel-Punct des Circuls, darein sie sich beschreiben lässet, in so viele gleiche Triangel, als Seiten sind, einzutheilen.

2. Zusatz.

§. 255. Und hieraus folget, daß eine jede reguläre geradlinigte Fläche so groß sey als ein Triangel, dessen Grund-Linie die Summe von allen Seiten der Fläche, die Höhe aber so groß als die Höhe eines von den gleichen Triangeln, in welche sie aus dem Mittel-Puncte des Circuls ist getheilet worden.

Aufgabe.

§. 256. Die Peripherie eines gegebenen Circuls in so viele gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.

Auflösung.

1) Dividiret die Peripherie des Circuls oder 360° durch die Anzahl der Theile, in welche die Peripherie des gegebenen Circuls soll geschnitten werden.

2) Ziehet aus dem Mittel-Punct des Circuls einen geradlinigten Winckel, dessen Grösse der zuvor gefundene Quotient.

3) Die Schenckel dieses Winckels bestimmen den verlangten Theil in der Peripherie des Circuls. Wenn ihr demnach diesen so oft als möglich in der Peripherie des gegebenen Circuls herum traget, so ist dieselbe nach Verlangen eingetheilet worden (§. 157.).

Zuſatz.

§. 257. Hieraus iſt es vollſtändig zu begreiffen, wie ſo wohl in als auch um einem Circul eine reguläre geradlinigte Fläche zu beſchreiben ſey (§. 253. 249. 252.).

Aufgabe.

§. 258. Den Polygon-Winckel in einer regulären geradlinigten Figur zu finden.

Auflöſung.

1) Dividiret 360. durch die Anzahl der Seiten der gegebenen Fläche.

2) Dieſen Quotienten ſubtrahiret von 180, ſo iſt die Differentz der verlangte Polygon-Winckel.

Beweiß.

IV 68 Beſchreibet um die gegebene Fläche Z. E. um das gegebene reguläre Sechs-Eck ABDEFGA einen Circul (per dem. §. 253.), ſo iſt das Maaß des Polygon-Winckels GAB ein halber Circul — den Bogen GF (per dem. §. 249.). Nun aber iſt GF $\frac{1}{6}$ von dem Circul (§. 162.). Folglich iſt der Polygon-Winckel $= 180° - \frac{360°}{6}$ (§. 103.).

W. Z. E. W.

Aufgabe.

IV 68 §. 259. Auf eine gegebene Linie FE ein begehrtes reguläres und geradlinigtes Viel-Eck zu beſchreiben.

Auflöſung.

Ihr ſollt Z. E. auf FE ein reguläres geradlinigtes Sechs-Eck beſchreiben.

1) Traget in F und E die halben Polygon-Winckel, und verlängert die Schenckel, bis ſie einander ſchneiden in C.

2) Aus

2) Aus C beschreibet mit CF einen Circul, und traget in dessen Peripherie die gegebene Linie FE so vielmahl herum als es möglich ist.

3) Durch diese Theilungs-Puncte ziehet die Sehnen, so bestimmen diese das verlangte Viel-Eck.

Beweiß.

FE ist ein gleichschenclichter Triangel (§. 138.), dessen Spitze der Mittel-Punct, und dessen Schenckel CF der Radius des Circuls, in welchem das verlangte regulare Viel-Eck zu beschreiben (per dem. §. 253.). Wenn ihr demnach diesen Circul beschreibet, und dessen Peripherie mit der Sehne FE in so viele Theile theilet als es möglich ist, so müssen die durch die Theilungs-Puncte gezogene Sehnen das verlangte regulare Viel-Eck nothwendig bestimmen (§. 253.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 260. **Die Seite des regulären geradlinigten Sechs-Eckes ist dem *Radio* des Circuls gleich.**

Beweiß.

Der halbe Polygon-Winckel in einem regulären geradlinigten Sechs-Eck ist 60° (§. 258.), demnach sind in dem Triangel CFE alle Winckel einander gleich (§. 145.), und also ist CF = FE (§. 75.). Da nun CF der Radius des Circuls, und FE die Seite des regulären Sechs-Eckes, so ist in dieser Fläche die Seite dem Radio des Circuls gleich, in welchem jene zu beschreiben. W. Z. E. W. IV 68

Zusatz.

§. 261. Wolte ihr demnach auf eine gegebene Linie ein regulares Sechs-Eck machen, so beschreibet mit

der gegebenen Linie einen Circul, und traget in deſſen Peripherie die gegebene Linie ſechsmahl herum, ſo werden die Sehnen das verlangte Sechs-Eck beſtimmen (§. 259.).

Erklärung.

§. 262. Wenn man nach einen verjüngten Maaß-Stab eine Figur zeichnet, welche einer gegebenen Fläche ähnlich iſt, ſo wird geſaget, daß dieſe in Grund geleget worden.

Aufgabe.

§. 263. Ein gegebenes Feld oder einen gegebenen Platz in Grund zu legen.

Auflöſung.

1) Meſſet ſo viele Theile von dem gegebenem Felde, als erforderlich ſind, wenn deſſen Innhalt ſoll ausgerechnet werden. (§. 236. 137. 244.).

2) Durch Hülfe dieſer Theile zeichnet die Figur nach dem verjüngten Maaß-Stab (§. 169. 248.) ſo iſt das gegebene Feld, oder der gegebene Platz in Grund geleget worden (per. dem. §. 189.).

Anmerckung.

§. 264. Bey der Anwendung dieſer Auflöſung ſind verſchiedene Vortheile zu gebrauchen, nachdem die Plätze, welche in den Grund zu legen, unterſchieden. Aus dieſer Urſache werde ich in den Fürleſungen zeigen

1) Wie ein Platz, in welchem man allenthalben gehen kan in Grund zu legen

2) Wie ein Platz in Grund zu legen, welchen man nur an zweyen Oertern gantz überſehen kan

3) Wie ein Platz in Grund zu legen, in welchem man gar nicht gehen, den man aber doch gantz umgehen kan.

4) Wie ein gantzes Land in Grund zu legen

5) Wie ein Holtz in Grund zu legen, und ſo weiter. Siehe des Herrn Rath Wenthers, zweyte Edition von der Praxi Geometriae.

Auf

Aufgabe.

§. 268. Ein *Parallelogrammum* aus einem gegebenen Puncte in zwey gleiche Theile zu theilen. IV 69

Auflösung.

Es soll das Parallelogrammum ABCD aus E in zwey gleiche Theile getheilet werden.

1) Träget die Länge BE aus C nach F.

2) Ziehet die gerade Linie FE, so ist ACFE = FEBD.

Beweiß.

Es ist das Triangel ACD = ADB (§. 223.). Es ist ferner, weil der Winkel y = m (§. 228.), x = o (§. 117.), und AE = FD (§. 92. A. M. und §. 224.), das Triangel AGE = GDF (§. 126.). Folglich ist das Trapezium AGFC = GEBD (§. 92. A. M.), und also auch AEFC = EBDF (§. 63. A. M.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 266. Ein *Parallelogrammum* in so viele gleiche, oder proportionirliche Theile zu theilen, als man verlanget. IV 70

Auflösung.

1) Theilet die Grund-Linie des Parallelogrammi in so viele gleiche, oder proportionirliche Theile, als man verlanget (§. 194. 195.).

2) Durch diese Theilungs-Puncte ziehet mit der Seite des Parallelogrammi Parallel-Linien. Diese theilen das Parallelogrammum in die verlangten Theile.

Beweiß.

Weil ABCD ein Parallelogrammum, und die Linien mn, po und qr mit AB parallel gezogen, so

ſind auch alle dieſe Theile ABmn, mopn, oqrp und q GDr Parallelogramma (§. 47.), welche, weil ſie einerley Höhe haben (§. 56, 152.), ſich gegen einander verhalten wie ihre Grund-Linien (§. 239.). Iſt demnach die Grund-Linie AD in gleiche Theile getheilet, ſo ſind auch die geſetzten Theile von dem Parallelogrammo ABCD gleiche Theile, und wenn die Grund-Linie AD in proportionirliche Theile getheilet, ſo haben auch die beſtimmten Theile des Parallelogrammi gleiche Verhältniß zu einander.

Zuſatz.

§. 267. Da ſich nun auch die Triangel zu einander verhalten wie ihre Grund-Linien, wenn ſie einerley Höhe haben (§. 240.), ſo wird ein Triangel in gleiche oder proportionirliche Theile getheilet, wenn man die Grund-Linie des Triangels in gleiche oder proportionirliche Theile theilet, und aus der Spitze des Triangels nach dieſen Theilungs-Puncten gerade Linien ziehet.

Aufgabe.

§. 268. Ein iedes geradlinigtes Feld in ſo viele gleiche Theile zu theilen, als man begehret.

Auflöſung.

1) Leget das gegebene Feld in Grund (§. 265.), und alsdenn ſuchet deſſen Innhalt (§. 244.).

2) Dieſen Innhalt theilet durch die Rechnung in die verlangten Theile (§. 86. Mech.).

3) Da nun eine iede Fläche durch Hülffe der Triangel kan gezeichnet werden (§. 248.), ſo nehmet an, als wenn der gefundene Theil ein Innhalt von zwey Triangeln, welche, wenn ſie neben einander ſind geſetzet worden, einen von den verlangten Theilen des gegebenen Feldes machen.

4) Da-

4) Daher nehmet von dem gefundenem Theile ein Stück als den Innhalt des einen Triangels, und zeichnet diesen durch Hülffe der Grund-Linie und Höhe in der in Grund gelegten Fläche (§. 238. 226.).

5) Auf gleiche Art verfahret mit den übrigen Theilen, so wird die in Grund gelegte Fläche in die verlangten Theile getheilet werden.

6) Die Entfernungen der Theilungs-Puncte, welche in dieser gezeichneten Fläche zu finden, traget mit dem grossen Maaß-Stabe auf das gegebene Feld, so wird auch dieses in die begehrten Theile getheilet.

Anmerckung.

§. 269. Die Hand-Griffe, welche bey Theilung der Felder anzuwenden, will ich in den Fürlesungen zeigen.

Aufgabe.

§. 270. Ein Quadrat zu machen, welches so groß als ein gegebener Triangel, oder als ein gegebenes geradlinigtes Viel-Eck.

Auflösung.

1) Suchet den Innhalt des gegebenen Triangels oder geradlinigten Viel-Eckes (§. 243. 237.).

2) Aus diesem ziehet die Quadrat-Wurtzel (§. 166. Rech.), so habt ihr die eine Seite von dem Quadrate und ihr könnet das Quadrat verfertigen (per. Defin. 3. §. 330.).

Aufgabe.

§. 271. Einen Triangel zu machen, der so groß wie zwey gegebene Triangel zusammen genommen.

Auflösung.

1) Wenn die zwey gegebene Triangel einerley Höhe haben, so addiret ihre Grund-Linien, und beschreibet auf dieser Summe einen Triangel mit der gegebenen Höhe, so ist dieser die verlangte Summe (§. 240.).

2) Wenn die gegebenen Triangel ungleiche Höhen und ungleiche Grund-Linien haben, so suchet von beyden den Innhalt (§. 237.) und addiret diese.

3) Diese Summe zerstreuet in ihre Factores (§. 79. Rech.), und nehmet den einen zur Grund-Linie und den andern zur halben Höhe des zu suchenden Triangels, so könnet ihr diesen verfertigen (§. 237. 238.).

Anmerckung.

§. 272. Ueberleget dasjenige, was §. 226. 227. 239. 240. 241. 242. 243. ist ausgeführet worden, so werdet ihr mit leichter Mühe eine jede Figur in eine andere verwandeln, verschiedene Figuren zu einander addiren, von einander subtrahiren, zwischen zwey Figuren die mittlere Proportional-Grösse, und zu drey Figuren die vierte Proportional-Grösse finden können.

Lehr-Satz.

Theorema Pythagoricum.

§. 273. In einem rechtwincklichtem Triangel ist das Quadrat von der *Hypothenuse* gleich der Summe von den Quadraten der beyden übrigen Seiten.

Beweiß.

Es sey ABC ein rechtwincklichter Triangel, AFGB das Quadrat von der Hypothenuse, CBHI das Quadratum von der Grund-Linie, und CAED das Quadratum von dem Cathero. Ziehet von G nach C, und von A nach H gerade Linien, so ist, weil x=x und m=y (§. 54. 118.), x+m=x+y (§. 63 A. M.). Es ist ferner CB=BH, und AB=BG

(§. 54.)

(§. 54.), folglich ist der Triangel CGB = ABH (§. 126.). Ziehet ferner in dem Quadrat der Hypothenus ein Rectangulum, welches mit dem Triangel CBG gleiche Grund-Linie und Höhe hat NMGB, so ist der Triangel CBG = ½ NMGB (§. 224. 222.). Da nun auch der Triangel ABH gleiche Grund-Linie und Höhe hat mit dem Quadrat CBHI, so ist auch der Triangel ABH = ½ CBHI (§. 224. 222.). Folglich ½ NMGB = ½ CBHI (§. 20. A. M.); und also NMGB = CBHI (§. 22. A. M.). Auf gleiche Art kan bewiesen werden, daß das Rectangulum NMFA = dem Quadrat FACD. Folglich ist AFGB = CBHI + CAED (§. 8. A. M.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 274. Wenn demnach zwey Quadrate gegeben, und ihr sollt ein anderes Quadrat machen, welches den gegebenen zusammen genommen gleich, so setzet die Wurzeln der gegebenen Quadraten in einem rechten Winckel zusammen, und ziehet die Hypothenuse, heißt diese die Seite, auf welcher das verlangte Quadrat zu beschreiben.

2. Zusatz.

§. 275. Und daher kan man auch durch Hülffe des Pythagoreischen Lehr-Satzes verschiedene Quadrate addiren.

3. Zusatz.

§. 276. Es sey die Hypothenuse = y, die Grund-Linie = a, und der Cathetus = b, so ist in einem rechtwinklichten Triangel $y^2 = a^2 + b^2$ (§. 273.), folglich $y = \sqrt{(a^2 + b^2)}$ (§. 188. Rech.).

quad. □ hypoth. = quadrata cathet. a. + quadrata cath. b. seu basis

Das 3. Capitel.

Von Ausmessung der Circul-Fläche.

Lehr-Satz.

§. 277.

Ein Circul ist gleich einem Triangel, dessen Grund-Linie so groß als die Peripherie des Circuls, und dessen Höhe dem *Radio* des Circuls gleicher.

Beweiß.

V 7[2] Theilet die Peripherie des Circuls in unendlich kleine aber doch gleiche Theile, und ziehet die Sehnen dieser Bogen, so entstehet ein reguläres Viel-Eck, dessen Seiten unendlich klein (§. 249.). Folglich ist der Unterschied einer solchen Seite von ihrem Bogen unendlich klein, und also ist iene anzusehen als eine Grösse, welche dem gesetztem Bogen gleich ist (§. 144. A. M.). Folglich ist die Peripherie eines solchen Viel-Eckes gleich der Peripherie des Circuls. Es sey einer von diesen unendlich kleinen Theilen des Circuls der Bogen a b. Ziehet von den äussersten Puncten dieser Sehne gerade Linien nach dem Mittel-Punct des Circuls C, so ist der Unterschied der Höhe dieses Triangels c m von dem Radio des Circuls c a unendlich klein, folglich = dem Radio des Circuls (§. 144. A. M.). Und also ist es klar, daß der Circul gleich einem Triangel, dessen Grund-Linie = der Peripherie des Circuls, und dessen Höhe = dem Radio des Circuls (§. 255.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

V 7[2] §. 278. Hieraus ist es ferner klar, daß der Ausschnitt eines Circuls CMN = einem Triangel, dessen Grund-

Grund-Linie = dem Bogen MN, und dessen Höhe = dem Radio des Circuls.

72. Zusatz.

§. 279. Wenn wir demnach den Innhalt eines Circuls oder den Innhalt von dem Ausschnitte eines Circuls suchen wollen, so müssen wir durch das Längen-Maaß im ersten Falle die Grösse der Peripherie, und im andern Falle die Grösse des Bogens bestimmen, und solche mit dem halben Radio des Circuls multipliciren (§. 237.). Der Radius des Circuls ist eine gerade Linie, und also können wir dessen Länge leicht bestimmen. Folglich ist nur noch nöthig, daß wir untersuchen, wie die Grösse der Peripherie eines Circuls durch das Längen-Maaß zu bestimmen sey.

Lehr-Satz.

§. 280. Alle *Diametri* haben zu den Peripherien ihrer Circul einerley Verhältniß.

Beweiß.

Alle Circul sind einander ähnlich (§. 19. 39.). Folglich ist in ihnen nichts zu finden, wodurch sie, für sich betrachtet, von einander können unterschieden werden (§. 3. und 5. A. M.). Es ist demnach unmöglich, daß Circul durch die Verhältniß des Diametri zur Peripherie zu unterscheiden. Gestehen man dieses, so muß man auch nothwendig zugeben, daß in verschiedenen Circuln die Diametri einerley Verhältniß zu ihren Peripherien haben (§. 1. A. M.).

Aufgabe.

§. 281. Es wird gegeben der *Radius* eines Circuls und eine Sehne aus diesem Circul von einem bestimmten Bogen, man soll durch die Rechnung

finden, wie groß die Sehne von der Helfte des gegebenen Bogens sey.

Auflösung.

V 73 Es sey der gegebene Radius CA, die gegebene Sehne AB.

1) Ziehet auf diese Sehne AB aus dem Mittel-Punct des Circuls C eine Perpendicul-Linie (§. 134.), so theilet diese so wohl die gegebene Sehne als auch den Bogen in zwey gleiche Theile (§. 165.).

2) Bestimmet die Grösse der Seite CE, welche, weil ACE ein rechtwincklichter Triangel, $= \sqrt{(AC^2 - AE^2)}$ (§. 276.).

3) Subtrahiret diese Linie von dem gegebenen Radio CA = CD, so findet ihr die Seite DE.

4) Addiret zu dem Quadrat DE das Quadrat von AE, und ziehet aus dieser Summe die Quadrat-Wurtzel, so entstehet, weil ADE ein rechtwincklichter Triangel, die Seite AD (§. 276.), welche die Sehne von der Helfte des gegebenen Bogens.

Aufgabe.

§. 282. Es wird gegeben die Seite von einem regulären Viel-Ecke, welches in dem Circul beschrieben, man soll die Grösse der Seite von dem regulären Viel-Ecke, welches um den Circul beschrieben, durch die Rechnung bestimmen.

Auflösung.

V 74 Es sey die Seite von dem regulärem Viel-Ecke, welches in dem Circul beschrieben, AB, und die Seite des regulären Viel-Ecks, welches um dem Circul beschrieben, EF, folglich ist EF mit der Linie AB parallel (§. 257.). Ziehet auf die Sehne AB aus dem Mittel-Punct C eine Perpendicul-Linie CG (§. 134.), so ist CD : DB = CG : GF,

und

und CD : DA = CG : GE (§. 192. 193). Da nun AD = DB (§. 265.), ſo iſt CG : GF = CG : GE (§. 40. A. M.), folglich CG : CG = GF : GE (§. 131. A. M.). Und alſo GF = GE (§. 41. A. M.). Hieraus erhellet, daß die Linie EF durch Hülffe der Linie CD, DB und CG zu erfinden. Die Linie DB iſt die halbe Seite des regulären Viel-Ecks, welche iſt gegeben worden. Die Linie CG iſt der Radius des Circuls, in welchem das Viel-Eck zu beſchreiben, und alſo durch Hülffe des §. 259. zu erfinden, die Gröſſe der Linie CD kan auf gleiche Weiſe, wie §. 281. iſt gezeiget worden, erfunden werden, und alſo iſt es klar, wie die Gröſſe der Linie EF zu beſtimmen.

Aufgabe.

§. 283. Die Verhältniß des *Diametri* zur Peripherie des Circuls zu erfinden.

Auflöſung.

1) Beſchreibet in einem Circul ein reguläres Viel-Eck, und ſuchet durch Hülffe der einen Seite die Sehne von dem halben Bogen jener Seite. Durch Hülffe dieſer ſuchet wiederum die Sehne von ihrem halben Bogen, und mit dieſer Arbeit fahret ſo lange fort, bis ihr eine Sehne findet, deren Unterſcheid von ihrem Bogen unendlich klein (§. 281.).

2) Durch Hülffe dieſer gefundenen Sehne, ſuchet die Seite des regulären Viel-Ecks, welches um den Circul iſt beſchrieben worden (§. 282.)

3) Beyde Seiten multipliciret durch die Anzahl der Linien, welche in der Peripherie ſolcher Viel-Ecke enthalten, ſo bekommt ihr ſo wohl die Peripherie des regulären Viel-Eckes, welches in dem Circul, als auch des Viel-Eckes, welches um dem Circul iſt beſchrieben worden.

4) Da

4) Da nun die Peripherie des äusseren Viel-Eckes etwas grösser und die Peripherie des innern Viel-Eckes etwas kleiner als die Peripherie des Circuls, so werdet ihr durch diesen Unterschied die Grösse der Peripherie, und also die Verhältniß des Diametri zur Peripherie also bestimmen können, daß der begangene Fehler unendlich klein, und also für nichts zu halten (§. 142. A. M.).

Anmerckung.

Vergl. Leupold Theatr. Trigonometric. §. 64. Hahn Geometrie §. 163.

§. 284. Ich habe diese Aufgaben aus den Elementis Geometriae des Herrn Baron von Wolffens §. 423-425. nicht in der Absicht angeführet, daß ich die Verhältniß des Diametri zur Peripherie aufs neue ausrechnen wollte, diese Arbeit würde mir zu mühsam seyn, sondern damit man auch in diesem Compendio einsehen könne, wie es möglich gewesen, daß andere diese Verhältniß haben ausrechnen können. Es ist mir jederzeit verdrießlich gewesen, etwas zu hören, wovon ich keinen Grund eingesehen, und ich vermuthe bey andern gleiche Eigenschafften. Ludolph von Cöln hat in seinem Tractat *de circulo et inscriptis* mit vieler Mühe durch den Gebrauch der Decimal-Brüche ausgerechnet, daß die Peripherie des Circuls 314 159 264 358 979 323 846 264 338 387 wenn der Diameter 100 000 000 000 000 000 000 000 000 000 000 ist. Weil aber diese Zahlen im Rechnen viel zu weitläuftig, so nimmt man nur von beyden die drey ersten Ziffern; sollen aber die Circul zu groß und also der Fehler zu mercklich werden, so setzet man noch einige Ziffern hinzu. Und also ist die Verhältniß des Diametri zur Peripherie wie 100 : 314, oder in grossen Circuln wie 1000 : 3141, und so weiter.

1. Zusatz.

§. 285. Ist demnach der Diameter eines Circuls 100', so hat die Peripherie bey nahe 314'. Ist der Diameter 100', so hat die Peripherie bey nahe 314', und so weiter.

2. Zu-

2. Zusatz.

§. 286. Wird euch der Diameter eines Circuls gegeben, und ihr sollt die Grösse der Peripherie durch das Längen-Maaß bestimmen, so sprechet:

100 : 314 = der gegebene Diameter : Peripherie.

Wird euch durch das Längen-Maaß die Grösse der Peripherie eines Circuls gegeben, und ihr sollt dessen Diameter suchen, so sprechet:

314 : 100 = die gegebene Peripherie : Diameter (§. 280. 284.).

3. Zusatz.

§. 287. Und also ist es vollkommen zu begreiffen, wie die Grösse einer Circul-Fläche durch das Flächen-Maaß zu bestimmen (§. 279. 286.).

Aufgabe.

§. 288. Den Inhalt des Abschnittes MCN zu finden.

Auflösung.

1) Messet den Radium des Circuls CN, und den Winckel NCM (§. 110.).

2) Durch Hülffe des ersten bestimmet die Grösse der halben Peripherie des gegebenen Circuls durch das Längen-Maaß, dieses zu bewerckstelligen sprechet:

100 : 314 = der Radius des gegebenen Circuls : der halben Peripherie des Circuls (§. 286.).

3) Durch Hülffe des zweyten bestimmet die Grösse des Bogens MN durch das Längen-Maaß, dieses zu erhalten sprechet:

180° : dem Winckel MCN = die gefundene Grösse dieses halben Circuls : dem Bogen MN.

4) Multipliciret die gefundene Grösse des Bogens MN durch den halben Radium NC, so ist dieses

dieſes Factum die Gröſſe von der Fläche des gegebenen Ausſchnittes (§. 279.).

Aufgabe.

V §. 289. Den Innhalt des Abſchnittes eines 75 Circuls ABDA zu finden.

Auflöſung.

1) Meſſet die Sehne AD und die Höhe BF des gegebenen Abſchnittes.

2) Durch Hülffe der gefundenen Höhe BF und der halben Sehne FD ſuchet den Diameter des Circuls, aus welchem das gegebene Stück iſt geſchnitten worden (§. 209.).

3) Suchet den Innhalt des Ausſchnittes ABDEA (§. 288.), und des Triangels ADE (§. 237.)

4) Den Innhalt dieſes Triangels ſubtrahiret von dem Innhalte des Ausſchnittes ABDEA, die Differenz iſt der Innhalt des gegebenen Abſchnittes ABDA (§. 88 und 89. A. M.).

Lehr-Satz.

§. 290. Die Flächen der Circul verhalten ſich gegen einander wie die Quadrate ihrer *Diametrorum*.

Beweiß.

Es ſey die Peripherie des einen Circuls = P, und der Diameter dieſes Circuls = D, ſo iſt der Innhalt des Circuls = P, $\frac{D}{4} = \frac{P}{4}$, D (§. 287.), und das Quadratum Diametri = D, D (§. 232.). Folglich:

$\frac{P}{4}$, D ; D, D = $\frac{P}{4}$; D (§. 80. A. M.).

Ei

Es sey ferner die Peripherie des andern Circuls $= p$, und der Diameter $= d$, so ist der Innhalt dieses Circuls $= \frac{p}{4}, d$ (§. 287.) und das Quadratum Diametri $= d, d$ (§. 232.), folglich

$$\frac{p}{4}, d : dd = \frac{p}{4} ; d \text{ (§. 80. A. M.).}$$

Da nun

$$\frac{p}{4} : D = \frac{p}{4} : d \text{ (§. 280. Geom. und §. 218.}$$

II. B. 2. a. 2. Rechn.)

so ist auch

$$\frac{p}{4}, D : D, D = \frac{p}{4}, d : d, d \text{ (§. 40. A. M.),}$$

Folglich

$$\frac{p}{4}, D : \frac{p}{4}, d = D, D : d, d \text{ (§. 131. A. M.).}$$

W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 291. Nehmet die Seiten eines rechtwincklichten Triangels als Diametros von verschiedenen Circuln, und beschreibet diese Circul, so ist der Circul, dessen Diameter die Hypothenuse, so groß als die übrigen beyden Circuln zusammen genommen (§. 271.), (§. 274. A.).

2. Zusatz.

§. 292. Und also ist es leicht zu begreiffen, wie verschiedene Circul zu addiren, und von einander zu subtrahiren (§. 274. 275.).

Lehr-Satz.

§. 293. Der Innhalt eines Circuls verhält sich zum Quadrat seines *Diametri*, wie bey nahe 785 zu 1000.

Beweiß.

Beweiß.

Wenn der Diameter 100. Theile hat, so hat die Peripherie 314. (§. 284.), also ist der Innhalt des Circuls 7850. (§. 287.), und das Quadrat des Diametri 10000. (§. 232.). Folglich verhält sich der Innhalt des Circuls zu dem Quadrat seines Diametri wie 7850 zu 10000 = $\frac{7850}{10} : \frac{10000}{10}$ = 785 : 1000 (§. 113. A. M. und §. 290. Geom.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 294. Wird euch demnach der Innhalt des Circuls gegeben, und ihr sollt das Quadratum Diametri suchen, so sprechet:

785 : 1000 = der gegebene Innhalt des Circuls : Quadrat des Diametri.

Wird euch das Quadratum Diametri eines Circuls gegeben, und ihr sollt den Innhalt des Circuls suchen, so sprechet:

1000 : 785 = das gegebene Quadrat : dem Innhalt des Circuls.

Aufgabe.

§. 295. Es wird der Innhalt eines Circuls gegeben, man soll den *Diametrum* und die Peripherie suchen.

Auflösung.

1) Suchet das Quadrat von dem verlangtem Diametro (§. 194.).

2) Aus diesem ziehet die Quadrat-Wurzel (§. 166. Rech.), so habt ihr den verlangten Diameter (§. 232.).

3) Suchet zu 100, 314. und den gefundenen Diameter die vierte Proportional-Grösse (§. 216. Rech.), diese ist die verlangte Peripherie (§. 286.).

Das

Das 4. Capitel.

Von den Eigenschafften der Flächen, welche durch ihre Lage zu bestimmen.

Lehr-Satz.

§. 296.

Wir haben hinreichenden Grund eine Fläche als eine Ausdehnung ohne Dicke zu gedencken, welche aus vielen Linien ist zusammengesetzet worden.

Beweiß.

Eine Fläche ist eine Ausdehnung in die Länge und Breite ohne Dicke (§. 37.). Einer Ausdehnung wird eine Breite beygeleget, wenn man in derselben auf eine zweyfache Art eine Ausdehnung gedencken kan (§. 1.). Wenn wir verschiedene Längen oder Linien also neben einander legen, daß zwischen ihnen keine andere könne gesetzet werden, so bekommen wir einen Begriff von einer Ausdehnung, in welcher die Ausdehnung auf eine zweyfache Art zu gedencken (§. 11. Vor.), und also haben wir hinreichenden Grund zu behaupten, daß eine Fläche eine Ausdehnung ohne Dicke, welche aus vielen Linien ist zusammen gesetzet worden. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 297. Folglich müssen wir die Lage, in welcher eine Linie mit einer Fläche verknüpfet, von der Lage, in welcher eine Linie mit einer Linie in der Fläche verknüpfet, unterscheiden.

2. Zusatz.

§. 298. Es kan demnach eine Linie auf einer Linie in der Fläche perpendiculär stehen, welche in Ansehung der gantzen Fläche nicht perpendiculär stehet. Und eine Linie kan mit einer Linie in der Fläche parallel ge-

hen, welche in Ansehung der gantzen Fläche keine Parallel-Linie (§. 22. 26.).

3. Zusatz.

§. 299. Es ist hieraus ferner klar, daß wir die Lage aller Linien einer Fläche zu allen Linien einer andern Fläche untersuchen müssen, wenn wir die Eigenschafften aus der Lage der Flächen bestimmen wollen.

4. Zusatz.

§. 300. Und also erhellet, daß eine Fläche auf der andern perpendicular stehet, wenn alle Linien der einen Fläche, auf allen Linien der andern Fläche, auf welcher jene ruhen, perpendiculär stehen, und daß eine Fläche mit einer andern parallel gehet, wenn alle Perpendicul-Linien, welche von der einen Fläche auf die andere gezogen werden, einander gleich (§. 26. 22. 152.).

Anmerckung.

§. 301. Wer dieses, was §. 296-300. gesetzet worden, genau überleget, der wird ohne Furcht zu irren gestehen, daß aus dem, was von der Lage der Linien behauptet worden, dasjenige, was aus der Lage der Flächen folget, leicht zu begreiffen. Daher es fast überflüßig, daß noch weitläuftiger hievon handele. Doch zur Deutlichkeit will noch davon einige Haupt-Sätze, welche im folgenden gebrauche, erklären und beweisen.

Lehr-Satz.

§. 302. Wenn auf einer Fläche ein Circul beschrieben, und auf dessen Mittel-Punct eine gerade Linie also gesetzet wird, daß sie von allen Puncten der Peripherie des Circuls gleichweit entfernet, so stehet diese Linie auf der gegebenen Fläche perpendiculär.

Beweiß.

V 76 Beschreibet auf der Fläche ABDE einen Circul FIGK, und richtet auf dessen Mittel-Punct C also eine gerade Linie, daß sie von allen Puncten der Peri-

Peripherie des gezeichneten Circuls gleich weit entfernet, so ist die Neigung dieser Linie HC nach allen Linien, aus welchen die Fläche zusammengesetzet, gleich groß (§. 16.), folglich stehet sie auf der gegebenen Fläche perpendiculär (§. 297. 26.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 303. Wenn eine Fläche eine andere Fläche nach der Schärffe schneidet, so ist der Durchschnitt eine Linie.

Beweiß.

Es soll die Fläche HCDG von der Fläche ADEH durchschnitten werden, so muß der Durchschnitt BF eine solche Ausdehnung seyn, welche in einer Fläche zu gedencken, folglich entweder eine Länge, oder eine Breite (§. 37.). Ist der Durchschnitt eine Breite, so muß die Schärffe der Fläche ADEH eine Dicke haben (§. 1.). Da nun aber dieses dem Begriff derselben zuwider (§. 37.), so ist der Durchschnitt BF eine Länge oder Linie. W. Z. E. W. V 77

1. Zusatz.

§. 304. Wenn demnach die Flächen, welche einander nach der Schärffe schneiden, ebene Flächen, so ist der Durchschnitt BF eine gerade Linie.

2. Zusatz.

§. 305. Die Neigung, in welcher eine Fläche die andere schneidet, ist durch die Winckel zu bestimmen, welche die Linien auf der Fläche HGFB mit den Linien von der Fläche HABF machen (§. 299. 27.).

Lehr-Satz.

§. 306. Wenn eine Fläche von einer geraden Linie durchschnitten wird, so ist diese Linie in der Fläche, welche durchschnitten worden.

Beweiß.

V 78 Durchschneidet die Fläche CDFE mit der Linie AB, so ist die Linie AB entweder in der Fläche oder nicht. Ist dieses, so hat entweder die Linie AB eine Breite, oder die Fläche CDFE hat eine Dicke (§. 1.); da man beydes unmöglich (§. 2. 37.), so muß das erste seyn. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 307. Wenn zwo Flächen, welche parallel liegen, von einer dritten durchschnitten werden, so sind auch die Durchschnitte parallel.

Beweiß.

V 79 Durchschneidet die Parallel-Flächen ABCD und EFGH mit einer dritten KMLI, so sind die Durchschnitte KM und IL Linien in den gegebenen Flächen (§. 303. 306.). Da nun die gegebenen Flächen parallel, so müssen auch diese Durchschnitte Parallel-Linien seyn (§. 300. 22.) W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 308. Ueberleget hiebey, was §. 143. ff. und §. 299. bewiesen, so werdet ihr auch hier viele besondere Schlüsse folgern können.

Lehr-Satz.

V 80 §. 309. Zwo Linien NP und SQ werden von Parallel-Flächen ABCD, EFGH, IMLK proportionirlich geschnitten, so, daß PO : ON = QR : RS.

Beweiß.

Weil die Flächen ABCD, EFGH und IMLK parallel, so sind auch die Durchschnitte NS, OR und PQ Parallel-Linien (§. 307. 303.). Ziehet die Linie SP, so ist in dem Triangel NPS mit der Grund-Linie NS die Linie OT, und in dem Triangel PSQ mit der Grund-

Grund-Linie PQ die Linie TR parallel gezogen. Folglich ist.

PO : ON = PT : TS
PT : TS = QR : RS (§. 193.).

und also

PO : ON = QR : RS (§. 40. A. M.).

W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 310. Und also ist es klar, daß auch hier aus dem, was von der Aehnlichkeit der Triangel oben ist ausgeführet worden, vieles könne gefolgert werden. Was angeführet, solches wird, meine Absicht zu erhalten, hinreichen.

Der 4. Abschnitt.

Von den Eigenschafften der mathematischen Körper und deren Ausmessung.

Stereometrie

Das 1. Capitel.

Von der Art und Weise, wie die Grösse eines körperlichen Raums zu finden.

Lehr-Satz.

§. 311.

Die Ausdehnung der Körper kan nicht gemessen werden, als durch die Bestimmung der Verhältniß aller mathematischen Körper zu einer gewissen Art derselben. mensura nisi per comparationem

Beweiß.

Dieser Satz kan auf gleiche Art bewiesen werden, wie der Satz im §. 219. ist erwiesen worden.

Zuſatz.

§ 312. Da nun der regulåreſte Körper unter allen der Cubus (§. 64. 77.), ſo hat man hinreichenden Grund den Cubum zum allgemeinen Maaß-Stab aller körperlichen Ausdehnungen anzunehmen.

Willkührlicher Satz.

§. 313. Damit der Maaß-Stab von den Längen, ſiehe §. 93., auch bey Ausmeſſung der körperlichen Ausdehnungen könne gebraucht werden, ſo iſt ein Cubus, welcher eine Ruthe lang, eine Ruthe breit, und eine Ruthe dick, eine Cubic-Ruthe; ein Cubus, welcher einen Schuh lang, einen Schuh breit, und einen Schuh dick, ein Cubic-Schuh; ein Cubus welcher einen Zoll lang, einen Zoll breit, und einen Zoll dick, ein Cubic-Zoll genennet worden. Und ſo weiter.

Zuſatz.

§. 314. Und alſo wird ein körperlicher Raum gemeſſen, wenn wir unterſuchen, wie viele Cubic-Ruthen, Cubic-Schuh, Cubic-Zoll, und ſo weiter, in demſelben können geleget werden (§. 312. und §. 102. A. M.).

Aufgabe.

§. 315. Die Ausdehnung eines gegebenen Cubi auszumeſſen.

Auflöſung.

1) Meſſet mit dem Maaß-Stab die Länge der Seite des gegebenen Cubi.

2) Multipliciret dieſe durch ſich ſelbſt.

3) Dieſes Factum multipliciret wiederum durch die gefundene Seite des gegebenen Cubi; dieſes Factum iſt der Innhalt von dem gegebenen Cubo.

Beweiß.

Solt ihr den Cubum ABGFEDA meſſen, ſo ſollt V
ihr ſuchen, wie viele Cubic-Ruthen, oder Cubic- 81
Schuh, und ſo weiter, in dieſem körperlichen Raume liegen können (§. 314.). Da nun AD = DE (§. 77), ſo können in der einen Reihe nicht mehr liegen als in der andern. Da ferner AD = DC (§. 77.), ſo müſſen ſo viele Cubic-Ruthen über einander liegen, als in der Reihe AD können geleget werden. Wenn ihr demnach unterſuchet, wie viele Cubic-Ruthen in der Reihe AD, wie viele in der Reihe DE, und wie viele in der Reihe DC liegen können, und ſolche Gröſſen in einander multipliciret, ſo findet ihr den körperlichen Innhalt des gegebenen Cubi (§. 73. A. M.). Die Vielheit der Cubic-Ruthen, welche in der Reihe AD liegen können, wird durch die Vielheit der Ruthen, in welche AD zu theilen, die Vielheit der Cubic-Ruthen, welche in der Reihe DE liegen können, wird durch die Vielheit der Ruthen, in welche DE, und die Vielheit der Cubic-Ruthen, welche in der Reihe DC liegen können, wird durch die Vielheit der Ruthen, in welche DC zu theilen, beſtimmet (§. 313.). Folglich findet ihr den Innhalt dieſes Cubi, wenn ihr AD, DE, und DC mit dem Maaß-Stab der Längen meſſet, und dieſe Gröſſen in einander multipliciret. Da nun AD = DE = DC (§. 77.), ſo findet ihr den Innhalt des gegebenen Cubi, wenn ihr die eine Seite des Cubi mit dem Maaß-Stab der Längen meſſet, dieſe Gröſſe durch ſich ſelbſt multipliciret, und endlich dieſes Factum wiederum mit der erſten Gröſſe multipliciret. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 316. Wenn ihr die Seite AD durch ſich ſelbſt multipliciret, ſo findet ihr die Grund-Fläche des Cubi (§. 232. 77.). Folglich findet ihr den Innhalt des

gegebenen Cubi, wenn ihr die Grund-Fläche des Cubi durch die Höhe multipliciret.

2. Zuſatz.

§. 317. Ziehet aus dem gefundenen Inhalt des Cubi die Cubic-Wurtzel (§. 173. Rech.), ſo habt ihr die Höhe oder die Breite des Cubi (§. 150. Rech.).

3. Zuſatz.

§. 318. Es ſey AD = 10 Ruthen, ſo hat der Cubus 1000 Cubic-Ruthen. Es ſey AD = 10 Schuh, ſo hat der Cubus 1000 Cubic-Schuh. Und ſo weiter. Hieraus iſt klar, daß in einer Cubic-Ruthe 1000 Cubic-Schuh, in einem Cubic-Schuh 1000 Cubic-Zoll, und ſo weiter.

4. Zuſatz.

§. 319. Wenn demnach das Maaß eines körperlichen Raums mit Zahlen ausgedrücket, ſo muß man allezeit nach den Ruthen drey Zahlen für die Schuhe, drey Zahlen für die Zolle, und ſo weiter, abſchneiden. Z. E. 345678324''' ſind 324 Cubic-Zoll, 678 Cubic-Schuh, und 345 Cubic-Ruthen (§. 97.).

Lehr-Satz.

§. 320. Wir haben hinreichenden Grund, einen mathematiſchen Körper als eine Ausdehnung zu gedencken, welche aus vielen Flächen zuſammengeſetzet iſt.

Beweiß.

Dieſer Satz kan auf gleiche Art bewieſen werden, wie der Satz im §. 296. erwieſen worden.

Lehr-Satz.

§. 321. Alle gleichdicke Körper (§. 73.), welche gleiche Grund-Flächen und Höhen haben, ſind

sind einander gleich, oder haben gleiche Ausdehnungen in ihrem körperlichen Raum.

Beweiß.

Wenn man zween gleichdicke Körper in lauter Scheiben oder Flächen mit der Grund-Fläche parallel zerschneidet, so sind alle diese Scheiben einander gleich, wenn die gegebenen Körper gleiche Grund-Flächen haben (§. 73. 320.). Haben sie nun auch gleiche Höhen, so können aus einem nicht mehrere Scheiben als aus dem andern geschnitten werden. Folglich fasset ein Körper so viel Raum in sich als der andere. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 322. Der Cubus ist ein gleichdicker Körper (§. 77.). Folglich ist ein ieder gleichdicker Körper so groß als ein Cubus, mit welchem jener gleiche Grund-Fläche und Höhe hat.

2. Zusatz.

§. 323. Man findet demnach den Innhalt von einem iedem Prismate (§. 75.), von dem Parallelepipedo (§. 77.), und von einem Cylinder (§. 80.), wenn man die Grund-Flächen dieser Körper durch ihre Höhen multipliciret.

Anmerckung.

§. 324. Wie die Flächen zu messen, von welchen gleichdicke Körper eingeschlossen werden, solches wird ein iedes aus dem 3ten Abschnitte ohne Mühe folgern können.

3. Zusatz.

§. 325. Hieraus folget ferner, daß sich gleichdicke Körper zu einander verhalten wie ihre Höhen, wenn sie gleiche Grund-Flächen, und wie ihre Grund-Flächen, wenn sie gleiche Höhen haben (§. 80. A. M.).

4. Zuſatz.

§. 326. Und alſo iſt leicht zu begreiffen, wie zwiſchen zweyen gleichdicken Körpern der mittlere Proportional-Körper, und zu drey gleichdicken Körpern der vierte Proportional-Körper zu finden. Siehe §. 241. 243. Und ſo weiter.

Lehr-Satz.

§. 327. Alle ſpitze Körper (§. 73.), welche gleiche Grund-Flächen und Höhen haben, ſind gleiche Körper.

Beweiß.

V 32 Nehmet von zweyen Pyramiden (§. 86.), welche einerley und gleiche Grund-Flächen und Höhen haben, die eine Seite, ſo habt ihr zween Triangel ACB und ADB, welche gleiche Grund-Linien und gleiche Höhen haben (§. 87.). Machet in dieſen Triangeln in einerley Höhe von der Grund-Linie mit dieſer Parallel-Durchſchnitte EF und GH, ſo iſt leicht zu beweiſen, daß EF = GH. Denn CK = DM. IK = LM, folglich CI = DL (§. 92. A. M.). Es iſt ferner, weil die Durchſchnitte mit der Grund-Linie parallel, der Triangel CEF ∽ CAB, und der Triangel DGH ∽ DAB (§. 193. 192.). Folglich iſt

EF : CI = AB : CK (= DM)
GH : DL = AB : DM (§. 211.)

und alſo

EF : CI = GH : DL §. 40. A. M.)

folglich

EF : GH = CI : DL (§. 131. A. M.).

Da nun CI = DL, ſo iſt auch EF = GH (§. 38. 41. AM.). Bey den übrigen Durchſchnitten, welche in einerley Höhe mit der Grund-Linie parallel geſchehen, iſt einerley Grund (§. 86.), und alſo ſind alle Durchſchnitte, welche in dieſen Pyramiden in einerley Höhe von der Grund-Linie mit der-

derſelben parallel geſchehen einander gleich (§. 296.). Indem nun dieſe Pyramiden gleiche Höhen haben, ſo können aus der einen nicht mehrere Scheiben als aus der anderen geſchnitten werden. Folglich faſſet die eine ſo viel Raum in ſich, als die andere. Weil nun dieſes auf gleiche Art von allen ſpitzen Körpern zu erweiſen (§. 73.), wenn man nur bey den Kegeln mercket, daß ſich die Circul zu einander verhalten, wie die Quadrate von ihren Diametris (§. 290.), ſo iſt es klar, daß alle ſpitze Körper einander gleich, wenn ſie gleiche Grund-Flächen und Höhen haben. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 328. Folglich verhalten ſich auch die ſpitzen Körper zu einander wie ihre Grund-Flächen, wenn ihre Höhen gleich, und wie ihre Höhen, wenn ſie gleiche Grund-Flächen haben, was demnach §. 326. gezeiget, ſolches iſt auch hier zu mercken.

Lehr-Satz.

§. 329. Ein dreyeckichtes Prisma kan in drey gleiche Pyramiden geſchnitten werden.

Beweiß.

Es ſey ACBEFDA ein dreyeckichtes Prisma, ſo ſind ABCF, DFEA und BEFA Pyramiden, in welche das gegebene Prisma zerſchnitten (§. 87.). Weil nun die Flächen DEF und ACB parallel und gleiche Flächen (§. 78.), ſo folget aus dem erſten, daß die Höhen der Pyramiden ABCF und DFEA einander gleich (§. 300. 56.), und aus dem zweyten, daß dieſe Pyramiden gleiche Grund-Flächen haben (§. 56.), und alſo iſt klar, daß die Pyramide ABCF = DFEA (§. 327.). Es ſey ferner die Grund-Fläche von der Pyramide ABCF der Triangel CBF, und die Grund-Fläche von der Pyrami-

V
88

ramide BEFA der Triangel BFE, ſo haben auch dieſe Pyramiden, weil CBEF ein Parallelogrammum (§. 76. 47.), gleiche Grund-Flächen (§. 223.), und auch, weil A ihre gemeinſchafftliche Spitze, gleiche Höhen (§. 152. 296. 56.). Welches hinreichend zu behaupten, daß auch dieſe Pyramiden ABCF und BEFA einander gleich (§. 327.). Und alſo iſt klar, daß ein dreyeckichtes Prisma in drey gleiche Pyramiden könne geſchnitten werden. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 330. Da nun alle ſpitze Körper, welche gleiche Grund-Flächen und Höhen haben (§. 327.), und alle gleichdicke Körper, welche gleiche Grund-Flächen und Höhen haben, einander gleich (§. 321.), ſo wird man geſtehen, daß ein ſpitzer Körper $\frac{1}{3}$ von einem gleichdicken Körper, welcher mit jenem gleiche Grund-Fläche und gleiche Höhe hat (§. 331. 75. 88.).

2. Zuſatz.

§. 331. Wollt ihr demnach den körperlichen Innhalt von einem ſpitzen Körper ſuchen, ſo multiplicire t die Grund-Fläche mit der Höhe, und dieſes Factum dividiret mit 3, ſo iſt der Quotient der körperliche Innhalt des gegebenen ſpitzen Körpers, oder multipliciret die Grund-Fläche mit $\frac{1}{3}$ von der Höhe, ſo iſt das Factum der körperliche Innhalt des gegebenen ſpitzen Körpers (§. 330. 323.).

3. Zuſatz.

§. 332. Woraus ferner klar, daß die Grund-Fläche eines ſpitzen Körpers entſtehet, wenn man deſſen körperlichen Innhalt mit $\frac{1}{3}$ von der Höhe dividiret (§. 107. A. M.).

Aufgabe.

§. 333. Den Innhalt eines abgekürtzten ſpitzen Körpers zu finden.

Auf-

Auflösung.

Ihr ſollt Z. E. den Innhalt des abgekürtzten Kegels FACH ſuchen. V 84

1) Suchet den Innhalt des gantzen Körpers, als wenn er nicht abgekürtzet worden. Dieſes zu erhalten muß man des Körpers Grund-Fläche und Höhe wiſſen (§. 331.). Die Grund-Fläche iſt gegeben. Die Höhe kan durch Hülffe der Höhe des abgekürtzten Körpers FG, und der beyden Theile des Diameters von der Grund-Fläche AG und AD gefunden werden. Denn indem FG und BD zwo Höhen, welche auf einer Linie AD ſtehen, ſo ſind ſie Parallel-Linien (§. 56. 152. 154.). Und da ferner der Körper ein ſpitzer Körper, ſo müſſen die drey Puncte A, F, B in einer geraden Linie fallen (§. 73.), folglich iſt ABD ein geradlinigter Triangel, mit deſſen Grund-Linie BD die Linie FG parallel gezogen, und alſo kan man ſprechen:

AG : GF = AD : DB (§. 192. 193.).

2) Suchet den Innhalt der abgeſchnittenen Spitze des gegebenen Körpers FBHEF, dieſe zu finden multipliciret die Fläche FEH mit $\frac{1}{3}$ von EB (§. 131.), die Fläche FEH iſt gegeben, und die Höhe EB iſt = DB — GF = DB — ED.

3) Dieſe Spitze ſubtrahiret von dem gantzen Körper, ſo iſt die Differenz der Innhalt des gegebenen abgekürtzten Körpers (§. 89. A. M.).

Lehr-Satz.

§. 334. Die Kugel iſt $\frac{2}{3}$ von einem Cylindr, deſſen Grund-Fläche ſo groß, als der Circul, deſſen Diameter die *Axis* der Kugel (§. 70.), und deſſen Höhe gleich der geſetzten *Axi* der Kugel. Circulus maximus

Beweiß.

V 85 Beſchreibet ein Quadrat ACDB, und in demſelben aus C mit CA einen Quadranten CAD, und durch Hülffe der Diagonal-Linie CB den rechtwincklichten Triangel CAB. Unter dieſen Beſtimmungen beweget das Quadrat ABDC um die Seite CA, ſo beſchreibet das Quadrat einen Cylinder, der Quadrant eine halbe Kugel, und der rechtwincklichte Triangel einen Kegel (§. 17. 80. 67. 83.). Machet mit der Grund-Linie einen Parallel-Durchſchnitt MN, ſo iſt MP der halbe Diameter von dem Durchſchnitt in dem Kegel, MO der halbe Diameter von dem Durchſchnitt in der Kugel, und MN der halbe Diameter von dem Durchſchnitt im Cylinder. MN iſt = CO (§. 21.), und da MP mit AB parallel gezogen, ſo iſt CM: MP = CA: AB (§. 192. 193.). Indem nun CA = AB (§. 54.), ſo iſt auch CM = MP (§. 38. 41. A. M.). Folglich iſt in dem rechtwincklichten Triangel CMO (§. 54. 143.) CM der halbe Diameter von dem Durchſchnitt des Kegels, MO der halbe Diameter von dem Durchſchnitt in der Kugel, u. CO der halbe Diameter von dem Durchſchnitt in dem Cylinder. Wenn man demnach in einem Cylinder, in einer Kugel und in einem Kegel, welche gleiche Grund-Flächen und Höhen haben, in einerley Höhe Parallel-Durchſchnitte macht, und dem Durchſchnitt des Kegels von dem Durchſchnitt des Cylinders ſubtrahiret, ſo bleibt der Durchſchnitt von der Kugel übrig (§. 291.). Da nun dieſer Kegel $\frac{1}{3}$ von dem Cylinder (§. 330.), ſo muß die Kugel von demſelben $\frac{2}{3}$ ſeyn (§. 329.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 335. Wollt ihr demnach den Inhalt einer Kugel meſſen, ſo ſuchet 1) den Circul, deſſen Diameter die Axis der Kugel (§. 287.), 2) dieſen mul-

multipliciret durch die Axe der Kugel (§. 323.), 3) von dieſem Facto nehmet $\frac{2}{3}$, ſo habt ihr den Innhalt des körperlichen Raums, welchen die Kugel faſſet (§. 334.). Welche Art die Kugeln zu meſſen Archimedes erfunden.

Lehr-Satz.

§. 336. Der *Cubus Diametri* verhält ſich zu der Kugel bey nahe wie 300 zu 157.

Beweiß.

Wenn der Diameter der Kugel 100, ſo hält der Cubus deſſelben 1 000 000 (§. 315.), und der Cylinder, deſſen Höhe gleich der Höhe der Kugel, und deſſen Grund-Fläche gleich dem gröſten Circul in der Kugel, hat 785000. (§. 323.). Und demnach iſt der Innhalt der Kugel $523333\frac{1}{3}$ (§. 335.). Folglich verhält ſich der Cubus zur Kugel wie 1000000 zu $523333\frac{1}{3}$, das iſt, wenn man beyde Zahlen mit 3 multipliciret, wie 3000000 zu 1570000 (§. 80. A. M.), und wenn man dieſe Zahlen wiederum mit 10000 dividiret, wie 300 zu 157. (§. 113. A. M.). Indem ſich nun dieſe Rechnung auf die Verhältniß des Diametri zur Peripherie, nehmlich 100 zu 314 gründet, dieſe aber nur bey nahe zutrifft (§. 284.), ſo kan man auch nur behaupten, daß ſich der Cubus Diametri zur Kugel bey nahe verhalte wie 300 zu 157. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 337. Hieraus folget unmittelbar, daß ſich alle Kugeln gegen einander verhalten wie die Cubi ihrer Diametrorum (§. 280.).

2. Zuſatz.

§. 338. Und alſo könnet ihr den Innhalt einer Kugel noch auf eine andere Art, als §. 335. ge-

gewieſen worden, finden. Meſſet nehmlich den Diameter der Kugel, und ſuchet von dieſem den Cubum (§. 145. Rech.), und alsdenn ſprechet:

300 : 157 = der gefundene Cubus : Kugel.

Dieſe Art, den Innhalt der Kugel zu finden, iſt von dem Euclide gebrauchet worden.

Aufgabe.

§. 339. Es wird der Innhalt einer Kugel gegeben, man ſoll den Diameter der Kugel finden.

Auflöſung.

1) Suchet den Cubum von dem Diameter, deſſen Gröſſe ihr beſtimmen ſollt (§. 336.).

2) Aus dieſem Cubo ziehet die Cubic-Wurtzel (§. 173.), dieſe iſt der verlangte Diameter.

Lehr-Satz.

§. 340. Der Innhalt einer Kugel iſt gleich dem Innhalt einer Pyramide, deſſen Grund-Fläche ſo groß als die äuſſere Fläche der Kugel, und deſſen Höhe gleich dem *Radio* der Kugel.

Beweiß.

Gedencket, als wenn die äuſſere Fläche der Kugel in unendlich kleine Figuren, als Vierecke Dreyecke und ſo weiter, eingetheilet, ſo können dieſe Figuren als ebene Flächen angeſehen werden (per dem. §. 277.). Gedencket ferner, als wenn aus dem Mittel-Punct der Kugel nach den Winckeln jener Figuren gerade Linien gezogen, ſo iſt die Kugel in unendlich viele Pyramiden geſchnitten (§. 86.), deren Höhe gleich dem Radio der Kugel (per dem. §. 277.). Da nun die Grund-Flächen dieſer Pyramiden zuſammen genommen, der äuſſern Fläche der Kugel gleich, ſo iſt die Kugel gleich einer Pyrami-

ramide, deſſen Grund-Fläche ſo groß als die äuſſere Fläche der Kugel, und deſſen Höhe gleich dem Radio der Kugel (§. 8. A. M.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 341. Wenn ihr demnach die äuſſere Fläche einer Kugel mit $\frac{4}{1}$ von dem Radio, oder mit $\frac{1}{3}$ von dem Diameter multipliciret, ſo iſt dieſes Factum der Innhalt der Kugel (§. 331.). Und wenn ihr den Innhalt der Kugel mit $\frac{1}{3}$ von dem Diameter dividiret, ſo iſt der Quotiens die Peripherie.

Lehr-Satz.

§. 342. Die äuſſere Fläche der Kugel verhält ſich zu dem gröſten Circul wie 4 zu 1.

Beweiß.

Wenn ihr den Innhalt einer Kugel mit $\frac{1}{3}$ vom Diameter dividiret, ſo iſt der Quotient die äuſſere Fläche der Kugel (§. 341. Geom. und §. 107. A. M.). Folglich entſtehet die äuſſere Fläche der Kugel, wenn ihr das Factum aus $\frac{1}{3}$ des gröſten Circuls in den Diameter durch $\frac{1}{3}$ vom Diameter dividiret (§. 331.). $\frac{1}{3} : \frac{1}{3} = \frac{3}{9}$ (§. 125. Rech.). $= \frac{1}{3}$ (§. 110. Rech.) $= 4$ (§. 119. Rech.). Folglich iſt die äuſſere Fläche der Kugel das Quadruplum von dem Circulo maximo, oder jene verhält ſich zu dieſem wie 4 : 1. (§. 76. A. M.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 343. Alſo kommt die Kugel-Fläche heraus, wenn man die Peripherie des gröſten Circuls durch ihren Diameter multipliciret (§. 287.).

Aufgabe.

§. 344. Den Innhalt eines jeden irregulären Körpers zu finden.

Auflöſung.

1) Höhlet einen Körper dergeſtalt aus, daß dieſer hohler Raum ein ſolcher körperlicher Raum, deſſen Innhalt ihr meſſen, und in welchem ihr den gegebenen Körper legen könnt.

2) In dieſem ausgehöhlten Raum leget den gegebenen Körper, und gieſſet über demſelben eine ſolche Materie, welche die Figur desjenigen Raums, in welchem ſie gegoſſen wird, annimmt, bis der ausgehöhlte Raum ganz gefüllet.

3) Meſſet den Innhalt des ausgehöhlten Raums.

4) Nehmet den eingelegten Körper wieder heraus, und meſſet den Innhalt desjenigen Raums, welchen die eingegoſſene Materie für ſich betrachtet, einnimmt.

5) Dieſen ſubtrahiret von dem, welchen ihr nach der dritten Regel gefunden, ſo iſt die Differenz der verlangte Innhalt des gegebenen Körpers (§. 89. A. M.).

Aufgabe.

§. 345. **Einen Viſir-Stab zu verfertigen, das iſt, einen Stab zu verfertigen, durch den man finden kan, wie viel Kannen von einer flüßigen Materie in einem cylindriſchen Gefäſſe Raum haben.**

Auflöſung.

VI 86 1) Ziehet nach Gefallen eine gerade Linie AC, meſſet den Diameter von der Grund-Fläche eines cylindriſchen Gefäſſes, dergleichen man zu einem Kannen-Maaß brauchet, und traget dieſen aus A nach C = A 1, und aus A perpendicular nach B.

2) Die Hypothenus dieſes rechtwincklichten Triangels B1 traget aus A nach 2, die Hypothenuſe B2 aus A nach 3, die Hypothenus B3 aus A nach 4, und ſo weiter.

3) Dieſe

3) Dieſe Eintheilungen traget auf der einen Seite eines Stabes, welcher ſich nicht leicht biegen läſt, und auf der andern Seite dieſes Stabes traget die Höhe des Kannen-Maaſes ſo vielmahl als es angehet. So iſt der verlangte Viſir-Stab verfertiget.

Beweiß.

Weil A 1 = AB der Diameter von einem einkannichten cylindriſchen Gefäſſe, ſo iſt A 2 der Diameter von einem zweykannichten, A 3 der Diameter von einem dreykannichten cylindriſchen Gefäſſe, und ſo weiter (§. 291.). Wenn ihr demnach den Diameter von einem hohlen cylindriſchen Gefäſſe mit dieſer Seite des Viſir-Stabes meſſet, ſo wiſſet ihr, wie viele Kannen auf dem Boden eines cylindriſchen Gefäſſes ſtehen können. Meſſet ihr die Länge des cylindriſchen Gefäſſes mit der andern Seite des Viſir-Stabes, ſo wiſſet ihr auch, wie viele Kannen in dem Gefäſſe übereinander ſtehen können. Derowegen bekommt ihr die Anzahl der Kannen heraus, welche das Gefäſſe faſſen kan, wenn ihr den Diameter mit der Länge multipliciret (per dem. §. 315.). W. Z. E. W.

Erfahrung.

§. 346. Die Gefäſſe z. E. ABFE welche wir zur Verwahrung flüßiger Materien gebrauchen, ſind keine vollkommene Cylinder, zumahl der Diameter des Bauches durch das Spund-Loch CD gröſſer iſt als der Diameter des Bodens AB. Indeſſen beſtätiget die Erfahrung, daß ein ſolches Faß beynahe gleich ſey einem Cylinder, deſſen Grund-Fläche der mittlere arithmetiſche Proportional-Circul zwiſchen den kleinen Circul des Bodens und den groſſen des Bauches, und deſſen Höhe gleich der Höhe des Gefäſſes. VI 87

Aufgabe.

§. 347. Ein gegebenes Faß zu viſiren, das iſt, zu finden, wie viel Kannen in demſelben Raum haben.

Auflöſung.

1) Meſſet mit der gehörigen Seite des Viſir-Stabes den Diameter des Boden AB, und den Diameter des Bauchs CD.

2) Addiret dieſe Gröſſen, und nehmet von der Summe die Helffte.

3) Mit der andern Seite des Viſir-Stabes meſſet die Länge des Faſſes AE, und mit dieſer multipliciret jene halbe Summe. Dieſes Factum iſt der Innhalt des gegebenen Faſſes (§. 346. und dem §. 345.).

Anmerckung.

§. 348. Wie Fäſſer, die nicht voll ſind, zu viſiren, ſolches will ich in den Fürleſungen zeigen. Wie die Körper zu zeichnen, ſolches ſoll in der Perſpectiv erkläret werden. Wie die Körper zu theilen, und in einander zu verwandeln, ſolches wird ein jeder ohne beſondere Erklärung begreiffen, der dasjenige, was von der Theilung und Verwandelung der Flächen und von dem Innhalt des körperlichen Raums iſt ausgeführet worden, verſtanden hat.

Anhang zur Geometrie

Von Den Haupt-Eigenschafften der gewöhnlichen Kegel-Schnitte.

Erklärung.

§. 1.

Die gerade Linie AX, welche alle gerade Linien MM, so innerhalb einer krummen Linie parallel gezogen werden, in zwey gleiche Theile theilet, wird der Diameter und insonderheit, wenn sie diese Linien perpendiculär in zwey gleiche Theile theilet, die Axe von der krummen Linie genennet. Die Parallel-Linien MM heissen die Ordinaten, und ihre Helffte die Semiordinaten. VI 89

Erklärung.

§. 2. Der Punct in einer krummen Linie A, in welchem sich die Axe endet, heist der Scheitel der krummen Linie. Und das Stück von der Axe AP, welches zwischen den Scheitel und der Ordinat zu finden ist, heist die Abscisse von der Ordinate.

Erklärung.

§. 3. Die gerade Linie, durch deren Hülffe eine krumme Linie in einer bestimmten Weite von der Axe zu beschreiben, heist der Parameter. Und der Punct in der Axe, aus welchem die krumme Linie beschrieben wird, oder wo der Parameter die Ordinate abgiebet, heist der Brenn-Punct (Focus).

Erklärung.

VI 90 §. 4. Wenn man einen Kegel also durchschneidet, daß die Axe des Durchschnittes mit der Seite des Kegels CA parallel, so heist die krumme Linie LDN 91 eine Parabel. Schneidet man einen Kegel dergestalt, daß die Axe des Durchschittes DE den Diameter der Grund-Fläche AB durchschneidet, wenn sie beyde verlängert werden, so heist die krumme Linie DMEQD 92 eine Ellipsis. Wenn man endlich einen Kegel also schneidet, daß die Axe des Durchschnittes DQ die Seite des Kegels AC schneidet, wenn beyde verlängert werden, so heist die krumme Linie LDN eine Hyperbel.

Lehr-Satz.

Natura parabolae. §. 5. In einer jeden Parabel verhalten sich die Quadrate der Semiordinaten zu einander, wie ihre Abstissen.

Beweiß.

VI 90 Machet in dem Kegel ACB einen Durchschnitt, welcher mit der Grund-Fläche parallel, so ist HMI ein halber Circul (§. 84.), und die Linie PI ist mit EB parallel (§. 299. f.). Aus dem ersten folget, daß $PM^2 = HP, PI$, und daß $EN^2 = AE, EB$ (§. 205.), woraus klar, daß

$$PM^2 : EN^2 = HP, PI : AE, EB$$

Aus dem zweyten folget, daß

$$HP = AE$$ (§. 200. f.).

und $DP : DE = PI : EB$ (§. 192. et dem. §. 193.).

und also ist $EB = \frac{DE, PI}{DP}$ (§. 134. A. M.).

Wenn man demnach diese Grösse für EB substituiret (§. 5. A. M.), so ist

$$PM^2 : EN^2 = AE, PI : \frac{DE, PI, AE}{DP}$$

Folglich PM^2

$PM^2 : EN^2 = AE, PI, DP : DE, PI, AE$ (§. 80. 40. A. M.).

Und also ist

$PM^2 : EN^2 = DP : DE$ (§. 113. 40. A. M.).

Da nun PM und EN Semiordinaten (§. 364.), DP und DE die Abscissen (§. 2.), so ist klar, daß sich in einer Parabel die Quadrate der Semiordinaten zu einander verhalten, wie ihre Abscissen. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

rectangulum = quadr. semiord.

§. 6. Wenn in einer krummen Linie das *Factum* aus dem Parameter in die Abscisse gleich dem Quadrat der Semiordinat, so ist sie eine Parabel.

Beweiß.

PM ist eine Semiordinat, deren Abscisse DP, und EN eine Semiordinat, deren Abscisse DE. Daher ist DP, Parameter $= PM^2$ und DE, Parameter $= EN^2$. Folglich DP, Parameter : DE, Parameter $= PM^2 : EN^2$, folglich $DP : DE = PM^2 : EN^2$ (§. 218. Rech.). Dieß ist genug zu beweisen, daß die angenommene Linie eine Parabel sey (§. 5.).

1. Zusatz.

§. 7. Es sey der Parameter $= a$, die Semiordinat $= y$, und die Abscisse $= x$. So ist die Parabel eine krumme Linie, in welcher $y^2 = ax$. Woraus zugleich erhellet, 1) daß in einer Parabel die Semiordinat die mittlere Proportional-Linie zwischen dem Parameter und der Abscisse (§. 215. Rech.).

2. Zusatz.

§. 8. 2) Daß in einer Parabel $a = y^2 : x$ (§. 188. Rech.), das ist, in der Parabel ist der Para-

rameter die dritte Propörtional-Linie zu einer Abſciſſe und der ihr zugehörigen Semiordinat (§. 134. A. M.).

3. Zuſatz.

§. 9. 3) Daß in einer Parabel $x = y^2 : a$ (§. 188. Rech.), das iſt, in der Parabel iſt die Abſciſſe die dritte Proportional-Linie zu den Parameter und der, der gegebenen Abſciſſe zugehörigen Semiordinate (§. 134. A. M.).

Anmerckung.

§. 10. Ueberleget, was §. 202-205. iſt ausgeführet worden, ſo werdet ihr aus einigen gegebenen Theilen der Parabel die übrigen geometrice finden können (§. 370-372.).

Aufgabe.

§. 11. Eine Parabel *geometrice* zu beſchreiben, wenn der Parameter gegeben worden.

Auflöſung.

VI 93 1) Ziehet nach Gefallen eine gerade Linie AX und addiret zu derſelben den Parameter AB.

2) Auf der Linie BX nehmet nach Gefallen einige Puncte, und beſchreibet aus denſelben Circul, welche einander berühren in B.

3) Ziehet durch A eine gerade Linie, welche BX perpendiculär ſchneidet.

4) Mit dieſer Linie ziehet durch die Puncte P, in welchen die Circul die Linie BX ſchneiden, Parallel-Linien.

med. prop. $A1 : A\mathrm{I} = A\mathrm{I} : AP$ $A\mathrm{II} : A2 = A2 : AP$

5) Auf dieſe laſſet aus den Puncten 1. 2. 3. u. ſ. w. in welchen die Circul die Linie CD ſchneiden, Perpendicul-Linien fallen, damit $P\mathrm{I} = A1$, $P\mathrm{II} = A2$, $P\mathrm{III} = A3$, u. ſ. w. (§. 134.), ſo ſind die Puncte I. II. III. u. ſ. w.

u. s. w. in der Parabel, und ihr könnet diese beschreiben.

Beweiß.

$A_3 = PIII = y$ (§. 1. 7.), $AB = a$ (§. 366. 370.), $AP = x$ (§. 2. 7.). Folglich ist $y^2 = ax$ (§. 205.), woraus es klar, daß die beschriebene krumme Linie eine Parabel sey (§. 7.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 12. Zu erfahren, ob eine gegebene krumme Linie eine Parabel sey.

Auflösung.

Ihr wollt z. E. wissen, ob die Linie AQ eine Parabel sey. VI 94

1) Nehmet in der Linie AQ nach Gefallen einen Punct M, und lasset von demselben auf AX eine Perpendicul-Linie fallen (§. 134.), so ist PM die Semiordinate (§. 1.), und AP ihre Abscisse (§. 2.).

2) Suchet zu AP und PM die dritte Proportional-Linie (§. 202.), diese ist der Parameter (§. 8.).

3) Addiret den Parameter = PB zu AP in P, und beschreibet auf der Linie AB durch A und B einen halben Circul. Fällt der Punct M in den beschriebenen Circul, so ist er ein Punct in der Parabel, und so weiter.

Beweiß.

Denn wenn der Punct M in den beschriebenen Circul fällt, so ist PM die mittlere Proportional-Linie zwischen AP und PB (§. 205.), folglich M ein Punct in der Parabel (§. 7.)

Lehr-Satz.

differentia fere a vertice

§. 13. In einer Parabel ist die Weite des Brenn-Puncts von der Scheitel dem vierten Theile des Parameters gleich.

Beweiß.

Wenn die Abscisse in der Parabel gleich der Weite des Brenn-Puncts von dem Scheitel (§. 2. 3.), so ist die Semiordinat so groß als der halbe Parameter (§. 3.), folglich kan jene für dieser substituiret werden (§. 5. A. M.). Da nun in der Parabel $y^2 = ax$ (§. 6.), so ist unter zuvor gesetzten Bestimmungen $\frac{1}{4}a^2 = ax$. Folglich $\frac{1}{4}a = x$ (§. 188. Rech.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

VII 95 §. 14. Die gerade Linie, welche in einer Parabel aus dem Brenn-Punct F an das Ende einer Ordinate gezogen wird, ist gleich der Summe aus der Abscisse der gesetzten Ordinate (AP) und der Weite des Brenn-Puncts von der Scheitel (AF).

Beweiß.

Weil FPM ein rechtwincklichter Triangel (§. 1.), so ist $FM^2 = PM^2 + PF^2$ (§. 273.), folglich $FM = \sqrt{(PM^2 + PF^2)}$. Wenn wir demnach diese Linie PM, PF und FM also ausdrücken, daß wir ihre Relation zu denjenigen Linien, wodurch die Parabel zu erklären, erkennen können, so werden wir leicht begreiffen, ob der gesetzte Lehr-Satz gegründet oder nicht. Es sey daher der Parameter wie zuvor $= a$, $AP = x$, so ist $AF = \frac{1}{4}a$ (§. 13.), und $FP = x - \frac{1}{4}a$. Folglich

$$PF^2 = x^2 - \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}a^2 \text{ (§. 158. Rech.).}$$

Da nun ferner

$PM^2 = ax$ (§. 6.), so ist

FM²

$FM^2 = x^2 + \frac{1}{2}ax + \frac{1}{16}a^2$. Woraus klar, daß $FM = x + \frac{1}{4}a$ (§. 167. Rech.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 15. Eine Parabel durch die Bewegung eines Puncts zu beschreiben.

Auflösung.

1) Ziehet eine gerade Linie Ax, welche die Axis, und traget auf dieser aus A nach F $\frac{1}{4}$ von dem Parameter, mit welchem die Parabel zu beschreiben, so ist F der Brenn-Punct (§. 13.). VII 96

2) Verlängert Ax nach f so, daß Af = AF, und leget an den Punct f ein Lineal CD dergestalt, daß Dfx ein rechter Winckel.

3) Nehmet ein Winckel-Maaß IGH und befestiget an seinen einem Ende H einen Faden, welcher der Länge des Winckel-Maaßes gleich. Das andere Ende des Fadens befestiget in dem Brenn-Punct F.

4) Haltet unter diesen Faden an das Winckel-Maaß einen Stifft, und verschiebet das Winckel-Maaß an dem Lineal CD, so wird der Stifft eine Parabel beschreiben.

Beweiß.

Aus denen Regeln, welche in der Auflösung sind vorgeschrieben worden, erhellet, daß beständig die Linie FM = fA + AP, da nun ferner fA = FA, so ist beständig FM = der Summe aus der Abscisse und der Weite des Brenn-Puncts, folglich ist AM eine Parabel (§. 14.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 16. In der *Ellipsi* verhalten sich die Quadrate der halben Ordinaten wie die *Rectangula* Natura Eldrate der halben Ordinaten wie die *Rectangula* lipsis.

aus

aus den Theilen der Axe, welche durch die halben Ordinaten sind bestimmet worden.

Beweiß.

VI 91 Schneidet in dem Kegel ACB die Ellipsin (§. 4.), und ziehet in derselben die Semiordinaten PM und QN (1.). Machet ferner in dem Kegel durch die Puncte P und Q Durchschnitte, welche mit der Grund-Fläche parallel, so sind HMI und KNL halbe Circul (§. 71.), und die Linien HI und KL sind Parallel-Linien (§. 300.). Aus dem ersten folget, daß

$PM^2 = HP, PI$, und
$QN^2 = QL, QK$ (§. 205.)

und aus dem andern, daß

$DP : PH = DQ : QK$ und
$EQ : QL = EP : PI$ (§. 192. 193.).

Damit wir nun die Relation dieser Gröſſen deutlicher bestimmen können, so sey $DE = a$, $DP = x$, $DQ = u$, $PH = t$, $QL = f$, so ist $PE = a - x$, und $QE = a - u$, folglich ist vermöge dessen, was zuvor erinnert worden,

$$x : t = u : \frac{tu}{x},$$

und also $QK = tu : x$. Es ist ferner

$$a - u : f = a - x : \frac{fa - fx}{a - u}$$

und also $PI = (fa - fx) : a - u$, folglich

$PM^2 = (tfa - tfx) : a - u$

und $QN^2 = ftu : x$. Folglich

$$PM^2 : QN^2 = \frac{tfa - tfx}{a - u} : \frac{ftu}{x}$$

$$\frac{tfa - tfx}{a - u} : \frac{tfu}{x} = tfa - tfx : tfua - tfu^2$$

tfa-

$$\frac{tsa - tsx : tsua - tsu^2 = tsax - tsx^2 : tsau + tsu^2}{x}$$

(§. 80. 40. A. M.).

$tsax - tsx^2 : tsau - tsu^2 = px - x^2 : au - u^2$ (§. 113. 40. A. M.), und also

$PM^2 : QN^2 = ux + x^2 : au - u^2$ (§. 40. A. M.).

W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 17. Wenn sich in einer krummen Linie das Quadrat der halben Ordinat zu dem *Rectangulo* aus den Theilen der Axe, die von ihr bestimmet werden, verhält wie der Parameter zur Axe, so ist die krumme Linie eine *Ellipsis*.

Beweiß.

Es sey die eine Semiordinat y, und ihre Abscisse x. Die andere Semiordinat z und ihre Abscisse v. Es sey die Axe a, so ist in dem ersten Falle der eine Theil von der Axe x und der andere $a - x$, und in dem andern Falle der eine Theil von der Axe v, und der andere Theil $a - v$. Es sey ferner der Parameter b, so ist $y^2 : ax - x^2 = b : a$. Ferner $z^2 : vx - x^2 = b : a$. Folglich $y^2 : ax - x^2 = z^2 : vx - x^2$. Folglich $y^2 : z^2 = ax - x^2 : vx - x^2$. Es ist demnach die angenommene Linie eine Ellipsis (§. 16.).

Zusatz.

§. 18. Da nun in einer Ellipsi $y^2 : ax - x^2 = b : a$ so ist $ay^2 = bax - by^2$ eine Gleichung, welche die Natur von der Ellipsi beschreibet.

Lehr-Satz.

§. 19. In einer *Ellipsi* ist die Weite des Brenn-Puncts von dem Mittel-Punct der Axe die mittlere

lere Proportional-Linie zwischen der halben Axe und der halben Differenz des Parameters von der Axe.

Beweiß.

VII 100 Weil AF der Brenn-Punct, so ist, wenn, wie zuvor, b der Parameter und y die Semiordinat, $FR = y = \frac{1}{2}b$ (§. 3.). Folglich

$\frac{1}{4}ab^2 = abx - bx^2$ (§. 18.)

$\frac{1}{4}ab = ax - x^2$ (§. 111. A. M.),

und also vermöge des §. 188. Rech.

$ax + x^2 = \frac{1}{4}ab$

$\frac{1}{2}a^2 - ax + x^2 = \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab$ (§. 172. Rech.)

$\frac{1}{2}a - x = \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab)}$

$\frac{1}{2}a - \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab)} = x = AF$

Wenn nun $\frac{1}{2}a - \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab)}$ von der halben Axe subtrahiret wird, so ist $AC - AF = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}a + \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab)} = \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab)}$ (§. 67. Rech.). Nun aber ist $\sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab)}$ die mittlere Proportional-Linie zwischen $\frac{1}{2}a$ und $\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}b$ (§. 215. Rech.). Folglich ist es klar, daß in der Ellipsi die Entfernung des Brenn-Puncts von dem Mittel-Punct der Axe die mittlere Proportional-Linie zwischen der halben Axe und der halben Differenz des Parameters von der Axe. W. Z. E. W.

Erklärung.

Axis conjugatus. VII 100 §. 20. Die Ordinat in der Ellipsi, welche die Axe in zwey gleiche Theile theilet, heißt von der Ellipsi die kleine Axe. Und also ist CD die halbe kleine Axe (§. 7.).

Lehr-Satz.

§. 20. In einer *Ellipsi* ist die kleine Axe die mittlere Proportional-Linie zwischen der grossen und dem Parameter.

Be-

Beweiß.

Es sey wie zuvor der Parameter = b, die grosse Axe AB = a und die kleine Axe = z; so ist CD = ½z die Semiordinate, und AC die Abscisse = ½a (§. 1. 2.). Folglich ist

$\frac{1}{4}a^2 : \frac{1}{4}z^2 = a : b$ (§. 7.).

$\frac{1}{4}a^2b = \frac{1}{4}z^2a$ (§. 130. A. M.).

Und also vermöge des (§. 188. Rech.) wenn man beyde Glieder erst durch 4. multipliciret und alsdenn durch a dividiret,

$ab = z^2$

folglich

$\sqrt{ab} = z.$

Woraus erhellet, daß z oder die kleine Axe die mittlere Proportional-Linie zwischen a oder der Axe und b oder den Parameter (§. 215. Rech.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 21. Und also könnet ihr den Parameter finden, wenn ihr zu der grossen und der kleinen Axe die dritte Proportional-Linie suchet (§. 202.), diese ist der Parameter (§. 135. A. M.).

Lehr-Satz.

§. 22. Die gerade Linie fD, welche in der *Ellipsi* aus dem Brenn-Punct f an das Ende der kleinen Axe D gezogen wird, ist gleich der halben grossen Axe CB. VII 100

Beweiß.

DCf ist ein rechtwincklichtes Triangel (§. 11. 20. 51.). Folglich ist $Df = \sqrt{(DC^2 + Cf^2)}$ (§. 13.). Wenn demnach die Linien DC und Cf also ausgedrücket worden, daß ihre Verhältnisse zu den übrigen Linien in der Ellipsi zu erken-

erkennen, so kan auch die Grösse der Linie DF bestimmet werden. Es sey derowegen wie zuvor der Parameter = b, die Axe AB = a, so ist $Cf^2 = \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab$ (§. 19.), und $CD^2 = \frac{1}{4}ab$ (§. 21.); und also $DF^2 = \frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab + \frac{1}{4}ab$ (§. 273.) $= \frac{1}{4}a^2$ (§. 52. Rech.). Woraus es klar, daß Df oder die verlangte Linie $= \frac{1}{2}a$ (§. 150. Rech.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 23. Wenn euch demnach die kleine und grosse Axe von der Ellipsi gegeben worden, so könnet ihr den Brenn-Punct bestimmen. Theilet nemlich die grosse Axe AB in zwey gleiche Theile in C (§. 132.), auf C richtet die halbe kleine Axe perpendiculär (§. 134.), endlich machet mit der halben grossen Axe CB aus dem Ende der kleinen Axe D einen Durchschnitt auf der grossen Axe, so ist der Punct f, wo die grosse Axe durchschnitten worden, der Brenn-Punct (§. 22.).

2. Zusatz.

§. 24. Verbindet mit diesem Lehr-Satze den §. 16. so folget: In einer *Ellipsi* verhält sich das Quadrat der halben kleinen Axe zu dem Quadrat der halben grossen Axe, wie das Quadrat der halben Ordinat zu dem *Rectangulo* aus den Theilen der Axe.

$y^2 : ax - x^2 = b : a$

$\frac{1}{4}b^2 : \frac{1}{4}a^2 = b : a$

$\frac{1}{4}b^2 : \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}b^2 : \frac{1}{4}a^2$

3. Zusatz.

§. 25. Weil bey C ein rechter Winckel (§. 20. 1.), so ist ferner klar, daß in einer Ellipsi das Quadrat der kleinen Axe gleich dem Quadrat der halben grossen Axe weniger dem Quadrat der Entfernung des Mittel-Puncts der grossen Axe von dem Brenn-Punct (§. 273. und §. 92. A. W.).

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 26. In einer *Ellipſi* ſind die beyden geraden Linien FM und fM, welche aus den Brenn-Puncten in einem Punct der Peripherie gezogen werden, zuſammen genommen der groſſen Axe gleich. VII 101

Beweiß.

Ziehet aus M auf AB die Semiordinat, ſo iſt ſo wohl FMP als auch PMf ein rechtwincklichter Triangel (§. 1. 51.), folglich iſt $FM = \sqrt{(PF^2 + PM^2)}$, und $fM = \sqrt{(Pf^2 + PM^2)}$ (§. 276.). Wenn demnach der Werth von PF, PM und Pf durch diejenigen Linien ausgedrücket worden, welche die Eigenſchafften von der Ellipſi beſtimmen, ſo wird man leicht erkennen können, wie groß $FM + fM$. Aus dieſer Abſicht ſey die Entfernung des Brenn-Punets von dem Mittel-Punct in der groſſen Axe $FC = Cf = c$ $AP = x$ und $AB = a$, ſo iſt

$PC = \frac{1}{2}a - x$

$Pf = c + \frac{1}{2}a - x$

$PF = c - \frac{1}{2}a + x$ (§. 67. Rech.).

Folglich

$Pf^2 = c^2 + ac - 2cx + \frac{1}{4}a^2 - ax + x^2$

$PF^2 = c^2 - ac + 2cx + \frac{1}{4}a^2 - ax + x^2$, (§. 145. Rech.).

Der Werth von PM^2 kan aus dem §. 24. genommen werden.

BC^2: Quadrat der halben kleinen Axe $= AC$, $PCB : PM^2$ folglich

$\frac{1}{4}a^2 : \frac{1}{4}a^2 - c^2 = ax - x^2 : PM^2$ (§. 25.)

$1 : 1 - \frac{4c^2}{a^2} = ax - x^2 : PM^2$ (§. 80. 113. 40.

A. M.

und also ist

$PM^2 = ax - x^2 - 4c^2x : a + 4c^2x^2 : a^2$ (§. 130. A. M.).

Weil nun $FM^2 = PF^2 + PM^2$,

$PF^2 = c^2 + ac + 2cx + \frac{1}{4}a^2 - ax + x^2$

$PM^2 = ax - x^2 - 4c^2x : a + 4c^2x^2 : a^2$

so ist.

$FM^2 = c^2 - ac + 2cx + \frac{1}{4}a^2 - 4c^2x : a + 4c^2x^2 : a^2$ (§. 59. Rech.).

oder, damit man die Quadrat-Wurzel ausziehen kan,

$FM^2 = \frac{1}{4}a^2 - ac + c^2 - 4c^2x : a + 2cx + 4c^2x^2 : a^2$ (§. 160. Rech.).

Folglich

$FM = \frac{1}{2}a - c + 2cx : a$ (§. 166. Rech.).

Weil ferner $fM^2 = Pf^2 + PM^2$, und

$Pf^2 = cc + ac - 2cx + \frac{1}{4}a^2 - ax + x^2$

$PM^2 = ax - x^2 - 4c^2x : a + 4c^2x^2 : a^2$

so ist

$fM^2 = c^2 + ac - 2cx + \frac{1}{4}a^2 - 4c^2x : a + 4c^2x^2 : a^2$ (§. 59. Rech.)

oder damit man auch hier die Quadrat-Wurzel ausziehen könne,

$fM^2 = c^2 + ac + \frac{1}{4}a^2 - 4c^2x : a - 2cx + 4c^2x^2 : a^2$ (§. 160. Rech.).

Folglich

$fM = \frac{1}{2}a + c - 2cx : a$ (§. 166. Rech.)

Und also ist klar, daß

$FM + fM = \frac{1}{2}a - c + 2cx : a + \frac{1}{2}a + c - 2cx : a = a$ (§. 59. Rech.). W. Z. E. W.

Auf-

Aufgabe.

§. 27. Es wird der Parameter und die grosse Axe gegeben, ihr sollt eine *Ellipsin* durch die Bewegung eines Puncts beschreiben.

Auflösung.

1) Suchet auf der gegebenen grossen Axe die Brenn-Puncte F und f. (§. 22.) VII 101

2) Nehmet einen Faden, welcher so lang ist als die grosse Axe AB, und befestiget die äussersten Puncte von demselben in den gefundenen Brenn-Puncten f F.

3) Dehnet den Faden mit einem Stifte aus, und führet den Stifft an dem Faden herum, so wird die Ellipsis beschrieben (§. 26.).

Erklärung.

§. 28. In der Hyperbel wird die Linie ED, welche entstehet, wenn man die Axe verlängert, bis sie die verlängerte Seite von dem Kegel AE berühret, die Zwerch-Axe (Axis transuersus) genennet. Naturalis Hyperbolae. VI 92

Lehr-Satz.

§. 29. In der Hyperbel verhalten sich die Quadrate der halben Ordinaten wie die *Rectangula* aus den Abscissen und der Zwerch-Axe in die Abscissen.

Beweiß.

Machet in dem Kegel ACB, aus welchem ihr die Hyperbel geschnitten, mit der Grund-Fläche einen Parallel-Durchschnitt HMI, so ist HI mit AB parallel (§. 300.), folglich VI 92

EP : PH = EQ : QA.

DP : PI = DQ : QB (§. 192. 123.).

und HMI wie auch ANB sind halbe Circul (§. 205.), folglich ist

$PM^2 = HP, PI$

$QN^2 = AQ, QB$. (§. 130. A. M.).

Damit wir nun das Verhalten dieser Grössen deutlich einsehen können, so sey ED = a, DP = x, so ist EP = a + x, es sey ferner PH = t, DQ = u, so ist EQ = a + u, folglich

$a + x : t = a + u : QA.$

und also ist $AQ = \frac{ta + tu}{a + x}$ (§. 134. A. M.).

Es sey ferner PI = f, so ist

$x : f = u : QB.$

folglich $QB = \frac{fu}{x}$ (§. 134. A. M.), und also ist

$PM^2 = tf.$

und

$QN^2 = ta + tx; fu = \frac{futa + ftu^2}{ax + x^2}$

Solchergestalt verhalten sich in der Hyperbel die Quadrate der Semiordinaten wie

$tf : \frac{futa + ftu^2}{ax + x^2} =$

$tfax + tfx^2 : futa + ftu^2$ (§. 80. A. M.).

$= ax + x^2 : ua + u^2$ (§. 113. A. M.).

W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 30. Wenn ihr den Beweis des §. 17. überleget, so wird es leicht seyn, zu beweisen, daß die Hyperbel eine krumme Linie sey, zu welcher sich der Parameter zur Zwerch-Axe verhält, wie das Quadrat der Semiordinate zu dem Rectangulo, welches entstehet, wenn man die Summe aus der Abscisse und der Zwerch-Axe in die Abscisse multipliciret.

2. Zusatz.

§. 31. Es sey der Parameter = b, die Zwerch-Axe = a, so ist in der Hyperbel

$$b : a = y^2 : ax + x^2$$

Folglich ist in der Hyperbel

$$ay^2 = bax + bx^2 \text{ (§. 130. A. M.).}$$

3. Zusatz.

§. 32. Aus dieser Gleichung erhellet, daß die Hyperbel von der Ellipsi nur darin unterschieden sey, daß in der Ellipsi bx^2 mit dem Zeichen $-$, welches in der Hyperbel mit dem Zeichen $+$ verknüpfet (§. 18.).

Erklärung.

§. 33. Diese Uebereinstimmung der Hyperbel mit der Ellipse hat uns verursachet, daß man die mittlere Proportional-Linie zwischen der Zwerch-Axe und dem Parameter, die kleine Axe genennet (§. 20.). Wenn man bey dem Scheitel der Hyperbel zur Axe die Zwerch-Axe addiret, und diese in zwey gleiche Theile theilet, so heißt der Theilungs-Punct der Mittel-Punct von der Hyperbel.

Lehr-Satz.

§. 34. In der Hyperbel ist die Weite² des Brenn-Puncts von dem Scheitel die Grösse, welche entstehet, wenn man von der Quadrat-Wurzel aus der Summe des Quadrats der halben Zwerch-Axe und des *Facti* aus der halben Zwerch-Axe in den halben Parameter die halbe Zwerch-Axe subtrahiret.

Beweiß.

Es sey wie zuvor der Parameter = b und die Zwerch-Axe = a, so ist die halbe Ordinat = ½b (§. 366.), und

b : a = ¼b² : ax + x² (§. 31.)

½ab² = bax + bx² (§. 130. A. M.)

½ab = ax + x² (§. 111. A. M.)

¼a² + ½ab = ¼a² + ax + x² (§. 128. Rech.)

$\sqrt{(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}ab)} = \frac{1}{2}a + x$ (§. 166. Rech.)

$\sqrt{(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{2}ab)} - \frac{1}{2}a = x$ (§. 94. A. M.). W. Z. E. W.

9. Zusatz.

VII 102 §. 35. Wollte ist demnach in der Hyperbel den Brenn-Punct geometrice bestimmen so

1) Addiret zu der Zwerch-Axe AB den halben Parameter EB, so ist EC = ½a + ½b.

2) Beschreibet auf EA durch E und A einen halben Circul, und ziehet auf C die Perpendicul-Linie CG, so ist

$\frac{1}{2}a + \frac{1}{2}b : CG = CG : \frac{1}{2}a$ (§. 205.).

Folglich

$CG = \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}ab)}$ (§. 215. Rech.).

3) Traget CG aus C nach F, so ist $AF = \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}ab)} - \frac{1}{2}a$ folglich die Entfernung des Brenn-Puncts von dem Scheitel (§. 34.).

2. Zusatz.

§. 36. Es ist demnach die Weite des Brenn-Puncts von dem Mittel-Punct der Hyperbel $= \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}ab)}$.

3. Zusatz.

§. 37. Aus dem Beweiß des §. 34. erhellet, daß $ax + x^2 = \frac{1}{4}ab$. Nun aber ist $\frac{1}{4}ab$ = dem Quadrat der halben kleinen Axe (§. 33.), und $ax + x^2 = FB$, AF. Folglich ist das Quadrat der halben kleinen Axe = FB, AF (§. 20. A. M.).

Lehr-Satz.

§. 38. In einer Hyperbel verhält sich das Quadrat der Zwerch-Axe zu dem Quadrat der kleinen Axe, wie die Zwerch-Axe zu dem Parameter.

Beweiß.

Es sey die Zwerch-Axe wie zuvor = a, der Parameter = b, so ist das Quadrat der Zwerch-Axe $= a^2$, und das Quadrat der kleinen Axe = ab (§. 33.). Folglich $a^2 : ab = a : b$ (§. 80. A. M.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 39. Da nun $PM^2 : AP, PB = b : a$ (§. 30.), so ist auch in der Hyperbel das Quadrat der kleinern Axe zu dem Quadrat der Zwerch-Axe wie das Quadrat der Semiordinate zu dem Rectangulo aus der Abscisse in die Summe aus der Abscisse und der Zwerch-Axe (§. 37.).

Lehr-Satz.

VII 103 §. 40. Wenn zwo gleiche Hyperbeln in der Weite ihrer Zwerch-Axen AB einander entgegen gesetzet, so ist die Linie fM, welche aus dem Brenn-Punct der einen Hyperbel bis an einen Punct der entgegengesetzten Hyperbel gezogen wird, weniger der Linie FM, welche aus dem Brenn-Punct der letzten Hyperbel bis an den zuvor bestimmten Punct M gezogen, gleich der Zwerch-Axe.

Beweiß.

Weil $FM = \sqrt{(PM^2 = PF^2)}$, und $fM = \sqrt{(PM^2 + fP^2)}$ (§. 276. 1.), so kan dieser Lehr-Satz auf gleiche Art bestätiget werden, wie der Lehr-Satz im §. 26. ist erwiesen worden.

Aufgabe.

§. 41. Eine Hyperbel geometrisch zu beschreiben.

Auflösung.

VII 102 1) Addiret zu einer geraden Linie Ax in A die Zwerch-Axe AB

2) Tra-

2) Traget aus B nach f und aus A nach F die Weite der Brenn-Puncte F und f von der Scheitel (§. 35.).

3) Ziehet aus f nach Gefallen eine gerade Linie *fVII*, und traget auf derſelben aus f die Zwerch-Axe fL.

4) Beſchreibet aus f mit beliebiger Erfönung des Circuls die Bogen 11. 22. 33. 44. und ſo weiter.

5) Dieſe Bogen durchſchneidet aus F mit LI. LII. LIII. und ſo weiter, ſo ſind die Puncte 1. 2. 3. 4. und ſo weiter, Puncte in der Hyperbel (§. 40.).

Aufgabe.

§. 42. Eine Hyperbel durch die Bewegung eines Puncts zu beſchreiben.

Auflöſung.

1) Traget auf einer geraden Linie ZX die Zwerch-Axe AB, und aus A nach F ingleichen aus B nach f die Weite des Brenn-Puncts von der Scheitel (§. 409.). VII 104

2) In F und f beveſtiget Nägel oder Stiffte.

3) Bindet an den Stifft F einen Faden, und deſſen anderes Ende beveſtiget an das Ende eines Lineals fC, welches um die Zwerch-Axe AB länger als der Faden.

4) Das Lineal hänget mit dem andern Ende an dem Stifft f.

5) Den Faden drücket mit einem Stifft an das Lineal, und schiebet das Lineal fort, so beschreibet der Stifft eine Hyperbel (§. 40.).

ELE-

ELEMENTA TRIGONOMETRIAE

Erſte Gründe der Trigonometrie.

Erklärung.

§. 1.

Durch die Trigonometrie verſtehet man eine Wiſſenſchafft, in welcher erkläret wird, wie aus drey gegebenen Theilen eines Triangels, unter welchen zum wenigſten eine Linie, die übrigen drey durch das Calculiren zu finden.

Willkührlicher Satz.

§. 2. In der Geometrie iſt bewieſen worden, daß man in einem Triangel ſo wohl die Winckel als auch die Seiten durch Hülffe der Sinuum und Tangenten finden könne, darum hat man

1) den *Sinum totum* oder den *Radium* eines Circuls 10000000 Theile eingetheilet, und alsden ausgerechnet, wie viel von dieſen Theilen der *Sinus* für jedem Grade, und für jeder Minute eines jeden Grades habe. Woraus die *Tabulae Sinuum* entſtanden.

2) Weil

2) Weil der *Sinus* und Tangent eines Winckels Parallel-Linien, so hat man durch Hülffe der gefundenen *Sinuum* ausgerechnet, wie groß der Tangent für jedem Grade und für jeder Minute eines Grades. Woraus die *Tabulae Tangentium* entstanden.

Anmerckung.

§. 3. Wie die Tabulae Sinuum und Tangentium zu finden, solches ist in Wolfii Elem. Trigon. §. 16., und von Benjamin Vstino Lib. II. Trigon. c. V. p. 164. ff deutlich beschrieben worden. Die Gründe, woraus solches zu begreiffen, habe ich in der Geometrie erkläret. Wollte ich weitläufftiger davon handeln, so würde es meiner gegenwärtigen Absicht zuwider seyn, und daher werde nur einige Aufgaben, welche in der Trigonometrie vorkommen, auflösen.

1. Aufgabe.

Tab. I. Geom. Fig. 9.

§. 4. Es werden von einem geradlinigtem Triangel zwey Winckel und eine Seite gegeben, ihr sollt nach der Trigonometrie die Grösse einer andern Seite finden. Z. E. Es wird die Seite AB, der Winckel A und der Winckel C gegeben, ihr sollt die Seite BC finden.

Auflösung.

1) Sprecht:

Wie der Sinus des Winckels C

zu der ihm entgegen gesetzten Seite AB;

So der Sinus des Winckels A

zu der ihm entgegen stehenden Seite BC (§. 188. Geom.).

2) Es sey der Winckel C = 48° 35', A = 57° 29'. Die Linie AB = 74', so verfahret mit den Logarithmis, welche ihr in den Tabulis Logarithmorum aufsuchen müsset, folgender Gestalt

Log.

Log. Sin. C = 9.8750142
Log. AB = 1.8692317)
Log. Sin. A = 9.9259487)

Summe 21.7951804
Log. Sin. C. subtr.
bleibt die Diff. 1.9201662

Dieſes iſt der Logarithmus der zu ſuchenden Seite BC (§. 223. Rech.).

3) Suchet in den Tabulis Logarithmorum denjenigen, welcher dem gefundenen am nächſten kommt, ſo zeiget die Zahl, von welcher dieſer Logarithmus, bey nahe die Gröſſe von der Linie BC, das iſt BC iſt bey nahe 83′.

4) Weil der gefundene Logarithmus von 83 dem gegebenen nicht völlig gleich, ſo iſt leicht zu vermuthen, daß die Linie BC über 83 Schuhe noch einige Zolle habe, wollet ihr auch dieſe beſtimmen, ſo ſuchet euren Logarithmum unter der Characteriſtica 2 hinter 830 auf, alsdenn werdet ihr finden, daß der Logarithmus von 832 ihm am nächſten kommt, folglich hat die Linie über 83′ noch 2″

5) Es iſt ferner klar, daß die Linie BC über 83′ 2″ noch einige Linien haben müſſe, wollt ihr auch dieſe beſtimmen, ſo ſuchet euren Logarithmum unter der Characteriſtica 3 hinter 8320 auf, ſo findet ihr, daß der Logarithmus von 8321 ihm am nächſten kommet, und alſo hat die Linie BC 8° 3′ 2″ 1‴.

2. Aufgabe.

§. 5. Es werden von einem geradlinigten Triangel zwey Seiten und ein Winckel, der einer von den beſtimmten Seiten entgegen ſtehet, gegeben, ihr ſollt die übrigen Winckel finden. Tab. I. Geom. Fig. 9.

Z. E.

Z. E. Es wird die Seite AB, die Seite BC und der Winckel bey C gegeben, ihr ſollt den Winckel A finden.

Auflöſung.

1) Sprechet:

Wie die Seite AB = 82′

zu dem Sinu des entgegenſtehenden Winckels C = 64° 33′;

So die Seite BC = 75.

zu dem Sinu des entgegenſtehenden Winckels A (188. Geom.).

2) Verfahret mit den Logarithmis, wie in der vorhergehenden Aufgabe gewieſen worden. Addiret nemlich.

Log. Sin.	C =	9.9556688
und		
Log.	BC =	1.8750613
		11.8307301
Hiervon ſubtrahiret Log.	AB =	1.9153813
		9.9169163

Welches der Logarithmus Sinus des Winckels A (§. 223. Rech.).

3) Suchet in den Tabulis Logarithmorum Sinuum den Logarithmum, welcher dem gefundenen am nächſten kommt, ſo zeiget die Zahl, von welcher dieſer Logarithmus, bey nahe die Gröſſe des Winckels A, das iſt, der Winckel A iſt bey nahe 55° 40′.

4) Weil

4) Weil der gefundene Logarithmus des Sinus von 55° 40′ dem gegebenen nicht völlig gleich, so ist leicht zu vermuthen, daß der Winckel A über 55° 40′ noch einigen Secunden habe. Wollet ihr auch diese suchen, so ziehet von eurem

Logarithmo 9.9169163
den nächst kleinern 9.9168593 ab, so ist die
Differentz 570, welche zu mercken.

Subtrahiret ferner von dem nächst grösseren Logarithmo 9.9169455 den nächst kleineren 9.9168593 so ist die Differentz
862 welche abermahl zu mercken. Hieraus ist klar, daß 862 der Unterscheid der Logarithmorum zweyer Grössen, deren Unterscheid eine ganze Minute, und also muß 570 ein Unterscheid von Logarithmis zweyer Grössen seyn, deren Unterscheid einige Secunden, folglich könnet ihr sprechen:

862 : 570 = 60″ : x,

so werdet ihr finden, daß x = 39″, und also ist der Winckel A = 55° 40′ 39″.

Zusatz.

§. 6. Da nun in dem gegebenen Triangel der Winckel C = 64° 33′, der Winckel A = 55° 40′ 39″, so ist der Winckel B = 59° 46′ 21″ (§. 149. Geom.).

5 Aufgabe.

§. 7. In einem rechtwinklichten Triangel aus den zweyen Seiten, welche den rechten Winckel einschliessen, die übrigen Winckel zu finden.

Auflösung.

Tab. I. Geom. Fig. 11.

1) Nehmet AB für den Sinum totum an, so ist AC der Tangent des Winckels B (§. 213. Geom.). Daher sprecht:

Wie die Seite AB
zu der Seite AC;
So verhält sich der Sinus totus
zu dem Tangent des Winckels B.

2) Suchet den Winckel B durch die Logarithmos, wie zuvor beschrieben.

3) Den Winckel C könnet ihr alsdenn, wie §. 6. erinnert, finden.

4. Aufgabe.

Tab. IV. Geom. Fig. 60.

§. 8. Aus zwey gegebenen Seiten eines Triangels nebst dem Winckel, den sie einschliessen, die übrigen Winckel zu finden. Z. E. In dem Triangel ABC aus der Seite AC, CB und dem Winckel C die übrigen Winckel A und B zu finden.

Auflösung.

1) Sprecht:

Wie die Summe der beyden Seiten AC und CB zu ihrer Differentz;
So der Tangent der halben Summe der beyden Winckel A und B
zu dem Tangent der halben Differentz derselben (§. 214. Geom.).

2) Suchet durch die Logarithmos wie zuvor die halbe Differentz der zu suchenden Winckel. Es sey z. E. AC = 75′. BC = 58′, so ist AC + BC = 133′, und AC — BC = 17′. Es sey ferner C = 108° 24′, so ist A + B = 71° 36′ (§. 149. Geom.). Folglich

Log.

Log. AC—BC 1.2304489 = 17
Log. Tang. ½ (A+B) 9.8540694 = 35° 33′

Summe 11.0845183

Hiervon subtrahiret

Log. AC+CB 2.1238.51.6 = 133

Log. Tang. ½ (A—B) 8.9606667

Suchet diesen Logarithmum in den Tafeln der Logarithmorum Tangentium, so werdet ihr finden, daß ihm der Logarithmus von 5° 17′ am nächsten kommet.

3) Diese gefundene halbe Differentz der Winckel A und B addiret zu ihre halbe Summe, so habt ihr den gröſten Winckel B; und subtrahiret solche von der halben Summe, so habt ihr den kleinern Winckel A. Z. E.

½ (A+B) + ½ (A—B) = 35° 48′ + 5° 17′ = 41° 5′ = B.

½ (A+B) — ½ (A—B) = 35° 48′ — 5° 17′ = 30° 31′ = A.

Lehr-Satz.

§. 9. Wenn in einem geradlinigten Triangel ABC eine Perpendicul-Linie BD aus der Spitze B auf die Grund-Linie AC gezogen wird, so sind die Stücke der Grund-Linie, die hiedurch bestimmet worden, die Gröſſen, welche entstehen wenn man zu dem Quadrat der Grund-Linie das Quadrat des an dem verlangten Stücke der Grund-Linie gränzenden Schenckels addiret, von dieser Summe das Quadrat des andern Schenckels subtrahiret, und alsdenn diese Differentz mit der Grund-Linie zweymal genommen dividiret. Tab. I. Geom. Fig. 9.

Beweiß.

Stehet BD auf AC rechtwinckelicht, so ist

$AB^2 - AD^2 = BD^2$,

$BC^2 - DC^2 = BD^2$ (§. 273. Geom.)

Es ist demnach

$AB^2 - AD^2 = BC^2 - DC^2$ (§. 20. A. M.)

Es sey $AD = x$, so ist $DC = AC - x$, folglich

$AB^2 - x^2 = BC^2 - AC^2 + 2ACx - x^2$

Addiret zu dieser Gleichung x^2, so ist

$AB^2 = BC^2 - AC^2 + 2ACx$ (§. 63. A. M.).

Wenn ihr ferner AC^2 addiret, alsdenn BC^2 subtrahiret, und endlich die Gleichung mit 2 AC dividiret, so ist

$$\frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2\,AC} = x = AD \text{ (§. 188. Rech.)}$$

W. D. E.

Es sey fernet $DC = x$, so ist $AD = AC - x$, und also ist wie zuvor klar, daß

$$x = DC = \frac{BC^2 + AC^2 - AB^2}{2\,AC}$$ W. D. A.

5. Aufgabe.

§. 19. Aus drey gegebenen Seiten eines geradlinigten Triangels die Winckel zu finden.

Auflösung.

Tab. I. Geom. Fig. 9.

1) Nehmet eine von den gegebenen Linien z. E. AC zur Grund-Linie, und suchet das Stück AD (§. 9.).

2) Der

2) Durch Hülffe der Linie AD und AB ſuchet den Winckel ABD, in dem ihr ſprechet

Die Seite AB verhält ſich zu dem Sinu des Winckels ADB, das iſt, ad Sinum totum

Wie die Seite AD zu dem Sinu des Winckels ABD (§. 5.).

3) Addiret den gefundenen Winckel zu dem rechten Winckel ADB, ſo könnet ihr den Winckel bey A finden (§. 149. Geom.).

4) Die zuvor gefundene Linie AD ſubtrahiret von AC, ſo habt ihr das Stück DC.

5) Durch Hülffe dieſer Linie DC und der gegebenen BC ſuchet wie zuvor den Winckel DBC, ſo könnet ihr auch, wie zuvor den Winckel bey C finden.

6) Da euch nun die Winckel A und C bekannt, ſo könnet ihr auch den Winckel ABC finden (§. 149. Geom.).

Anmerckung.

§. 11. Wie dieſe Aufgaben zu gebrauchen, wenn Höhen und Weiten ſollen gemeſſen werden, ſolches iſt aus dem §. 218. Geom. zu begreiffen.

6. Aufgabe.

§. 12. Die Verhältnis des *Diametri* eines Circuls zu ſeiner Peripherie zu beſtimmen.

Auflöſung.

Tab. IV. Geom. Fig. 59.

Wenn der Radius eines Circuls oder der Sinus totus = 10 000 000, ſo iſt ſo wohl der Sinus BA als auch der Tangent FD des Bogens DB, welcher eine Minute = 2909. Und alſo hat gleichfals der Bogen DB, welcher etwas gröſſer als AB und etwas kleiner als DF, bey nahe 2909. (§. 15. Vor.). Multipliciret 2909. durch die Anzahl der Minuten in der gantzen Peripherie 21600; ſo iſt die Peripherie 62834400. Derowegen verhält ſich der Diameter zu der Peripherie bey nahe, wie 20 000 000 zu 62834400, oder, wenn man beyde Zahlen mit 200000 dividiret, wie 100: 314 (§. 113. A. M.).

TAB. I. 9

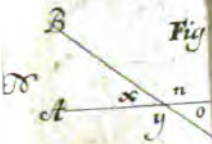
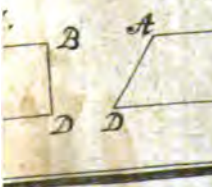


Fig. 13.

Fig. 16.



TAB. I. Geom.

21.

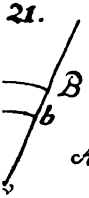


Fig. 19.

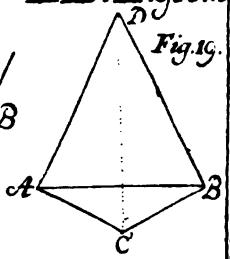


Fig. 23.

231.

Fig. 26.

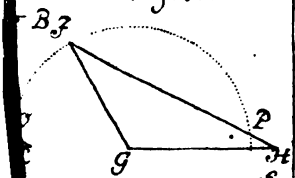


Fig. 35.

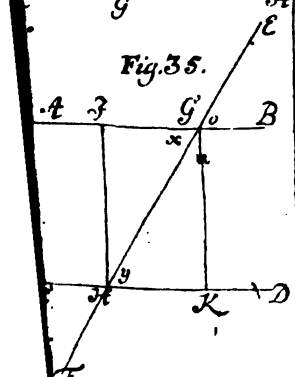
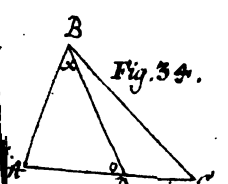
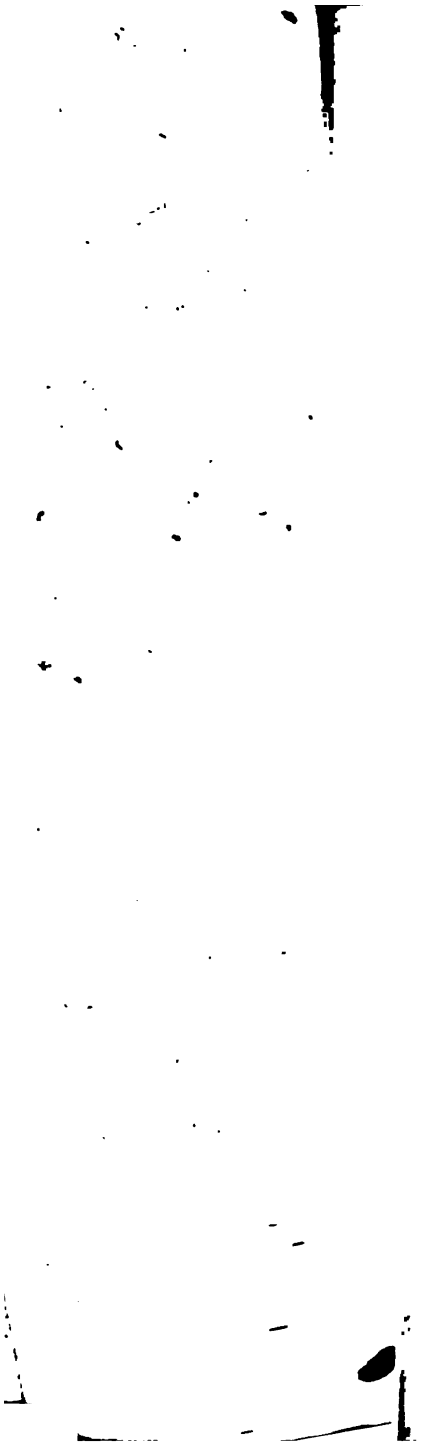


Fig. 34.





TAB. IV. Geom

Fig. 57.

Fig. 58.

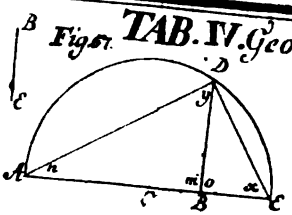
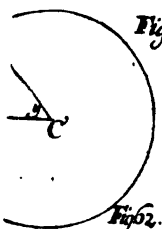


Fig. 59.



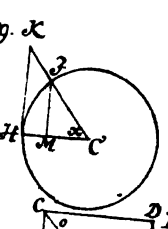


Fig. 62.

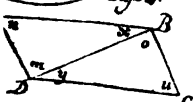
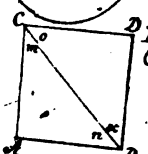


Fig. 63.



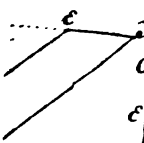


Fig. 65.

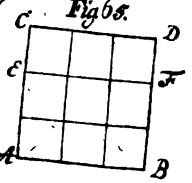


Fig. 68.

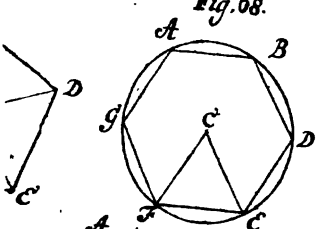


Fig. 69.

Fig. 70.

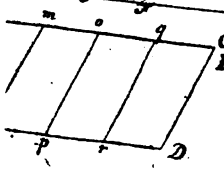


Fig. 87.

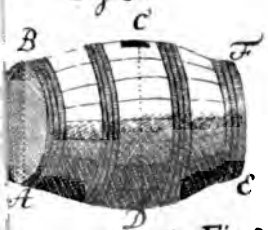
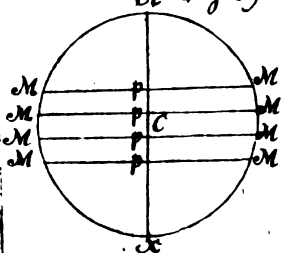


Fig. 89.



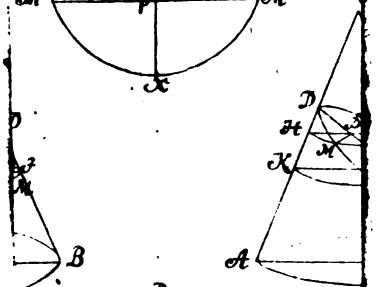
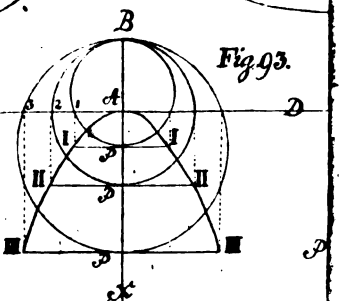
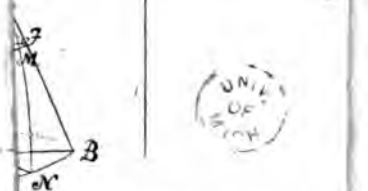


Fig. 93.





TAB. VI. Geom.

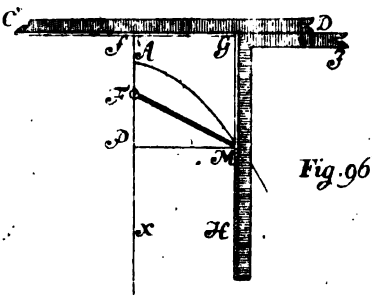


Fig. 96

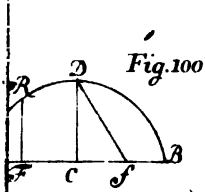
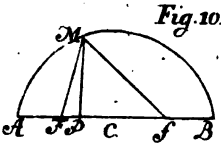


Fig. 100.

Fig. 101



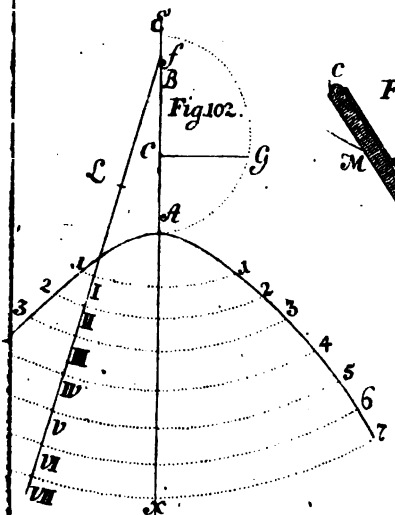


Fig. 102.

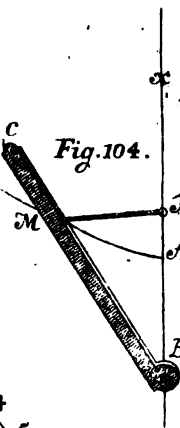


Fig. 104.

ELEMENTA CHRONOLOGIAE THEORETICAE ATQVE DYNAMICES

Oder

Erſte Gründe

Von

Erfindung der Gröſſe

Der

Geſchwindigkeit und der Kräffte der Dinge.

Erſte Gründe
Von
Erfindung der Gröſſe
in der Geſchwindigkeit.

Erklärung.

§. 1.

In der Zeit können wir nichts unterſcheiden, als verſchiedene Begebenheiten, welche in ihrer Würcklichkeit nach und nach auf einander folgen. Und alſo haben wir vollkommenen Grund eine ſolche nicht unterbrochene Folge verſchiedener Begebenheiten eine Zeit zu nennen.

1. Zuſatz.

§. 2. Hieraus folget unmittelbar, daß die Gröſſe der Zeit aus der Vielheit der Begebenheiten, welche in ihrer Würcklichkeit nach und nach auf einander folgen, zu beurtheilen (§. 3. Vor.).

2. Zuſatz.

§. 3. Woraus demnach die Anzahl der Begebenheiten, welche in ihrer Würcklichkeit nach und nach

auf einander gefolget, zu erkennen, dadurch kan auch die Grösse der Zeit bestimmet werden.

Erklärung.

§. 4. Würcken zwey Dinge einerley in Zeiten, welche in Ansehung der Grösse unterschieden, z. E. A würcket B in 4 Stunden, und C würcket B in 6 Stunden, so wird gesagt, es sey von A die Würckung B geschwinder als von C hervorgebracht worden. Und also ist die Geschwindigkeit die Eigenschaft einer Handlung, welche derselben vermöge der Kürtze der Zeit, in welcher sie würcklich geworden, beygeleget wird.

1. Zusatz.

§. 5. Je kleiner demnach die Zeit, in welcher ein Ding eine gewisse That ausführet, desto grösser ist die Geschwindigkeit, mit welcher dieses Ding gewürcket. Siehe §. 2. 3.

2. Zusatz.

§. 6. Wenn also zwey Dinge in ungleichen Zeiten einerley gewürcket, so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten umgekehrt wie die Zeiten, in welchen sie gewürcket. Und wenn zwey Dinge in gleichen Zeiten einerley gewürcket, so stehen ihre Geschwindigkeiten in einer gleichen Verhältniß (§. 26. 28. A. M.).

Anmerckung.

§. 7. Hieraus erhellet, daß die Ausmessung der Geschwindigkeit so allgemein könne erkläret werden, daß man dadurch die Geschwindigkeit einer jeden Handlung, so wohl der Bewegung als auch der Gedancken und Begierden bestimmen könne. Weil ich aber für Anfänger schreibe, und also Bedencken trage so allgemein zu reden; so werde nur einige Mittel angeben, die Grösse in der Geschwindigkeit einer Bewegung zu bestimmen. Doch will ich diese Regeln

also ausdrücken, daß sie von einem jeden können allgemeiner gemachet werden, der für das, was aus der Bewegung geschlossen, die Eigenschafften einer Handlung überhaupt setzet. Und dieses wird mit geringer Mühe geschehen können, wenn man das verstehet, was Sect. II. Ontol. von mir ist ausgeführet worden.

Erklärung.

§. 8. Ein jedes Ding, was würcklich ist, muß wo seyn; und dieses nennet man seinen Ort. Eine Reihe solcher Oerter, welche in einem fortgehen, heist der Raum.

Zusatz.

§. 9. Also ist der Raum eine Ausdehnung, dessen Grösse nach den Regeln der Geometrie zu messen (§. 25. Vor.).

Erklärung.

§. 10. Die Bewegung ist eine Veränderung des Orts, welche in einem fortgehet.

1. Zusatz.

§. 11. Hieraus folget 1) daß eine jede Bewegung in einer gewissen Zeit, und folglich mit einer gewissen Geschwindigkeit geschiehet (§. 1. 4.).

2. Zusatz.

§. 12. 2) Daß ein Ding, indem es sich beweget, einen gewissen Raum beschreibet (§. 8.). Wollet ihr euch demnach das bewegte Ding als einen Punct vorstellen, welches geschehen kan, wenn keine Ursache vorhanden ist, die Beschaffenheit eines solchen Dinges besonders zu gedencken, so werdet ihr auch behaupten müssen, daß der Raum, welcher durch die Bewegung beschrieben worden, eine Linie sey (§. 5. Geom.).

3. Zu-

3. Zusatz.

§. 13. 3) Daß durch die Anzahl der Oerter oder der Theile, welche in dem Raum, so durch die Bewegung beschrieben worden, zu unterschreiben, die Grösse der Zeit, und folglich auch der Geschwindigkeit zu bestimmen sey, mit welcher die Bewegung geschehen (§. 3. 4.).

Erklärung.

Motus aequabilis et inaequabilis.

§. 14. Wenn sich ein Ding beständig mit einerley Geschwindigkeit beweget, so wird die Bewegung gleichförmig genennet. Sollte aber in der Bewegung die Geschwindigkeit verändert werden, so heist sie eine ungleichförmige Bewegung.

1. Zusatz.

Consectaria ex motu aequabili plurium entium. 1) Si celeritates et tempora aequalia.

§. 15. Wenn sich zwey Dinge in gleicher Zeit mit gleicher Geschwindigkeit gleichförmig bewegen, so müssen solche gleiche Räume beschreiben (§. 13. 14.).

2. Zusatz.

2) Si celeritates et spatia aequalia.

§. 16. Wenn zwey Dinge in gleichförmiger Bewegung mit gleicher Geschwindigkeit gleiche Räume beschreiben, so sind auch die Zeiten, in welchen sie sich beweget, gleich (§. 13. 14.).

3. Zusatz.

3) Si tempora et spatia aequalia.

§. 17. Wenn zwey Dinge mit einer gleichförmigen Bewegung in gleiche Zeiten gleiche Räume beschreiben, so sind auch die Geschwindigkeiten, womit sie sich beweget, gleich (§. 6. 14.).

Raum in einer ungleichförmigen Bewegung ... charakteres machen. 4. Zu ... einerley ist, so sind sie in der Zeit gleich

4. Zusatz.

§. 18. Wenn sich zwey Dinge in gleichen Zeiten gleichförmig bewegen, so verhalten sich die Räume, welche mit diesen Bewegungen beschrieben werden, wie die Geschwindigkeiten, mit welchen sie sich beweget (§. 23. 25. 28. A. M.). 4) Si tempora aequalia.

5. Zusatz.

§. 19. Bewegen sich zwey Dinge gleichförmig, und mit gleicher Geschwindigkeit, so verhalten sich die Zeiten, in welchen sie sich beweget, wie die Räume, welche durch ihre Bewegung beschrieben werden (§. 23. 25. 28. A. M.). 5) Si celeritates aequales.

6. Zusatz.

§. 20. Wenn zwey Dinge mit einer gleichförmigen Bewegung gleiche Räume beschreiben, so sind die Zeiten in einer verkehrten Verhältniß ihrer Geschwindigkeiten, und ihre Geschwindigkeiten in einer verkehrten Verhältniß der Zeiten, in welchen sie sich beweget (§. 6.). 6) Si spatia aequalia.

Lehr-Satz.

§. 21. Wenn sich zwey Dinge gleichförmig bewegen, so sind die Räume, welche sie durch diese Bewegungen beschreiben, in einer zusammengesetzten Verhältniß der Zeiten und der Geschwindigkeiten. In motu aequabili determinatur relatio spatiorum ad tempora et celeritates.

Beweiß.

Es beschreibe in einer gleichförmigen Bewegung ein Ding A mit der Geschwindigkeit c den Raum s in der Zeit t. Ein Ding B mit der Geschwindigkeit C den Raum S in der Zeit T. Und damit ihr in dieſen

ſen Veränderungen die Verhältniſſe beſtimmen können, ſo nehmet ferner an, daß auch B mit der Geſchwindigkeit c den Raum q in der Zeit T beſchreibe. Wenn ſich nun A und B mit einerley Geſchwindigkeit c bewegen, ſo iſt

$$q : s = T : t \quad (\S. 19.).$$

und wenn B in gleichen Zeiten die Räume q und S beſchreibet, ſo iſt

$$S : q = C : c \quad (\S. 18.)$$

Folglich iſt

$$Sq : sq = TC : tc \quad (\S. 218. \text{ pag. } 172. \text{ b. } \alpha. 1. \text{ Rech.}).$$

und alſo

$$S : s = TC : tc \quad (\S. 218. \text{ p. } 175. 2. \text{ Rech.})$$

das iſt, die Räume ſind in einer zuſammengeſetzten Verhältniß der Zeiten und Geſchwindigkeiten. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 22. Es ſey $S = s$, ſo iſt $TC = tc$ (§. 41. 38. A. M.), folglich iſt $C : c = t : T$ (§. 205. Rech.), welches der Satz, ſo §. 20. erwieſen. Es ſey ferner $t = T$, ſo iſt $C = c$ (§. 41. 38. A. M.), welchen Satz §. 17. bewieſen.

Lehr-Satz.

Relatio celeritatum ad tempora et ſpatia.

§. 23. Wenn ſich zwey Dinge gleichförmig bewegen, ſo ſind ihre Geſchwindigkeiten in einer zuſammengeſetzten Verhältniß aus der Verhältniß der Räume, und verkehrten Verhältniß der Zeiten.

Beweiß.

Wenn die Geſchwindigkeiten C und c, die Räume S und s, und die Zeiten T und t, ſo iſt

$$S : s = TC : tc \quad (\S. 21.).$$

Folglich

$$Stc = sTC \quad (\S. 130. A. M.)$$

und

und also ist

C : c = St : ſT (§. 205. Rech.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 24. Wenn sich zwey Dinge gleichförmig bewegen, so sind die Zeiten, in welchen sie sich bewegen, in einer zusammengesetzten Verhältniß aus der Verhältniß der Räume und verkehrten Verhältniß der Geschwindigkeiten. Relatio temporum ad ſpatia et celeritates.

Beweiß.

Aus dem Beweiß des §. 23. erhellet, daß

Stc = ſTC

folglich ist auch

T : t = Sc : ſC (§. 205. Rech.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 25. In einer gleichförmigen Bewegung die Geschwindigkeit zu finden, mit welcher ein Ding einen gewissen Raum beschrieben.

Auflösung.

1) Messet den Raum, welcher durch die Bewegung beschrieben worden (§. 9.).

2) Messet die Zeit, in welcher der Raum beschrieben (§. 13.).

3) Den Raum dividiret durch die Zeit, so ist der Quotient die Geschwindigkeit.

Beweiß.

Es ist vermöge des §. 23.

C : c = St : ſT

$$\frac{Sc : \int T}{\overline{tT}} = \frac{St : \int T}{\overline{tT}}$$ (§. 113. A. M.).

St : ſT

$$St:fT = S:f$$
$$\overline{tT}\ \overline{tT}\quad \overline{T}\ \overline{t}$$

Folglich

$$C:c = S:f \text{ (§. 40. A. M.).}$$
$$\overline{T}\ \overline{t}$$

Wenn sich demnach ein Ding gleichförmig beweget, so ist die Geschwindigkeit der Quotient, welcher entstehet, wenn man den Raum durch die Zeit dividiret. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 26. Da nun $C = S$, so ist
$$\overline{T}$$

$S:T = C:1$ (§. 110. A. M.).

Folglich

$S = TC$ (§. 130. A. M.). Das ist, in einer gleichförmigen Bewegung ist der Raum gleich dem Facto aus der Zeit in die Geschwindigkeit.

Lehr-Satz.

§. 27. Wenn sich in einer gleichförmigen Bewegung die Räume wie die Geschwindigkeiten verhalten, so sind die Zeiten, in welchen sich die Dinge beweget, gleich.

Beweiß.

Weil $S:f = C:c$, und $S:f = CT:ct$ (§. 21.), so ist $C:c = CT:ct$ (§. 40. A. M.). Da nun $C:c = C:c$, so ist $1:1 = T:t$ (§. 218. pag. 173. 2. Rech.). Indem nun $1 = 1$, so ist auch $T = t$ W. Z. E. W.

Cel. Prat Temp.

3 24 8 24:3 f 8

6 48 8 48:6 f 8

24:48 = 3:6

Er-

Erklärung.

§. 28. In einer ungleichförmigen Bewegung wird die Geschwindigkeit verändert (§. 14.), und also nimmt in einer solchen Bewegung die Geschwindigkeit entweder ab oder zu. Wenn in einer Bewegung die Geschwindigkeit nach und nach in gleichen Zeiten gleich zunimmt, so heist die Bewegung eine gleichförmig zunehmende, und wenn die Geschwindigkeit nach und nach in gleichen Zeiten gleich abnimmt, so heist sie eine gleichförmig abnehmende Bewegung. Motus vniformiter acceleratus et vniformiter retardatus quid.

Zusatz.

§. 29. In einer gleichförmig zunehmenden Bewegung verhalten sich die zunehmenden Geschwindigkeiten wie die Zeiten, in welchen sie zunehmen. Und in einer gleichförmig abnehmenden Bewegung verhalten sich die abnehmenden Geschwindigkeiten wie die Zeiten, in welchen sie abnehmen (§. 38. 41. A. M.).

Lehr-Satz.

§. 30. Wenn ein Ding aus seiner Ruhe in die Bewegung gesetzet wird, und in derselben nach und nach gleichförmig zunimmt, so sind die Räume in *ratione duplicata* der Zeiten. Relatio spatiorum ad tempora in motu vniformiter accelerato.

Beweiß.

Bezeichnet so wohl die Zeiten, in welchen die Bewegung gleichförmig zugenommen, als auch die gleichförmig zunehmenden Geschwindigkeiten mit geraden Linien (§. 12. 13.). In dieser Absicht sey AB die gantze Zeit, in welcher die Bewegung gleichförmig zugenommen, AP ein Theil dieser Zeit. BC die in der gantzen Zeit angewachsene Geschwindigkeit, und PM die in dem Theil der Zeit AP angewachsene Tab. I. Mech. Fig. 1.

ſene Geſchwindigkeit. Da nun das Ding aus ſeiner Ruhe in die Bewegung geſetzet, ſo iſt

AP : AB = PM : BC (§. 29.).

Setzet die Linien der Geſchwindigkeit rechtwincklicht an die Linien der Zeit in P und B, ſo iſt PM mit BC parallel (§. 146. 22. Geom.), und ABC ein rechtwincklichter Triangel (§. 51. Geom.). Ziehet eine andere Linie der Geſchwindigkeit pm mit PM parallel in einer unendlich kleinen Entfernung von PM. So iſt der Unterſcheid der Linie PM von pm unendlich klein, folglich PM = pm (§. 144. A. M.). Folglich wird das Ding in der Zeit Pp gleichförmig bewegt (§. 14.), und alſo iſt der Raum, welcher in der Zeit Pp beſchrieben worden, gleich dem Facto aus Pp in PM (§. 26.), gleich dem Rectangulo PpRM (§. 54. 235. Geom.). Theilet die Zeit AP in kleine Theile, welche für ſich gleich Pp, ſo werdet ihr vermöge deſſen, was zuvor bewieſen, geſtehen müſſen, daß der Raum, welcher in der Zeit AP beſchrieben worden, gleich der Summe von den Rectangulis, welche wie PpRM in dem Triangel APM gezeichnet, und deſſen Unterſcheid von dem Trianget APM unendlich klein, folglich daß der Raum, welcher in der Zeit AP beſchrieben worden gleich dem Triangel APM (§. 144. A. M.). Aus einerley Grund muß einerley folgen. Und alſo iſt klar, daß der Raum, welchen das Ding in der Zeit AB beſchrieben, gleich dem Triangel ABC. Es verhalten ſich demnach die Räume, welche in der Zeit AP und AB beſchrieben worden, wie die Triangel APM und ABC. Nun aber iſt

Der △ APM : △ BAC = AP, PM : AB, BC (§. 237. Geom.).

△ APM ∽ △ BAC (§. 192. 193. Geom.).

folglich

AP : AB = PM : BC (§. 211. Geom.)

und

und

AP = PM

AB = BC (§. 28.)

Folglich

△APM : △BAC = AP, AP : AB, AB (§. 5. A. M.).

Das iſt, die Räume ſind in ratione duplicata der Zeiten. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 31. In einer gleichförmig zunehmenden Bewegung ſind die beſchriebenen Räume in ratione duplicata der zunehmenden Geſchwindigkeiten (§. 29. 30.).

Lehr-Satz.

§. 32. Der Anwachs der Räume, welche ein Ding in gleichen Zeiten in einer gleichförmig zunehmenden Bewegung beſchreibet, iſt durch die ungeraden Zahlen 1. 3. 5. 7. 9. und ſo weiter auszudrücken.

Beweiß.

Theilet die Zeit, in welcher eine Bewegung gleichförmig zunimmt, in gleiche Theile, ſo iſt der Raum, welchen das Ding in dem erſten Theil der Zeit beſchrieben, = 1, der Raum, welchen das Ding in zwey Theilen der Zeit beſchrieben, = 4, der Raum, welchen es in drey Theilen der Zeit beſchrieben, = 9, der Raum, welchen es in vier Theilen der Zeit beſchrieben, = 16, und ſo weiter (§. 30.). Es iſt demnach der Raum, welchen es in dem erſten Theil der Zeit beſchrieben, = 1. Der Raum, welchen es in dem zweyten Theil der Zeit beſchrieben, = 4 — 1 = 3. Der Raum, welchen es in dem dritten Theil der Zeit beſchrieben, = 9 — 4 = 5. Der Raum, welchen es in dem vierten Theil der Zeit beſchrieben, = 16 — 9 = 7, und ſo weiter. Folglich iſt der Anwachs dieſer Räume durch die ungeraden Zahlen 1. 3. 5. 7. und ſo weiter auszudrücken. W. Z. E. W.

Erſte Gründe
Von
Erfindung der Gröſſe in den würckenden Kräfften der Dinge.

Erklärung.

§. 33.

Durch eine Krafft verſtehen wir dasjenige, was den Grund von der Würcklichkeit der Begebenheiten in ſich haben kann. Iſt der Grund von der Würcklichkeit einer Begebenheit in der Krafft würcklich enthalten, ſo heiſt ſie eine würckende, wo aber nicht, eine nicht-würckende Krafft. Dieſes iſt auch die Urſache, warum man dasjenige, was durch eine Krafft würcklich wird, eine Würckung nennet.

Lehn-Satz.

§. 34. Die würckende Krafft iſt allezeit der Würckung gleich (§. 49. Ont.).

Zuſatz.

§. 35. Je gröſſer demnach die Würckung, deſto gröſſer iſt auch die würckende Krafft, woher ſie entſprungen. Dieſes beſtätiget vollkommen, daß man durch die Gröſſe der Würckung die Gröſſe der würckenden Krafft beſtimmen könne.

Lehr-Satz.

§. 36. Wenn ein Ding in verſchiedenen Zeiten mit ungleicher Geſchwindigkeit gleiches gewürcket, ſo muß ſeine würckende Krafft gröſſer geweſen ſeyn, da es mit der gröſſeren, als da es mit der kleineren Geſchwindigkeit gewürcket.

Beweiß.

Gesetzt, daß ein Ding A in der Zeit 4 eine Würckung 10, und in einer andern Zeit 5 auch diese Würckung 10 hervorgebracht, so ist die Würckung dieses Dinges, welche es in einem Theil der letzten Zeit 4, welche gleich der gantzen ersten Zeit, hervorgebracht, kleiner als die Würckung, welche in der ersten Zeit 4 von diesem Dinge hervorgebracht worden (§. 13. A. M.). Folglich ist die würckende Krafft dieses Dinges in der ersten Zeit gröſſer gewesen, als in der letzten (§ 35.). Da sie nun in der ersten Zeit geschwinder als in der letzten gewürcket (§. 5.), so ist klar, daß die würckende Krafft eines Dinges gröſſer, wenn es mit einer gröſſeren, als wenn es mit einer kleineren Geschwindigkeit würcket. W. Z. E. W.

Temp. Würck.
A. 4 10
A 6 10

Zusatz.

§. 37. Es verhalten sich demnach die würckenden Kräffte eines Dinges wie die Geschwindigkeiten, mit welchen es würcket. Daher aus dem, was von der Bestimmung der Geschwindigkeit zuvor ausgeführet, vieles zu folgern, wodurch die Gröſſe in den würckenden Kräfften der Dinge zu bestimmen.

Anmerckung.

§. 38. Die Ursache, welche in dem §. 7. angeführet, giebt mir Bewegungs-Grunde, daß in dem folgenden nur ins besondere von den würckenden Kräfften der Körper reden werde. Doch bitte auch hier zu mercken, was in dem §. 7. ist erinnert worden.

Erklärung.

§. 39. In einem jeden Körper sind verschiedene Dinge mit einander verknüpffet. Und diese geben dem Körper dasjenige, was wir in demselben fortdaurend nennen, oder die Masse.

Zuſatz.

§. 40. Es iſt demnach die Maſſe eines Körpers um deſto gröſſer, je gröſſer die Anzahl der Dinge, welche in ihrer Verknüpffung den Körper machen.

Lehn-Satz.

§. 41. Dasjenige, was in einem Dinge fortdaurend, iſt die Krafft des Dinges (§. 19. Ont.), welche aber, in ſo weit ſie nur als fortdaurend betrachtet wird, nicht würcket (§. 64. ff. Ont.).

Zuſatz.

§. 42. Es iſt demnach die nicht würckende Krafft eines Körpers ſeiner Maſſe gleich (§. 39. Siehe §. 7. A. M.).

Lehr-Satz.

Ratio virium agentium ſi maſſae inaequales et celeritates aequales.

§. 43. Wenn zwey Körper von ungleicher Maſſe mit gleicher Geſchwindigkeit würcken, ſo verhalten ſich ihre würckende Kräffte wie die Maſſen.

Beweiß.

Es ſey die Maſſe des Körpers A = 6, und des Körpers B = 4, ſo iſt ein Theil von der würckenden Krafft des Körpers A gleich der gantzen würckenden Krafft des Körpers B (§. 37. und §. 7. A. M.). Folglich iſt die würckende Krafft des Körpers A gröſſer als die würckende Krafft des Körpers B (§. 11. A. M.). Weil nun dieſe Körper mit gleicher Geſchwindigkeit würcken, ſo iſt die Urſache, warum ſolche ungleich würcken, in der Ungleichheit der Maſſen zu finden. Folglich verhalten ſich die würckenden Kräffte dieſer Körper wie ihre Maſſen (§. 25. 38. A. M.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 44. Es erhellet zugleich aus dem Beweiß, womit der §. 43. beſtätiget, daß die würckende Krafft

des

des Körpers B so vielmahl in der würckenden Krafft des Körpers A, als die Masse des Körpers B in der Masse des Körpers A enthalten ist. Folglich stehen diese würckende Kräffte mit den Massen der Körper in einer geometrischen Verhältniß (§. 102. 122. A. M.).

Lehr-Satz.

§. 45. Wenn zwey Körper von gleicher Masse mit ungleicher Geschwindigkeit würcken, so verhalten sich ihre würckende Kräffte wie die Geschwindigkeiten. Si massae aequales et celeritates inaequales.

Beweiß.

Dieser Satz kan auf gleiche Art, wie der Satz im §. 43. erwiesen, bestätiget werden.

Lehr-Satz.

§. 46. Wenn zwey Körper von ungleicher Masse mit ungleicher Geschwindigkeit würcken, so sind die würckenden Kräffte in einer zusammengesetzten Verhältniß der Massen und Geschwindigkeiten. Si tam massae quam celeritates inaequales.

Beweiß.

Es sey die Masse des Körpers A = M, und seine Geschwindigkeit = C. Die Masse des Körpers B = m, und seine Geschwindigkeit = c. So verhält sich die würckende Krafft des Körpers A zur würckenden Krafft des Körpers B, wie die Verknüpffung von M mit C zur Verknüpffung von m mit c (§. 43. 45.). Diese Grössen werden entweder durch die Addition, oder Subtraction, oder Multiplication, oder Division mit einander verknüpffet (§. 70. 99. A. M.). Weil aber die würckenden Kräffte in einer geometrischen Verhältniß stehen (§. 44. 31. 36.), so können diese Grössen weder durch die Addition noch durch die Subtraction verknüpffet seyn (pag. 173. n. 1. Rech.),

folglich muß man entweder die Multiplication oder die Division erwehlen. Das letzte ist unmöglich, weil die würckende Krafft allezeit grösser als die Masse (§. 42. 34. Siehe §. 63. ff. Ont.), die Division aber die Grössen nicht vergrössert, sondern verkleinert (§. 98. A. M.). Und also ist klar, daß man die Multiplication erwehlen müsse. Es verhält sich demnach die würckende Krafft des Körpers A zur würckenden Krafft des Körpers B wie M, C zu m, c das ist, diese würckende Kräffte sind in einer zusammengesetzten Verhältniß der Massen und Geschwindigkeiten W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 47. Es sey die würckende Krafft von A = der würckenden Krafft von B, so ist auch M, C = m, c. Wenn demnach zwey Körper von ungleicher Masse mit ungleicher Geschwindigkeit gleich würcken, so sind ihre Massen in einer verkehrten Verhältniß der Geschwindigkeiten, und ihre Geschwindigkeiten in einer verkehrten Verhältniß der Massen (§. 205. Rech.).

2. Zusatz.

§. 48. Es erhellet hieraus ferner, daß die würckende Krafft eines Körpers gleich dem Facto aus der Masse des Körpers in die Geschwindigkeit, mit welcher er würcket.

3. Zusatz.

§. 49. Indem nun ein Körper in einer gleichförmigen Bewegung beständig einerley Geschwindigkeit behält (§. 14.), so bleibet auch die würckende Krafft eines solchen Körpers beständig gleich dem Facto aus der Masse in die erste Geschwindigkeit, in welcher er angefangen sich zu bewegen.

4. Zusatz.

§. 50. Weil aber in einer gleichförmig zunehmenden Bewegung die Geschwindigkeit beständig vermehret, und in einer gleichförmig abnehmenden Bewegung die Geschwindigkeit beständig vermindert wird (§. 28.), so muß auch in dem ersten Fall die würckende Krafft beständig gröſſer, und in dem letzten Fall beständig kleiner werden.

Lehr-Satz.

§. 51. In einer gleichförmig zunehmenden Bewegung entstehet die Gröſſe der würckenden Krafft des Körpers, wenn man seine Masse so vielmahl mit seiner ersten Geschwindigkeit multipliciret, als in der Zeit, in welcher die Bewegung gedauret hat, Eins enthalten ist.

in motu uniformiter accelerato mensura celeritatis ut tempora sic.

Beweiß.

Weil in einer gleichförmig zunehmenden Bewegung die Geschwindigkeiten zunehmen wie die Zeiten (§. 29.), so folget, daß, wenn in dem ersten Theil der Zeit die Geschwindigkeit = 1, diese in dem zweyten Theil der Zeit = 2, in dem dritten Theil = 3, in dem vierten Theil = 4, und so weiter. Folglich ist in dem ersten Theil der Bewegung die würckende Krafft = MC, in dem zweyten = M2C, in dem dritten = M3C, in dem vierten = M4C, und so weiter (§. 47.). W. Z. E. W.

T. C. M. vis op.
1 1c - = 1cm
2 2c - = 2cm
3 3c - = 3cm
4 4c - = 4cm
5 5c - = 5cm

1. Anmerckung.

§. 52. a) Dieser Lehr-Satz kan auch durch die Uebereinstimmung mit dem vorhergehenden vollkommen bestätiget werden. Es sey

Der beſchriebene Raum.	Die Theile der Zeit.	Geſchwindigkeiten.
1	1	1
4	2	2
9	3	3
(§. 32.) 16	4	4

Spat: p. Temp.
sp = celerit.

Suchet nach dem §. 25. in dem vierten Theil der Zeit die Geſchwindigkeit, dieſe iſt 16 : 4 = 4. Suchet nach dem §. 26. den Raum in dem vierten Theil der Zeit, dieſer iſt 4, 4 = 16. Welches völlig mit dieſem übereinſtimmet.

Nehmet ferner in der gleichförmig zunehmenden Bewegung eines Körpers A

Den beſchriebenen Raum	Die Theile der Zeit	Geſchwindigkeiten in Anſehung der folgenden.
1	1	$\frac{1}{2}$
4	2	1
9	3	$1\frac{1}{2}$
16	4	2

und eines Körpers B

Den beſchriebenen Raum	Die Theile der Zeit in Betracht der Theile der Zeit in der vorhergehenden Bewegung.	Geſchwindigkeiten.
1	$\frac{1}{2}$	1
4	1	2
9	$1\frac{1}{2}$	3
16	2	4

Nun ſetzet

1) daß A und B gleiche Räume, z. E. 4. beſchrieben, ſo verhalten ſich die Zeiten umgekehrt wie die Geſchwindigkeiten, zumahl 2 : 1 = 2 : 1 welches der §. 20.

2) daß die Zeiten, in welchen ſich A und B beweget, gleich z. E. 2. ſo verhalten ſich die Räume, wie die Geſchwindigkeiten, zumahl

16 : 4 = 4 : 1

welches der §. 18.

3) daß die Geſchwindigkeiten, mit welchen ſich A und B beweget, gleich z. E. 2, ſo verhalten ſich die Räume wie die Zeiten, denn

4 : 16 = 1 : 4

welches der §. 19. und ſo weiter.

2. Anmerckung.

§. 52. b) Weil es unmöglich ist, daß wir eine solche Eintheilung der Zeit liefern können. Weil ferner $\frac{s}{t}$ bey der gleichförmig zunehmenden Bewegung unmöglich die wahre Geschwindigkeit seyn könne. So sagt Leibnitz: wenn du die Grösse der würckenden Krafft in der gleichförmig zunehmenden Bewegung bestimmen willst, so mache von $\frac{s}{t}$ das Quadrat, und mit diesem multiplicire die Massam. Die Erfahrung wird diesem nicht leicht widersprechen. Acta Eruditor. de anno 1694. p. 316. Leibnitii Tom. hypoth.

Erklärung.

§. 53. Wenn eine Krafft hinreichend etwas zu würcken, und ein anders Ding macht, daß jene ihre Würckungen nicht äussern könne, so wird gesagt, daß das Ding der Krafft widerstehe.

Zusatz.

§. 54. Folglich kan kein Körper eher würcken, bis der Widerstand völlig ist gehoben worden.

Erklärung.

§. 55. Wenn ein Ding mit seiner Krafft würcken kan, so bald der Widerstand ist gehoben worden, so wird gesagt, daß die Krafft dieses Dinges eine Bemühung (Conatus) sey.

Lehn-Satz.

§. 56. Die Krafft eines Körpers kan weder gröſſer noch kleiner werden, woferne dieses nicht von andern Dingen verursachet wird (§. 27. Som.).

Lehr-Satz.

§. 57. Ist die Ursache, warum sich ein Körper beweget, allein die Wegnehmung des äusserlichen Widerstandes, so ist seine bewegende Krafft seiner Bemühung gleich.

Beweiß.

Durch die Wegnehmung des äuſſerlichen Widerſtandes wird nur verurſachet, daß die Krafft hinreichend bleibet, dasjenige zu würcken, wozu ſie an und vor ſich betrachtet hinreichend geweſen (§. 52.). Soll nun die Urſache, warum ein Körper in Bewegung geſetzet wird, allein in der Wegnehmung des Widerſtandes zu finden ſeyn, ſo kan ſeine Krafft nicht gröſſer und auch nicht kleiner werden, als ſie vor der Bewegung geweſen iſt (§. 56.). Folglich muß die bewegende Krafft der Bemühung des Körpers gleich ſeyn (§. 55.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 58. Es iſt demnach unter dieſen Beſtimmungen die Bewegung eine gleichförmige (§. 48. 28. 14.). Folglich iſt die Bemühung eines Körpers gleich dem Facto aus der Maſſe in die Geſchwindigkeit, mit welcher die Bewegung des Körpers anfänget (§. 48.).

Lehn-Satz.

§. 59. **Die Maſſe eines Körpers iſt ſchon hinreichend der Bewegung eines andern zu widerſtehen** (§. 18. Som.).

Zuſatz.

§. 60. Folglich kan nicht überhaupt geſaget werden, daß die widerſtehende Krafft eines Körpers ſeiner Bemühung gleich.

Erklärung.

§. 61. Wenn ein Körper in den andern nur mit ſeiner Bemühung würcket, ſo wird dieſe Würckung der Druck genennet. Würcket aber ein Körper mit ſeiner Bewegung in einen andern, ſo heiſt dieſe Würckung

kung ein Stoß. Wenn die Krafft eines Körpers in Bewegung, so heist sie eine lebendige, wo aber nicht, eine todte Krafft.

1. Zusatz.

§. 62. Hieraus ist klar:

1) Daß die todte Krafft eines Körpers entweder eine Bemühung, oder nur eine widerstehende Krafft sey (§. 53. 55. 59.).

2. Zusatz.

§. 63. 2) Daß der Druck gleich dem Facto aus der Masse in die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper anfangen wird sich zu bewegen, so bald der Widerstand gehoben worden (§. 58.).

3. Zusatz.

§. 64. 3) Daß der Stoß gleich dem Facto aus der Masse in die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Körper zuletzt beweget (§. 46. 48. 49.).

4. Zusatz.

§. 65. 4) Wie die Grösse der lebendigen Krafft so wohl in der gleichförmigen als auch in der gleichförmig ab- und zunehmenden Bewegung zu bestimmen (§. 46. 49. und folg.)

Lehn-Satz.

§. 66. Wird ein Körper A von einem andern B in Bewegung gesetzet, so beweget er sich mit einerley Geschwindigkeit nach der Richtung, nach welcher er von B gestossen worden, bis eine äusserliche Ursache diese Bewegung verändert (§. 27. Som.).

1. Zusatz.

§. 67. Wenn ein Körper A, deſſen Krafft für sich betrachtet, nur eine widerstehende Krafft, durch den Stoß eines andern Körpers B in Bewegung geſetzet wird, so iſt die würckende Krafft des Körpers B so lange dem Stoß des Körpers A gleich, bis sie von einer äuſſerlichen Urſache entweder vermehret oder vermindert worden (§. 34. 56.).

2. Zusatz.

§. 68. Wenn ein Körper A, deſſen Krafft für sich betrachtet eine Bemühung, durch den Stoß eines andern Körpers B in Bewegung geſetzet, so kan die würckende Krafft des Körpers A, wenn gleich keine andere Urſachen hinzugekommen, gröſſer ſeyn als der Stoß des Körpers B geweſen (§. 55, ff. Siehe §. 105. Mon.).

3. Zusatz.

§. 69. Wird ein Körper A, welcher in der Bewegung, oder deſſen Krafft lebendig (§. 61.), von einem andern Körper nach derjenigen Direction, nach welcher sich A zuvor beweget, geſtoſſen, so wird die würckende Krafft des Körpers durch den Stoß vergröſſert (§. 48. 34. 56.).

4. Zusatz.

§. 70. Hieraus iſt es zu erklären, wie eine gleichförmig zunehmende Bewegung möglich ſey (§. 28. 50. 34.).

Lehn-Satz.

§. 71. Stößt ein Körper A an einen andern Körper B, so iſt dieſer Körper B entweder vermögend jenem hinreichend zu widerſtehen oder nicht. Iſt dieſes, so wird der Körper B von A nach der Direction in Bewegung geſetzet, wohin jener von

dieſem

dieſem geſtoſſen worden, und zwar mit einer gröſſeren Geſchwindigkeit, als in welcher A ſeine Bewegung fortzuſetzen vermögend iſt. Iſt jenes, ſo ſpringt der Körper A nach derjenigen Direction mit einer verminderten Geſchwindigkeit zurück, nach welcher ihm iſt widerſtanden worden (§. 47. ſ. Som.).

Zuſatz.

§. 72. Hieraus iſt zu erklären, wie eine gleichförmig abnehmende Bewegung möglich ſey (§. 28. 34.).

Lehr-Satz.

§. 73. Wenn ein Körper A, nachdem er an einen andern Körper B geſtoſſen, zurück ſpringet, ſo muß er in dem Winckel zurückſpringen, in welchem er angeſtoſſen.

Beweiß.

Wenn ein Körper A, nachdem er an einen andern Körper B geſtoſſen, zurück ſpringet, ſo iſt die Urſache des Zurückſpringens, weil ihm der Körper B widerſtanden hat (§. 66. 53.). Folglich ſpringt A in der Direction zurück, nach welcher ihm von B iſt widerſtanden worden (§. 71.). Da nun der Körper B dem Körper A widerſtehet, weil dieſer an jenen ſtößt, ſo muß auch der Körper A in derjenigen Neigung oder in demjenigen Winckel zurückſpringen, in welchem er angeſtoſſen (§. 66. 71.). W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 74. Wenn demnach ein Körper von einem andern zurück ſpringet, welchen er perpendiculär angeſtoſſen, ſo muß er auch perpendiculär zurückſpringen. Und ſpringet der Körper zurück von einem andern, welchen er ſchief angeſtoſſen, ſo muß er auch ſchief zurückſpringen.

2. Zuſatz.

§. 75. Hieraus iſt es zugleich zu erklären, in welcher Direction ein Körper den andern durch den Stoß bewegen könne (§. 71.).

Erklärung.

§. 76. Der Winckel, in welchem ein Körper an den andern ſtöſſet, heiſt der Einfalls-Winckel (Angulus incidentiae). Und der Winckel, in welchem der Körper zurückprallet, heiſt der Reflexions-Winckel (Angulus reflexionis).

1. Zuſatz.

§. 77. Wenn demnach ein Körper an einen andern, der von ſeinem Stoſſe nicht beweget wird, anſtöſſet; ſo muß er dergeſtalt zurückprallen, daß der Einfalls-Winckel dem Reflexions-Winckel gleich (§. 71. 73.).

2. Zuſatz.

§. 78. Und wenn ein Körper einen andern durch den Stoß in Bewegung ſetzet, ſo muß ſich dieſer in dem Winckel bewegen, welcher dem Einfalls-Winckel gleich (§. 73. 71.).

Anmerckung.

§. 79. Wollte ich mit den bis hieher erklärten Lehr-Sätzen dasjenige, was in der Metaphyſic von der Bewegung iſt ausgeführet worden, noch weiter verbinden, ſo würde ich noch vieles in der Bewegung aus den Begriffen erklären können. Weil aber ſolches meine gegenwärtige Abſicht nicht erfordert, ſo wird, was ich erkläret habe, hinreichen, die Lehren in dem ausübenden Theil der Mathematik zu beweiſen.

ELEMENTA MATHESEOS ADPLICATAE IN SPECIE MECHANICIAE

Oder

Erſte Gründe

Mathematiſcher Wiſſenſchafften

Praktiſcher Theil

ins beſondere aber

der Mechanik.

MEDICINISCHE

Erſte Gründe der Mechanik.

Der 1. Abſchnitt. Von den Haupt-Geſetzen der Mechanik überhaupt.

Erklärung.

§. 1.

Wer mit geringen Koſten dasjenige ausführet, was von einem andern mit gröſſern iſt ausgeführet worden, von dem wird behauptet, daß er mit Vortheil gehandelt. Die Wiſſenſchafft, welche die Gründe erkläret, wornach mit Vortheil eine verlangte Bewegung hervorzubringen, heiſt überhaupt die Mechanik.

Zuſatz.

§. 2. Eine Bewegung wird nach den Geſetzen der Bewegung hervorgebracht. Soll dieſes mit Vortheil geſchehen, ſo muß entweder die Anzahl der Dinge, wodurch ſie hervorzubringen, vermindert werden, oder man muß in die Stelle ſolcher Dinge, welche von einem gröſſerem Werthe, andere, welche von einem geringern, ſetzen. Woraus es klar, daß drey Gründe müſſen angenommen werden, aus welchen die Regeln der Mechanik zu folgern.

Anmerckung.

§. 3 Das erſte habe ich nach meiner Abſicht bey der Erfindung der Gröſſe in der Geſchwindigkeit und in den Kräfften der Dinge hinreichend ausgeführet. Folglich iſt nur noch nöthig, daß ich, wie das zweyte und dritte zu bewerckſtelligen, erkläre.

Lehr-Satz.

§. 4. Soll durch eine geringere Anzahl der Dinge eine ſo ſtarcke Bewegung erhalten werden, als ſonſt durch eine gröſſere erhalten worden, ſo iſt nöthig, daß man die Geſchwindigkeit der Dinge vermehre.

Beweiß.

Soll durch eine geringere Anzahl der Dinge eine ſo ſtarcke Bewegung erhalten werden, als ſonſt durch eine gröſſere Anzahl erhalten worden, ſo muß die Krafft, mit welcher jene würcken, gleich ſeyn der Krafft, mit welcher dieſe gewürcket (§. 34. Dyn.). Da nun aber die Maſſe des Körpers vermindert wird (§. 39. Dyn.); ſo kan dieſe Gleichheit nicht erhalten werden, wenn nicht die Geſchwindigkeit des zu bewegenden Körpers ſollte vermehret werden (§. 43. ſ. Dyn.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 5. Durch die Circul-Bewegung kan die Geſchwindigkeit in der Bewegung der Körper vermehret werden.

Beweiß.

Je gröſſer der Raum, welchen ein Körper in einer beſtimmten Zeit durch die Bewegung beſchreibet, deſto gröſſer iſt die Geſchwindigkeit des Körpers (§. 18. Dyn.). Wenn ſich zwey Körper an einem Radio in einem Circul bewegen, ſo beſchreibet der oberſte Körper einen gröſſern Raum in der Zeit,

in welcher der unterſte einen kleineren beſchreibet. Folglich kan die Geſchwindigkeit in der Bewegung der Körper durch die Circul-Bewegung vermehret werden. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 6. Woraus es klar, daß die Circul-Bewegung ein Mittel ſey, mechaniſche Abſichten zu erhalten (§. 4).

Lehr-Satz.

§. 7. Wenn ſich zwey Körper in gleicher Zeit in einem Circul bewegen; ſo verhalten ſich ihre Geſchwindigkeiten zu einander, wie ihre Entfernungen von dem Mittel-Punct des Circuls.

Beweiß.

Wenn ſich zwey Körper in gleicher Zeit in einem Circul bewegen, ſo liegen ſolche entweder in einem Radio des Circuls oder nicht. Im erſten Fall nehmet an, daß ſich der Körper A von B nach A, und der Körper E von D nach E beweget, ſo beſchreibet A den Raum AxB, und E den Raum EyD. Folglich verhalten ſich ihre Geſchwindigkeiten wie dieſe Räume (§. 19. Dyn.). Da ſich nun dieſe Bogen zu einander verhalten wie ihre Sehnen (§. 192. 280. Geom.); ſo verhält ſich auch die Geſchwindigkeit des Körpers A zu der Geſchwindigkeit des Körpers E, wie die Sehne AB zu der Sehne ED (§. 40. A. M.). Weil nun ferner AB:ED = AC:EC (§. 192. 193. Geom.); ſo verhält ſich auch die Geſchwindigkeit des Körpers A zu der Geſchwindigkeit des Körpers E, wie AC zu EC (§. 40. A. M.). Das iſt, die Geſchwindigkeiten dieſer Körper verhalten ſich zu einander, wie ihre Entfernungen von dem Mittel-Punct des Circuls (§. 20. Geom.). W. D. E. Tab. I. Fig. 2.

Zu dem zweyten, daß nemlich die Körper, welche ſich in gleicher Zeit in einem Circul bewegen, nicht in einem Tab. I. Fig. 3.

nem Radio des Circuls liegen, so nehmet an, daß beyde in dem Diameter des Circuls liegen, und daß sich der Körper A von A nach B, und der Körper E von E nach D in gleichen Zeiten bewege. Wenn dieses, so beschreibet A den Raum AxB, und E den Raum EyD. Und also verhalten sich ihre Geschwindigkeiten wie diese Räume (§. 19. Dyn.). Es verhalten sich aber diese Räume wie AC:CE (§. 280. 101. Geom.). Und also ist es klar, daß sich die Geschwindigkeiten dieser Körper zu einander verhalten, wie ihre Entfernungen von dem Mittel-Punct des Circuls (§. 20. Geom. §. 40. A. M.). W. D. A.

Zusatz.

§. 8. Ueberleget, was in der Rechen-Kunst von der Erfindung der Glieder in einer geometrischen Verhältniß ist ausgeführet worden, so werdet ihr leicht beurtheilen können, wie durch Rechnung die Geschwindigkeit in einer Circul-Bewegung zu bestimmen.

Erfahrung.

§. 9. Die Erfahrung bestätiget, daß die Körper mit ihrer Masse rechtwinklicht gegen die Erde drucken, und zwar, daß der Druck um desto gröser, je gröser die Masse des Körpers ist.

Erklärung.

§. 10. Dieser rechtwinklichte Druck des Körpers gegen die Erde, wird die Schwere des Körpers genennet. Das Drücken ist eine Würckung der Krafft. Dieses ist die Ursache, warum man behauptet, daß die Schwere eine Krafft, wodurch die Körper rechtwinklicht gegen die Erde drücken.

Zusatz.

§. 11. Was demnach die Verhältniß in dem rechtwinklichten Druck der Körper gegen die Erde bestimmet, [illegible] met,

…ret, das beſtimmet auch ihre Verhältniß in Anſehung der Schwere (§. 9.).

2. Zuſatz.

§. 12. Die Gröſſe der Krafft, womit ein Körper drücket, iſt gleich dem Facto aus der Maſſe des Körpers in die Geſchwindigkeit, womit ein Körper rücken würde, ſo bald der Widerſtand iſt gehoben worden (§. 48. Dyn.). Es iſt demnach leicht zu begreifen, unter welcher Beſtimmung aus der Verhältniß der Schwere verſchiedener Körper die Gröſſe der Maſſe eines Körpers, oder die Vielheit der Dinge, welche den Körper machen, zu erkennen (§. 11.).

Anmerckung.

§. 13. Hieraus erhellet, daß bey den Streitigkeiten von der Urſache der Schwere, das weſentliche der Schwere von der Würckung, wodurch wir die Schwere erkennen, zu unterſcheiden. Jenes iſt die Maſſe des Körpers, ſiehe §. 13. Dynamil.: und dieſes iſt der rechtwincklichte Druck der Körper gegen die Erde. In dieſer Bedeutung werde ich in der Mathematik von der Schwere reden, weil es gewöhnlich iſt. Daß die Urſache von dieſer Würckung der Schwere in der Bewegung der Lufft zu ſuchen, ſolches wird aus dem, was ich von der Schwere ausführen werde, leicht können gefolgert werden. Wer dieſe Gedancken darum für ungegründet hält, weil er ſich die Lufft eine Schwere hat, der hat noch nicht Fähigkeit genug, Dinge in ihrem gantzen Zuſammenhange zu dencken.

3. Zuſatz.

§. 14. Der Körper drücket mit ſeiner Schwere rechtwincklicht gegen die Erde (§. 10.). Weil demnach die Erde eine Kugel, ſo kan man ſich die Schwere als eine Krafft gedencken, wodurch der Körper gegen den Mittel-Punct der Erde drücket (§. 168. Geom.).

Erklärung.

§. 15. Ein jeder Körper nimmt einen gewiſſen Raum ein. Aus der Gröſſe des Raums kan man die Gröſſe

Gröſſe der Schwere des Körpers nicht beurtheilen. Man hat demnach die Urſache eine gedoppelte Gröſſe bey den Körpern zu unterſcheiden. Die Gröſſe des Raums und die Gröſſe der Schwere. Der Punct, durch welchen der Körper in Anſehung des Raums in zwey gleich groſſe Theile getheilet wird, heißt der

Centrum magnitudinis & centrum gravitatis.

Mittel-Punct der Gröſſe; und der Punct, durch welchen ein Körper in zwey gleichſchwere Theile getheilet wird, heiſt der Mittel-Punct der Schwere.

Lehr-Satz.

Inuenire centrum grauitatis geometrice.

§. 16. Wenn ein Körper durchaus gleich dichte aus einerley Materie beſtehet, und einerley Breite und Dicke behält: ſo kommt der Mittel-Punct der Schwere mit dem Mittel-Punct der Gröſſe überein.

Beweiß.

Unter dieſen Beſtimmungen wird man ohne Beweiß geſtehen, daß ein Körper, wenn man deſſen Mittel-Punct der Gröſſe beſtimmet, auf beyden Seiten gleichviele Maſſe habe. Folglich kan der Körper mit ſeiner eigenen Schwere auf der einen Seite nicht mehr als auf der andern Seite drücken. und alſo iſt er auf beyden Seiten gleichſchwer (§. 10.), das iſt, der Mittel-Punct der Gröſſe kommt unter dieſen Beſtimmungen mit dem Mittel-Punct der Schwere überein (§. 15.).

Erklärung.

Linea directionis.

§. 17. Die Linie, nach welcher ſich ein Körper bewegen wird, wenn der Widerſtand, ſo der Bewegung iſt geſetzet, iſt gehoben worden, heiſt die Directions-Linie.

1. Zuſatz.

§. 18. Die Directions-Linie von der Schwere der Körper fällt auf die Fläche der Erd-Kugel perpendiculär, und gehet durch deſſen Mittel-Punct (§. 14.).

2. Zu-

2. Zuſatz.

§. 19. Wenn man in einem Körper den Mittel-Punct der Schwere beſtimmet, ſo iſt die Würckung der Schwere auf beyden Seiten gleich (§. 15.). Es wird demnach mit hinreichendem Grund gehandelt, wenn man die Directions-Linie von der Schwere der Körper aus dem Mittel-Punct der Schwere ziehet. Ob dieß genug ſey zu behaupten, in dem Mittel-Punct der Schwere ſey die Schwere des Körpers bey einander, das mögen diejenigen beurtheilen, die nicht gewohnt ſind allein ſinnlich, ſondern auch mit dem Verſtande zu denken.

Erklärung.

§. 20. Die Horizontal-Linie iſt diejenige, in welcher ein jeder Punct von dem Mittel-Punct der Erde gleichweit weg iſt. Und die gerade Linie, welche die Horizontal-Linie in einem gegebenen Punct berühret, wird die ſcheinbare Horizontal-Linie genennet.

1. Zuſatz.

§. 21. Es erhellet demnach, daß die Horizontal-Linie eine Circul-Linie, welche aus dem Mittel-Punct der Erde beſchrieben wird (§. 16. Geom.). Folglich iſt die wahre Horizontal-Linie entweder in der Fläche der Erd-Kugel, oder ſie gehet mit derſelben parallel (§. 100. Geom.).

2. Zuſatz.

§. 22. Die Sehne von einem kleinen Bogen eines groſſen Circuls iſt von dem Bogen unendlich klein unterſchieden (§. 279. Geom.). Und alſo kan jene für dieſen in Anſehung der Gröſſe ſubſtituiret werden (§. 146 A. M.). Woraus es klar, daß der Fehler unendlich klein, und alſo für nichts zu halten ſey (§. 142. A. M.), wenn die ſcheinbare Horizontal-Linie für die wahre iſt ſubſtituiret worden.

Lehr-Satz.

§. 23. Die Directions-Linie von der Schwere der Körper stehet auf der scheinbaren Horizontal-Linie perpendiculär.

Beweiß.

Die Directions-Linie von der Schwere der Körper gehet durch den Mittel-Punct der Erde (§. 178), folglich ist ein Theil von der Directions-Linie der Radius von der Erde, oder von der wahren Horizontal-Linie (§. 21. Mech. und §. 20. Geom.). Die scheinbahre Horizontal-Linie ist von der wahren Horizontal-Linie der Tangent (§. 20. Mech. 170 Geom.). Folglich macht die Directions-Linie von der Schwere der Körper mit der scheinbaren Horizontal-Linie in dem Punct, wo sie die wahre Horizontal-Linie berühret, einen rechten Winckel (§. 171. Geom.). Indem nun diese Directions-Linie die wahre Horizontal-Linie beständig berühret (§. 18. 21.), und die scheinbare Horizontal-Linie für die wahre zu substituiren (§. 22.), so ist es allgemein zu behaupten, daß sie auf der scheinbaren Horizontal-Linie perpendiculär stehet. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 24. Wer demnach die Directions-Linie von der Schwere der Körper ziehen will, der muß von dem Mittel-Punct der Schwere auf die scheinbare Horizontal-Linie eine Perpendicul-Linie fallen lassen (§. 19. 23.).

Erklärung.

Centrum motus seu hypomochlium.

§. 25. Der Ruhe-Punct heißt in der Mechanik derjenige Ort, auf welchem der Körper lieget. Und die gerade Linie, welche durch den Ruhe-Punct gehet, und auf die Horizontal-Linie perpendiculär fället, wird die Linie der Ruhe genennet.

Zusatz.

§. 26. Folglich gehet die Linie der Ruhe mit der Directions-Linie von der Schwere der Körper parallel (§. 23. Mech. § 146. Geom.).

Lehr-Satz.

§. 27. Wenn die Directions-Linie von der Schwere der Körper auf den Grund des Körpers fället, so kan der Körper nicht fallen: so bald sie aber ausserhalb diesen Grund verrückt wird, so muß er gegen die Seite fallen, wo die Directions-Linie von dem Grunde ausweichet.

Beweiß.

Ein Körper fällt nach der Directions-Linie seiner Schwere (§. 17.). Wenn demnach diese auf den Grund des Körpers fällt, so ist nicht möglich, daß der Körper solte fallen können. Fällt hingegen die Directions-Linie ausserhalb den Grund des Körpers, so ist nichts vorhanden, welches dem Druck des Körpers nach den Mittel-Punct der Erden widerstehen könne, folglich muß der Körper gegen die Seite, wo die Directions-Linie von dem Grund ausweichet, fallen. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 28. Lasset demnach aus dem Mittel-Punct der Schwere eines Körpers auf den scheinbaren Horizont eine Perpendicul-Linie fallen. Fället diese auf den Grund des Körpers, so muß der Körper feste stehen, wo nicht, so muß er fallen (§. 27. 24.).

2. Zusatz.

§. 29. Je grösser der Raum, wodurch ein Ding zu bewegen, desto mehrere Mühe muß angewendet werden, diese Bewegung hervor zu bringen (§. 35.)

35. Dyn.). Je gröſſer der Grund des Körpers, deſto gröſſer iſt der Raum, wodurch die Directions-Linie zu bewegen, ehe ſie auſſerhalb den Grund verrücket wird (§. 24.). Wenn demnach der Grund eines Körpers groß iſt, ſo wird mehrere Mühe erfordert denſelben umzuwerffen, als wenn er auf einem kleinern Grund ſtehet.

Anmerckung.

§. 30. In den Fürleſungen werde ich hieraus verſchiedene Stellungen des menſchlichen Leibes erklären, und zeigen, wie ein Körper, der für den Fall ſicher ſeyn ſoll, zu zeichnen.

Erfahrung.

§. 31. Die ſichtbaren Körper fallen mit ihrer Schwere in einer zunehmenden Bewegung herunter.

Zuſatz.

§. 32. Kein Körper, der in Bewegung geſetzet, kan ſeine Bewegung vermehren, als wenn er von einem andern Körper nach der Direction, wohin er ſich beweget, iſt geſtoſſen worden (§. 56. 69. Dyn.). Ich habe demnach Urſache zu behaupten, daß der Grund, warum die Bewegung eines Körpers, der mit ſeiner Schwere herunter fällt, vermehret wird, in dem zu finden ſey, weil die umſtehende Lufft die ſichtbaren Körper nach der Erde herunter ſtöſſt. Das Wort Lufft wird hier in dem allgemeinen Verſtande genommen, daß es zugleich von dem æther kan gebraucht werden.

Lehr-Satz.

§. 33. Wird ein Körper dergeſtalt aufgehänget, daß die Linie, nach welcher er aufgehänget, durch den Mittel-Punct ſeiner Schwere gehet, oder wenn ein Körper in dem Mittel-Punct ſeiner Schwere unterſtützet wird; ſo kan er mit ſeiner Schwere nicht herunter fallen.

Beweiß.

Es werde der Körper BD dergeſtalt an der Linie AC aufgehänget, daß dieſe durch den Mittel-Punct der Schwere C gehet. Soll nun dieſer Körper mit ſeiner Schwere herunter fallen, ſo fällt er entweder nach der Linie F oder nach der Linie K oder nach der Linie H. Daß er nach F und K nicht fallen könne, iſt leicht zu beweiſen. Denn da C der Mittel-Punct der Schwere, ſo ſtößt die umſtehende Lufft dieſen Körper ſo ſtarck nach F als nach K (§. 32. 15.). Und alſo iſt es nicht möglich, daß einer von dieſen Theilen ſolte können gehoben werden (§. 56. Dyn.). Daß er nach H nicht fallen könne, iſt daraus klar, weil ihm in dieſer Direction ein Widerſtand geſetzet worden (§. 54. Dyn.). Folglich iſt unter dieſen Umſtänden auf keine Art möglich, daß ein Körper mit ſeiner Schwere ſollte herunter fallen. W. Z. E. W. Fab. 1. Fig. 4.

Anmerckung.

§. 34. Aus dieſem Lehr-Satze iſt leicht zu begreiffen, wie der Mittel-Punct der Schwere bey einem Körper mechaniſch zu beſtimmen. Siehe Leupold Part. I. Theatri ſtatici univerſalis p. 3. ſſ.

Lehr-Satz.

§. 35. Wenn die Linie der Ruhe durch den Mittel-Punct der Schwere gehet, ſo kan ſich der Körper mit ſeiner Schwere nicht bewegen.

Beweiß.

Denn gehet die Linie der Ruhe durch den Mittel-Punct der Schwere eines Körpers, ſo iſt der Körper in dem Mittel-Punct der Schwere entweder aufgehänget, oder unterſtützet worden (§. 25.), und alſo iſt es nicht möglich, daß er ſich unter dieſen Umſtänden mit ſeiner Schwere bewegen ſollte (§. 33. 10.). W. Z. E. W.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 36. Wenn der Ruhe-Punct und der Mittel-Punct der Schwere eines Körpers in einer Linie, ſo iſt der geringſte Stoß vermögend den Körper herunter zu werffen.

Ein Perpendicul-Linie auf den horizont fällt.

Beweiß.

Wenn der Ruhe-Punct und der Mittel-Punct der Schwere eines Körpers in einer Linie, ſo kan der geringſte Stoß verurſachen, daß die Directions-Linie des Körpers auſſerhalb den Grund verrücket werde (§. 29.). Wird die Directions-Linie des Körpers auſſerhalb den Grund verrücket, ſo fället der Körper um (§. 27.). Und alſo iſt es klar, daß der geringſte Stoß vermögend ſey den Körper herunter zu werffen, wenn deſſen Ruhe-Punct und Mittel-Punct der Schwere in einer Linie. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 37. Soll demnach ein Körper nicht durch den geringſten Stoß umgeworffen werden, ſo muß man machen, daß deſſen Ruhe-Punct eine Fläche werde.

Anmerckung.

§. 38. Verbindet dieſe Lehr-Sätze, ſo werdet ihr das Balanciren der Körper erklären können.

Der 2. Abſchnitt.

Von den Mechaniſchen Inſtrumenten.

Das 1. Capitel.

Von der Mechaniſchen Inſtrumenten überhaupt.

Erklärung.

§. 39.

Alle Dinge, bey welchen ſolche Eigenſchafften zu finden, daß wir unſere Abſichten dadurch zu er-

erhalten vermögend, werden Instrumente genennet. Und dieſes beſtätiget, daß mechaniſche Inſtrumente ſolche Dinge, durch deren Gebrauch wir mit Vortheil eine Bewegung hervorbringen können.

Erklärung.

§. 40. Die erſte Art von mechaniſchen Inſtrumenten hat zur Abſicht, daß durch eine Circul-Bewegung die Geſchwindigkeit in der Bewegung der Krafft ſoll vermehret werden (§. 4. II.). Ein ſolches Inſtrument iſt entweder um ſeinen Ruhe-Punct beweglich oder nicht. Iſt das letzte, ſo wird das Inſtrument ein Hebel genennet, und zwar von der erſten Art, wenn der Ruhe-Punct zwiſchen der Laſt und Krafft, von der andern Art, wenn der Ruhe-Punct an dem einen Ende des Hebels. Z. E. in Tab. I. Fig. 5. iſt DE ein Hebel von der erſten Art, denn A iſt die Laſt, B die Krafft und C der Ruhe-Punct. Und Fig. 6. iſt DC ein Hebel von der andern Art, denn A iſt die Laſt, B die Krafft und C der Ruhe-Punct. Leupold Theatr. Mach. Generali Cap. II.

Vectis qui vel heterodromus vel homodromus.

Zuſatz.

§. 41. Können wir demnach in einem Inſtrumente eine gerade Linie gedencken, in welcher drey Puncte zu unterſcheiden, in deren einem die Laſt, in dem zweyten die Krafft, und dem dritten der Ruhe-Punct, ſo haben wir in demſelben einen Hebel.

Erklärung.

§. 42. Die Entfernung der Laſt oder Krafft von dem Ruhe-Punct des Inſtruments wird in der Mechanik ſchlechthin die Entfernung der Laſt oder die Entfernung der Krafft der Abſtand genennet.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 43. Die Entfernung der Last oder der Krafft ist eine gerade Linie, welche aus dem Ruhe-Punct des Instruments auf die Directions-Linie der Last oder der Krafft perpendiculär gezogen wird.

Beweiß.

Man wird ohne Beweiß gestehen, daß die Entfernung der Last durch die kürtzeste Linie zu bestimmen, welche von dem Ruhe-Punct auf diejenige Linie gezogen wird, wornach die Last würcket. Da nun die Last nach ihrer Directions-Linie würcket (§. 17.) und die kürtzeste Linie, welche von einem Punct nach einer geraden Linie gezogen wird, eine Perpendicul-Linie, (§. 152. Geom.); so ist klar, daß die Entfernung der Last eine gerade Linie, welche aus dem Ruhe-Punct des Instruments auf die Directions-Linie der Last gezogen wird. W. D. E.

Setzet für die Last die Krafft, so kan dieser Lehr-Satz in Ansehung der Krafft auf gleiche Art bestätiget werden.

Zusatz.

Tab. I. Fig. 5. §. 44. Es sey die Directions-Linie der Last FDH, so ist ihre Entfernung CI. Da nun CI kleiner als CD (§. 148. Geom.); so ist es klar, daß so wohl die Last als auch die Krafft die gröste Entfernung habe, wenn sie unter einem rechten Winckel an das Instrument appliciret werden.

Erklärung.

§. 45. Wenn in einem Hebel von der ersten Art die Entfernung der Last gleich der Entfernung der Krafft, so heißt er ein gleich-armiger Hebel, sind aber diese Entfernungen ungleich, ein ungleich-armiger Hebel.

Hebel. Und in diesem wird der gröste Theil der Last, und der kürzeste die Zunge genennet. Ein Hebel von der andern Art heißt gleicharmig, wenn die Last und die Krafft in der Mitte applicirt worden, und ungleicharmig, wenn diese nicht in der Mitte applicirt worden.

Erklärung.

§. 46. Ist das mechanische Instrument von der ersten Art um seinen Ruhe-Punct beweglich (§. 49.), so heißt es ein Rad. Dieses ist entweder an einer Welle befestiget, mit welcher es herum beweget wird, oder es beweget sich nur um seinen Mittel-Punct. Ist das erste, so heißt es ein Rad an einer Axe, weil die Welle die Axe genennet wird, und ist das zweyte eine Rolle. Z. E. in Fig. 7. Tab. I. sey OMNL eine Welle, so ist SBKR ein Rad an der Axe. Und in Fig. 8. sey C der Mittel-Punct des Circuls, so ist EFGH eine Scheibe oder eine Rolle. Axis in peritrochio et trochlea

1. Zusatz.

§. 47. In dem Rade an einer Axe ist der Ruhe-Punct der Mittel-Punct von der Welle C (§. 25.). Und wenn A die Last, so ist CL die Entfernung der Last. Wenn in B die Krafft, so ist BC die Entfernung der Krafft, wenn in F die Krafft, so ist FC die Entfernung der Krafft, und so weiter (§. 43. 24.). Es hat demnach in dem Rade an einer Axe die Krafft die gröste Entfernung, wenn ihre Directions-Linie mit dem Radio des Circuls einen rechten Winckel macht. Tab. I. Fig. 7.

2. Zusatz.

§. 48. Es sey in der Rolle, der Mittel-Punct, um welchen sich die Scheibe beweget, der Ruhe-Punct (§. 25.). Wenn demnach A die Krafft und B Tab. I. Fig. 8.

die Laſt, ſo iſt CE die Entfernung der Krafft, und CG die Entfernung der Laſt (§. 43. 24.). Wird demnach bey der Rolle die Laſt und Krafft an der Peripherie alſo appliciret, daß ihre Directions-Linie mit dem Radio des Circuls einen rechten Winckel machen, ſo ſind ihre Entfernungen gleich (§. 21. Geom.).

Erklärung.

§. 49. Wenn ein Rad, welches beweget wird, in ein anders greiffet, um ſolches mit herum zu treiben, ſo heiſt dieſes, welches mit herumgetrieben wird, das Getrieb, und die Theile dieſes Rades, in welchen das andere eingreifft, werden die Trieb-Stecken genennet. Die Theile, womit ein Rad in das Getrieb greiffet, werden Zähne genennet, wenn ſie auf der Peripherie des Rades perpendiculär ſtehen, und Kämme, wenn ſie auf der Seite der Peripherie des Rades eingeſetzet, und alſo mit der Welle des Rades parallel gehen. Wenn in einem Getrieb die Trieb-Stecken zwiſchen zwo Scheiben eingeſetzet, ſo heiſt man das Getrieb einen Trilling, ingleichen eine Laterne: ſind aber die Trieb-Stecken in der Welle angemacht, ſo nennet man dergleichen Getrieb einen Kumpf. Ein Rad, welches mit Kämmen verſehen, heiſt ein Kamm-Rad, und wenn es Zähne hat, ein Stern-Rad. Z. E. Tab. I. Fig. 9. iſt CDFE ein Trilling, Fig. 11. ein Kumpff, Fig. 9. HI ein Kamm-Rad, und Fig. 10. ein Stern-Rad.

1. Zuſatz.

§. 50. In einem Getriebe müſſen die Trieb-Stecken alſo eingeſetzet werden, daß ſie zwiſchen die Zähne oder Kämme des Rades, ſo darin greiffet, wohl paſſen. Siehe Leupold in *Theatro Machinarum generali* Cap. V. §. 86. ff.

2. Zu-

2. Zusatz.

§. 51. In einem Stern-Rade werden die Zähne entweder in der Peripherie des Rades eingeschnitten, oder auf derselben gesetzet. Im ersten Falle wird der Radius des Rades verkleinert, und in dem zweyten Falle vergrössert. Dieses ist demnach bey der Bestimmung der Entfernung der Last und der Krafft wohl zu merken (§. 47.).

Erklärung.

§. 52. Eine Last kan vermittelst einer Rolle auf eine gedoppelte Art beweget werden. Sie wird entweder mit einem um die Rolle gezogenen Seile an der Peripherie der Rolle hinauf gezogen, wie Fig. 8. Tab. I. zu sehen, oder sie wird in der Mitte der Rolle befestiget, und mit einem um die Rolle gezogenen Stricke zugleich mit der Rolle hinauf gezogen, wie Fig. 12. Tab. II. zeiget. Damit diese beyde Arten der Rollen zu unterscheiden, so werde ich die Rollen von der ersten Art die obern, und die Rollen von der andern Art die untern Rollen nennen.

1. Zusatz.

§. 53. In den Rollen von der ersten Art ist die Entfernung der Last gleich der Entfernung der Krafft (§. 48.).

2. Zusatz.

§. 54. In den Rollen von der andern Art ist die Entfernung der Last die Helffte von der Entfernung der Krafft. Denn da der Ruhe-Punct H (§. 25.), die Last P und die Krafft V; so ist die Entfernung der Last = AC, und die Entfernung der Krafft = AB (§. 42.). Da nun AC = ½ AB (§. 21. Geom.), so ist die Entfernung der Last die Helffte von der Entfernung der Krafft. Tab. II. Fig. 12.

Erklärung.

Polyspastus. §. 55. Das Gehäuse, in welchem eine Rolle mit ihrem Polhen, um welchen sie sich beweget, eingesetzet, wird eine Flasche oder Kloben genennet. Das Instrument, welches aus oberen und unteren Rollen, welche in ihren Flaschen befestiget zusammengesetzet, heißt ein Flaschen-Zug. S. E. Tab. II. Fig. 12. ist MNO eine Flasche, und Fig. 13. ein Flaschen-Zug.

Zusatz.

§. 56. Will man demnach in einem Flaschen-Zug die Entfernung der Last und Krafft bestimmen, so muß man die obern und untern Rollen mit einander vergleichen.

Erklärung.

§. 57. Die andere Art von mechanischen Instrumenten, siehe §. 40. hat zur Absicht, daß eine verlangte Bewegung durch Dinge von einem geringern Werthe könne bewerckstelliget werden, wozu ordentlich Dinge von einem grösseren Werth erforderlich (§. 2.).

Planum inclinatum. Unter diese Art von mechanischen Instrumenten ist fürnemlich die schiefliegende Fläche zu betrachten. Es ist aber eine schiefliegende Fläche, eine Fläche, welche mit der Horizontal-Linie einen schiefen Winckel macht. Siehe Tab. II. Fig. 14. Es können demnach bey einer schiefliegenden Fläche drey Linien unterschieden werden, als AC, welche die Grund-Linie, BC, welche die Länge der Fläche und AB, welche die Höhe der Fläche, so auch schlechthin die Perpendicul-Linie genennet wird.

Zusatz.

Tab. II. Fig. 14. §. 58. Es sey I die Krafft und D die Last, so ist KD die Directions-Linie der Krafft, und DH die Directions-

ons-Linie der Last (§. 17.). Da nun E der Ruhe-Punct (§. 25.), so ist DE die Entfernung der Kraft, und AE die Entfernung der Last (§. 43.).

Erklärung.

§. 59. Wenn die schiefliegende Fläche um einen Cylinder herumgewunden, so heißt sie eine Schraube. Wenn diese Gewinde an der Peripherie des Cylinders befindlich, so heißt man selbige schlechterdings eine Schraube, und den Cylinder die Spindel, sind sie aber in der hohlen Fläche eines ausgehöhlten Cylinders, so nennet man sie die Schrauben-Mutter. Wenn die schiefliegende Fläche einmahl um den Cylinder herumgeführet, so nennet man es den Schrauben-Gang. Cochlea. Mascula & foeminea.

Zusatz.

§. 60. Es hat demnach eine Schraube so viele Gänge, wie vielmahl die Fläche um den Cylinder herumgewunden. Und die Höhe der schiefliegenden Fläche bestimmet die Weite der Schrauben-Gänge.

Erklärung.

§. 61. Ein spitzer Körper, der aus zwo schiefliegenden Flächen zusammen gesetzet, heißt ein Keil. Cuneus.

Zusatz.

§. 62. Und also kan die Beschaffenheit eines Keils, aus der Beschaffenheit der schiefliegenden Fläche gefolgert werden.

Das 2. Capitel.

Von dem Hebel.

Lehr-Satz.

§. 63.

Lex fundamentalis mechanices.

Wenn an einem Hebel, der ohne Schwere gedacht wird, zwey Cörper angehänget werden, welche sich in Ansehung der Schwere umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen von dem Ruhe-Punct, so halten diese Cörper einander die Waage.

Beweiß.

Tab. I. Fig. 5.

Nehmet in dem Hebel von der ersten Art den Ruhe-Punct in C, so daß DC : CE = 1 : 2. Hänget in D und E zwey Cörper A und B, so daß die Schwere oder die Masse des Cörpers B zur Masse des Cörpers A wie 1 : 2, so verhalten sich diese Cörper B und A in Ansehung ihrer Schwere oder Masse umgekehrt wie ihre Entfernungen von dem Ruhe-Punct (§. 40. A. M.). Da sich nun die Geschwindigkeit des Cörpers B zur Geschwindigkeit des Cörpers A verhält, wie CE zu CD (§. 7.); so verhält sich die Masse des Cörpers B zur Masse des Cörpers A wie die Geschwindigkeit von A zur Geschwindigkeit von B (§. 40. A. M.), und also ist das Factum aus der Masse des Cörpers B in seine Geschwindigkeit gleich dem Facto aus der Masse des Cörpers A in seine Geschwindigkeit (§. 130. A. M.). Hieraus ist klar, daß diese Cörper gleich starck drucken (§. 63. Dyn.), und folglich einander die Waage halten (§. 34. Dyn.). W. D. E.

Tab. I. Fig. 6.

Dieser Lehr-Satz kan in Ansehung des Hebels von der andern Art auf gleiche Art erwiesen werden.

1. An-

1. Anmerckung.

§. 64. Wenn man das Vermögen eines Hebels ausrechnen will, so muß man den Hebel erst ohne, und alsdenn mit seiner Schwere betrachten. Wie das Vermögen des Hebels, wenn man zugleich auf seine Schwere siehet, zu bestimmen, solches will ich im folgenden erklären.

2. Anmerckung.

§. 65. Dieses mechanische Fundamental-Gesetze kan auf folgende Art durch die Erfahrung bestätiget werden. Tab. II. Fig. 19.

1) Lasset euch von dem Tischer einen viereckichten prismatischen Stab abstossen, welcher durchaus gleichdicke, und aus einerley Materie bestehet, diesen theilet in zween gleiche Theile AB, und leget ihn in der Mitte C auf die Schärffe eines dreyeckichten Prismatis, so werdet ihr finden, daß er darauf waagerecht liegen bleibet.

2) Lasset euch einen andern prismatischen Stab von gleicher Art abstossen, und theilet denselben in drey gleiche Theile DE. Zugleichen drey andere Stäbe von gleicher Art, von welchen ein jeder gleich einem Theil des Stabes DE. Leget diesen Stab DE in dem zweyten Theil F auf die Schärffe eines dreyeckichten Prismatis, und auf den Theil FE leget die andern drey Stäbe, so werden auch diese mit den beyden Theilen DF die Waage halten.

3) Nehmet ferner einen Stab von der vorigen Art, und theilet denselben in vier gleiche Theile GH, und acht kleine Stäbe von gleicher Art, von welchen ein jeder gleich einem Theil von GH. Leget den Stab GH in dem Ende des dritten Theils I auf die Schärffe eines dreyeckichten Prismatis, und die acht kleinen Stäbe auf den vierten Theil IH, so werden auch diese mit den drey Theilen GI des Stabes GH die Waage halten. Und so weiter.

Da nun in dieser Erfahrung die Körper, welche einander die Waage halten, in Ansehung der Schwere in einer umgekehrten Verhältniß der Entfernungen von dem Ruhe-Punct; so bestätiget auch die Erfahrung, welche Jungnickel in seinem Schlüssel zur Mechanik angegeben, das zuvor bewiesene mechanische Gesetze.

52. Anmerckung.

Leupold hat eine allgemeine Waage angegeben, die Eigenschafften der Hebel durch die Erfahrung zu bestimmen. Wovon sein Theatrum machinarum genkt. Tab. II. f. unständlich zu lesen.

1. Zusatz.

Tab. I. Fig. 5. §. 67. Es sey das Gewicht B, welches mit A die Waage hält, gleich A, so ist auch die Entfernung DC = CE (§. 63.), folglich ist DE ein gleicharmiger Hebel (§. 45.).

2. Zusatz.

§. 68. Wenn das Gewicht A, welches mit B die Waage halt, grösser ist als B, so ist die Entfernung CE grösser als DC (§. 63.), folglich ist DE ein ungleicharmiger Hebel (§. 45.).

3. Zusatz.

§. 69. Und also ist leicht zu begreiffen, wie so wohl durch den ungleicharmigen als auch durch den gleicharmigen Hebel von der ersten Art, die Schwere der Körper zu finden (§. 11.).

Anmerckung.

§. 70. Die Hebel, welche wir gebrauchen, sie mögen aus Eisen, Stahl, Meßing, Holtz, oder einer andern Materie, welche sich nach Proportion der Last nicht bieget, oder brichet, bestehen, haben ihre eigene Schwere. Es muß also diejenige Krafft, welche durch einen solchen Hebel eine Last im waagerechten Stand erhalten soll, zugleich den Hebel halten. Will man demnach das Vermögen eines gegebenen Hebels ausrechnen, so muß man suchen:

1) Die Krafft, welche den gegebenen Hebel unter gesetzten Umständen die Waage halten kan.

2) Die Krafft, welche unter gesetzten Bedingungen die gegebene Last waagerecht zu halten vermögend.

3) Wenn

5) Wenn man diese beyden Kräffte addiret, so ist die Summe diejenige Krafft, welche durch den gegebenen Hebel die gegebene Last unter gesetzten Umständen waagerecht zu halten vermögend (§. 34. Dyn.).

Aufgabe.

§. 71. Es wird der Hebel von der ersten Art und die Last gegeben, man soll die Krafft finden, welche vermögend durch den gegebenen Hebel die Last waagerecht zu halten, das ist, die todte Krafft.

Auflösung.

1) Den Ruhe-Punct des Hebels nehmt nach Gefallen an, z. E. in C. Tab. I. Fig. 5.

2) Suchet die Schwere des Hebels (§. 69.), und den Mittel-Punct seiner Schwere (§. 34. 16.).

3) Weil, wenn der Mittel-Punct der Schwere bestimmet, der Körper auf allen Seiten mit seiner Schwere gleich würcket, so nehmet an, als wenn in dem Mittel-Punct der Schwere des Hebels eine Krafft zu finden, welche der Schwere des Hebels gleich, und alsdenn suchet die Last, welche diesen Hebel im waagerechten Stande erhalten kan (§. 63.).

4) Diese Last subtrahiret von der gegebenen, und suchet alsdenn die Krafft, welche durch diesen Hebel unter gesetzten Bestimmungen die Differentz der Last waagerecht zu halten vermögend (§. 63.); so habt ihr die Krafft, welche ist verlanget worden, gefunden (§. 87. 1. M.).

Aufgabe.

§. 72. Es sind ein Hebel von der ersten Art und die Krafft gegeben, ihr sollt die Last finden, welche die gegebene Krafft durch den Hebel waagerecht halten kan.

Auflösung.

1) Nehmet wie zuvor nach Gefallen den Ruhe-Punct an, z. E. in C. Tab. I. Fig. 6.

2) Alsdenn suchet wie zuvor die Last, welche der gegebene Hebel mit seiner Schwere waagerecht zu halten vermögend.

3) Suchet die Last, welche die gegebene Krafft durch den bestimmten Hebel, wenn er keine Schwere hätte, waagerecht zu halten vermögend (§. 63.).

4) Diese Last addiret zu der Last, welche ihr nach der zweyten Regel gefunden, so ist die Summe die verlangte Last (§. 8. A. M.).

Aufgabe.

§. 73. Es wird gegeben die Last, die Krafft und der Hebel von der ersten Art. ihr sollt den Ruhe-Punct finden, auf welchem der Hebel zu legen, wenn die gegebene Krafft die bestimmte Last waagerecht erhalten soll.

Auflösung.

Tab. II. Fig. 16.

Aus dem vorhergehenden erhellet, daß ihr anfänglich den Ruhe-Punct, in welchem die Krafft den gegebenen Hebel, und alsdenn den Ruhe-Punct, in welchem die Krafft, die Last durch den gegebenen Hebel waagerecht zu erhalten vermögend, suchen müsset. Dieses zu bewerckstelligen, so suchet

1) Die Schwere des gegebenen Hebels (§. 69.), und dessen Mittel-Punct der Schwere V. (§. 34. 16.).

2) Aus zuvor angeführten Ursachen nehmet an, als wenn in dem Mittel-Punct der Schwere des Hebels V. eine Last gehänget, welche der Schwere des Hebels gleich, und suchet den Ruhe-Punct, auf welchem die gegebene Krafft diesen Hebel waagerecht zu halten vermögend, welcher durch folgende Regel zu finden:

Wie sich die Summe der Krafft und der Schwere des Hebels, zu der Schwere des Hebels verhält, so verhält sich die Summe der Entfernungen der Krafft und der Schwere des Hebels VB, zur Entfernung der gegebenen Krafft (§. 63. Mech., und pag. 169. II. 2. Mech.).

3) Dies

3) Diese vierte Proportional-Zahl subtrahiret von dem gegebenen Hebel AB, so findet ihr AZ, und ist also Z der Ruhe-Punct, auf welchem die gegebene Krafft den Hebel waagerecht erhalten kan (§. 63.).

4) Weil nun dieses, so nehmet ferner an, als wenn in Z eine Last gehänget, welche gleich der gegebenen Krafft und der Schwere des Hebels, so könnet ihr wie vorhin die Linie CZ und folglich den verlangten Punct C finden, wenn ihr sprechet:

Wie die Summe der Krafft der Schwere des Hebels und der gegebenen Last, zu der gegebenen Last; so verhält sich die Summe der Entfernungen dieser Grössen ZA, zur Entfernung der Summe der Krafft und der Schwere des Hebels ZC.

1. Anmerckung.

§. 74. Der Grund, wodurch die Aufgaben von dem Hebel der ersten Art aufgelöset worden, ist auch von dem Hebel der andern Art erwiesen (§. 63.). Hieraus folget, daß die Aufgaben von dem Hebel der andern Art auf gleiche Weise, wie bey dem Hebel von der ersten Art aufzulösen.

2. Anmerckung.

§. 75. Damit die Berechnung der Hebel Anfängern deutlicher werde, so will solche bey einigen zusammengesetzten Hebeln erklären. Es ist Fig. 17. Tab. II. ein zusammengesetzter Hebel, und zwar CE ein Hebel von der andern, und FH ein Hebel von der ersten Art. Hänget in D, nemlich in der Mitten des Hebels EC, eine Last von 12. Pfund; da nun in C der Ruhe-Punct, so braucht ihr in E eine Krafft von 6. Pfund die Last A waagerecht zu halten, wenn nicht nöthig auf die Schwere des Hebels zu sehen. Dieses aber ist nicht nöthig, wenn der Hebel durchaus gleichdichte aus einerley Materie bestehet, und also geleget wird, daß er sich selbst die Waage zu halten vermögend (§. 74. 71.). Es ist also in F eine Last von 6. Pfunden; da nun FG = GH, und G der Ruhe-Punct, so muß auch in H eine Krafft von 6. Pfunden gehänget werden, wenn sie die Last A in D waagerecht erhalten soll. Tab. II. Fig. 17.

Die Erklärung [illegible] Hebel [illegible] Hebel [illegible] andern §. 3. Aus-

3. Anmerckung.

Tab. II. Fig. 18. §. 76. In Fig. 18. Tab. II. sind vier Hebel zusammengesetzet, unter welchen AB und MK Hebel von der ersten Art, FD und IG gleicharmige Hebel von der andern Art. Hängen demnach in E eine Last von 12. Pfunden, so werdet ihr wie zuvor durch die Rechnung finden können, daß in M eine Krafft von 3. Pfunden zu hängen, wenn sie die gegebene Last in E waagerecht erhalten soll.

Lehr-Satz.

§. 77. Wenn die Krafft durch Hülffe des Hebels die Last in die Höhe hebet, so verhält sich der Raum, den die Krafft durchläufft, zu dem Raum, durch welchen die Last beweget worden, wie die Last zur todten Krafft, das ist, zur Krafft, welche die Last durch den Hebel waagerecht zu halten vermögend ist.

Beweiß.

Tab. II. Fig. 19. Es hebe die Krafft in L die Last in H durch den Raum HN, so beschreibet die Krafft den Raum LM. Folglich verhält sich der Raum, welchen die Last beschreibet, zu dem Raum, welchen die Krafft beschreibet, wie der Bogen HN zu LM. Indem nun der Bogen HN so viele Grade hat als der Bogen LM (§. 108. 117. Geom.), so verhält sich HN zu LM = NO : MR (§. 181. 183. Geom.), und NO verhält sich zu MR = HI zu LI (§. 212. Geom.). Da sich nun HI zu LI verhält, wie die todte Krafft zur Last (§. 63.), so muß sich auch der Raum, welchen die Last beschreibet, zu dem Raum, welchen die Krafft beschreibet, wie die todte Krafft zur Last verhalten. W. D. E.

Tab. II. Fig. 20. Auf gleiche Art kan dieser Lehr-Satz von dem Hebel der andern Art erwiesen werden, wenn in H die Last, und in L die Krafft, welche durch die Bewegung die Räume NH und ML beschrieben. W. D. A.

1. Zusatz.

§. 78. Wird eine Last durch Hülffe eines Hebels von der Krafft beweget, so bestätiget zugleich der Beweiß, womit der vorige Lehr-Satz ist befestiget worden, daß sich die Höhe NO, wodurch sich die Last beweget, zu der Höhe MR, in welcher die Krafft herunter steiget, verhalte, wie die todte Krafft zur Last.

2. Zusatz.

§. 79. Und hieraus erhellet, daß so viel Krafft erfordert wird, 3. Pfund durch 1. Schuh, als 1. Pfund durch 3. Schuh in gleicher Zeit zu bewegen.

Anmerckung

§. 80. Dieser Satz kan auch auf folgende Art erwiesen werden. Wenn sich ein Körper gleichförmig beweget, so ist die Grösse seiner bewegenden Krafft gleich dem Facto aus der Schwere des Körpers in die Geschwindigkeit, womit sich der Körper beweget (§. 48. Dyn. und §. 13.). Die Krafft, welche einen Körper in Bewegung setzen soll, muß der Würckung gleich seyn (§. 34. Dyn.), folglich muß auch die Krafft, welche einen Körper in Bewegung setzen soll, gleich seyn dem Facto aus der Schwere des zubewegenden Körpers in die Geschwindigkeit der zu erfolgenden Bewegung. Wenn sich zwey Dinge in gleicher Zeit bewegen, so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten zu einander, wie die Räume, welche sie durch ihre Bewegung beschreiben (§. 18. Dyn.). Folglich kan man die Verhältniß der bewegenden Kräffte zweyer Körper, welche sich in gleicher Zeit beweget, durch die Verhältniß ihrer Schwere zu den beschriebenen Räumen bestimmen. Wenn sich demnach ein Körper, der 3. Pfund schwer, in der Zeit durch einen Raum, der 1. Schuh groß, in welcher sich ein Körper, der 1. Pfund schwer, durch einen Raum von 3. Schuh beweget, so müssen die bewegenden Kräffte dieser Körper gleich seyn.

3. Zusatz.

§. 81. Wenn sich zwey Körper in gleicher Zeit gleichförmig bewegen, so verhalten sich ihre Geschwin-

ſchwindigkeiten, wie die Räume, welche die Körper durch ihre Bewegung beſchreiben (§. 18. Dyn.). Wird eine Laſt durch Hülffe eines Hebels von einer Krafft gehoben, ſo verhält ſich der Raum, den die Krafft durchläufft, zu dem Raum, durch welchen die Laſt beweget worden, wie die Laſt zur todten Krafft (§. 77.). Folglich verhält ſich auch die Geſchwindigkeit, mit welcher ſich die Krafft beweget, zu der Geſchwindigkeit, mit welcher die Laſt beweget wird, wie die Laſt zu der todten Krafft.

Anmerckung.

§. 82. Wenn ihr dieſes überleget, ſo werdet ihr leicht begreiffen können, wie durch ungleicharmige Hebel die Geſchwindigkeit in der Bewegung zu vermehren und zu vermindern.

Erklärung.

§. 83. In ſo weit ſtehet ein Körper horizontal, in wieweit er mit der Horizontal-Linie parallel iſt. Ein Inſtrument, wodurch man es erſehen kan, ob ein Körper horizontal ſtehet, heiſt eine Waage.

Erklärung.

§. 84. Den Unterſcheid in den Entfernungen verſchiedener Oerter von der wahren Horizontal-Linie ſuchen, heiſt nivelliren oder Waſſerwägen.

Zuſatz.

§. 85. Wir finden den Unterſcheid in den Entfernungen verſchiedener Oerter von einer angenommenen Linie, wenn wir den Unterſcheid dieſer Entfernungen von einer andern Linie, welche mit jener parallel läufft, ſuchen (§. 94. A. M. §. 22. Geom.). Wollet ihr demnach eine Gegend abwägen, ſo ſuchet

1) eine Linie, welche mit der unſichtbaren Horizontal-Linie parallel gehet.

2) ſuchet den Unterſcheid in den Entfernungen der gegebenen Oerter von der gezogenen Parallel-Linie.

Er-

Erklärung.

§. 86. Das Instrument, durch dessen Hülffe eine Parallel-Linie mit der unsichtbahren Horizontal-Linie zu finden, wird eine Wasser-Wage genennet. Andere nennen es eine Horizontal-Waage, eine Setz-Waage, eine Bley-Waage.

Aufgabe.

§. 87. Eine Wasser-Waage zu verfertigen.

Auflösung.

Tab. II. Fig. 21.

1) Lasset einen Stab AB auf beyden Seiten gerade abstossen.

2) An diesem Stabe befestiget rechtwincklicht eine Fläche z. E. ECF, und theilet diese durch eine Linie CG in zwey gleiche Theile.

3) In C befestiget einen Faden, an welchem in D eine Bley-Kugel gehänget, welche mit ihrer Schwere den Faden gerade ziehet. Wenn dieses Instrument also gesetzet wird, daß der Faden CD auf die Linie CG fällt, so gehet AB mit der Horizontal-Linie parallel. Folglich ist das Instrument ACB eine Wasser-Waage (§. 86.).

Beweiß.

Die Kugel D drücket mit ihrer Schwere, und also gehet die Linie CD auf der scheinbaren Horizontal-Linie perpendicular (§. 23.). Fällt die Linie CD auf CG, so ist auch in G ein rechter Winckel. Da nun AB eine gerade Linie; so hat unter diesen Bestimmungen AB eine solche Lage zu der scheinbaren Horizontal-Linie, daß alle gerade Linien, welche auf der scheinbahren Horizontal-Linie rechte Winckel machen, auch auf AB perpendicular stehen. Folglich gehet die Linie AB mit der scheinbaren Horizontal-Linie parallel (§. 144. Geom.). Die scheinbare Horizontal-Linie kan für die wahre substituiret werden (§. 22.). Und also muß man es

ge-

gestehen, daß die Linie AB auch mit der wahren Horizontal-Linie parallel gehet. Welches hinreichend bestätiget, daß das angegebene Instrument eine Wasser-Waage (§. 86.). W. Z. E. W.

1. Anmerckung.

§. 88. Uberleget das wesentliche des beschriebenen Instruments, so werdet ihr leicht beurtheilen können, daß dieses in Ansehung der Figur auf verschiedene Art zu verändern. Siehe Sturms Anweisung zu dem Nivellir- und Leupolds Tractat von neuen Wasser- und Horizontal-Waagen.

2. Anmerckung.

§. 89. Wie durch Hülffe eines solchen Instruments gantze Gegenden abzuwägen, solches ist aus dem §. 85. unmittelbar zu begreiffen. In den Fürlesungen will ich alle Hand-Griffe zeigen. Mit mehrerem ist hievon zu lesen Sturm in der angeführten Anweisung zu dem Nivelliren, und Leupold, im *Theatro Statico Part. IV.* §. 5. ff.

Erklärung.

§. 90. Wenn zwey Körper einen Hebel waagerecht erhalten, so sind ihre Schweren in einer verkehrten Verhältniß der Entfernungen von dem Ruhe-Punct, wenn nemlich die Würckung von der Schwere des Hebels besonders ist bestimmet worden (§. 64. 69.). Es kan demnach durch Hülffe der Hebel eine Waage verfertiget werden, durch welche das Verhalten der Schweren verschiedener Körper zu bestimmen (§. 83.). Diese wollen wir, um solche von andern Waagen zu unterscheiden, eine mechanische Waage nennen.

Erklärung.

§. 91. Mechanische Waagen werden entweder aus einem Hebel von der ersten, oder aus einem Hebel von der andern Art verfertiget (§. 63. 80.). Die ersten sind die gewöhnlichsten. Hebel von der ersten Art sind entweder gleicharmige oder ungleicharmige Hebel (§. 45.). Hieraus entstehen zwey

Art-

Arten von mechanischen Waagen. Wird eine Waage aus einem gleicharmigen Hebel von der ersten Art verfertiget, so heist sie eine Kramer-Waage, und wenn sie aus einem ungleicharmigen Hebel von der ersten Art verfertiget worden, eine Schnell-Waage.

Erklärung.

§. 92. Der Hebel, aus welchem die mechanische Waage verfertiget, heist der Waage-Balcken. Die Stange, welche auf dem Waage-Balcken in dem Ruhe-Punct perpendiculär gesetzet wird, damit man aus dessen Neigung erkennen könne, ob der Balcken horizontal oder nicht, wird die Zunge genennet.

1. Zusatz.

§. 93. Aus den Erklärungen von mechanischen Waagen, sind folgende Sätze, aus welchen die Vollkommenheit einer solchen Waage zu beurtheilen, unmittelbahr zu begreiffen.

1) Die Stärcke des Waage-Balckens ist nach Proportion der Last, dessen Schwere durch die Waage soll erfunden werden, zu bestimmen.

2. Zusatz.

§. 94. 2). Der Waage-Balcken muß sich nach Proportion der Schwere, die daran gehänget, neigen (§. 90.). Es ist demnach eine mechanische Waage unvollkommen, wenn der Ruhe-Punct und der Mittel-Punct der Schwere in einer Linie (§. 36.). Dieß ist der Grund von dem Gegengewichte der Zunge.

3. Zusatz.

§. 95. 3) Der Waage-Balcken muß sich sogleich neigen, so bald an dessen einem Ende eine Last angehänget worden (§. 90.). Wenn die Waage diese Eigenschafft hat, so wird gesaget, daß sie schnell; fehlet aber diese Eigenschafft, so heist sie eine faule Waage. Hier-

aus erhellet, daß eine mechaniſche Waage unvollkommen, wenn der Ruhe-Punct oder die Unterlage zu groß (§. 29.).

4. Zuſatz.

§. 96. 4) Die Zunge muß den Ausſchlag des Waage-Balckens auf das genaueſte zeigen (§. 92.) Woraus erhellet, daß lange Zungen eine mechaniſche Waage vollkommener machen als kurtze (§. 19. Dyn.).

5. Zuſatz.

§. 97. 5) Die Zunge muß unter dem Waage-Balcken ein Gegen-Gewicht haben (§. 94. 27.). Damit nun durch die Schwere dieſes Gegen-Gewichtes die Waage nicht beläſtiget werde, ſo muß die Zunge nicht zu ſtarck ſeyn.

6. Zuſatz.

§. 98. 6) Der Waage-Balcken muß ſich ſelbſt horizontal halten, oder man muß zuvor, ehe man die Waage brauchet, die Verhältniß von der Schwere beyder Theile des Balckens beſtimmen (§. 90.).

7. Zuſatz.

§. 99. 7) Wenn die mechaniſche Waage eine Kramer Waage, ſo müſſen zwey gleichſchwere Gewichte den Balcken horizontal halten (§. 90. 91.).

Anmerckung.

§. 100. Nach dieſen Regeln können wir alles, was bey Verfertigung einer mechaniſchen Waage zu beobachten, beurtheilen, welches umſtändlich beſchrieben worden von Leupold im Theatro Machinarum generali cap. 2 und im Theatro Statico Part. I. cap. 2-4. Was ich bisher von dieſen Waagen ausgeführet, das iſt zu meiner gegenwärtigen Abſicht hinreichend.

Das 3. Capitel.

Von den Rädern.

Lehr-Satz.

§. 101.

Wenn bey einem Rade an einer Axe ein Körper an der Welle und der andere an der Peripherie des Rades angehänget wird, welche sich in Ansehung ihrer Schwere umgekehrt verhalten, wie ihre Entfernungen von dem Mittel-Puncte des Rades, so halten diese Körper einander die Waage.

Beweiß.

Es sey C der Mittel-Punct des Rades. In L hänget den Körper A, so ist seine Entfernung CL, und in F hänget den Körper H, so ist dessen Entfernung CP (§. 47.). Es sey CL:CP = 1:3, und die Schwere des Körpers H zur Schwere des Körpers A = 1:3. So stehen die Schweren oder Massen dieser Körper in einer verkehrten Verhältniß der Entfernungen von dem Mittel-Puncte des Rades (§. 40. A. M.). Da sich nun ferner die Geschwindigkeit des Körpers F zur Geschwindigkeit des Körpers A verhält, wie CP zu CL (§. 7.); so verhält sich auch die Masse des Körpers A zur Masse des Körpers H wie die Geschwindigkeit von H zur Geschwindigkeit von A (§. 40. A. M.), und also ist das Factum aus der Masse des Körpers A in seine Geschwindigkeit gleich dem Facto aus der Masse des Körpers H in seine Geschwindigkeit (§. 130. A. M.). Dieses bestätiget, daß diese Körper gleichstarck drücken (§. 63. Dyn.), folglich einander die Waage halten (34. Dyn.). W. Z. E. W.

Tab. I. Mech. Fig. 7.

1. Zusatz.

§. 102. Je gröſſer demnach die Entfernung des Körpers H von dem Mittel-Puncte des Rades, deſto gröſſer iſt ſein Vermögen. Und alſo iſt es klar, daß dieſer Körper bey dem Rade alsdenn das gröſte Vermögen hat, wenn er in B angehänget worden, das iſt, wenn ſeine Directions-Linie mit dem Radio des Rades einen rechten Winckel macht (§. 47.).

2. Zusatz.

§. 103. Wollt ihr das Vermögen der Krafft in der Peripherie des Rades beſtimmen, ſo ſuchet ihre Entfernung von dem Mittel-Punct des Rades. Wollt ihr dieſe beſtimmen, ſo ſuchet

1) Den Radium des Rades CF.

2) Den Winckel F in welchem die Krafft appliciret.

3) Weil bey P ein rechter Winckel (§. 23.), ſo ſchlieſſet nach den Regeln der Trigonometrie (§. 4. Trigon.), der Sinus des Winckels P verhält ſich zur Linie CF, wie der Sinus des Winckels F zur Linie CP, das iſt, zu der Entfernung der Krafft.

Anmerckung.

§. 104. Ueberleget den Beweiß, womit der Lehr-Satz im §. 101. befeſtiget, ſo werdet ihr geſtehen, daß der Grund von dieſem mit dem Grund von dem mechaniſchen Fundamental-Geſetze, ſo von dem Hebel §. 63. erwieſen, einerley. Es können demnach alle Aufgaben von dem Hebel auf die Lehre von den Rädern appliciret werden. Welches dem Nachdencken meiner Zuhörer zur Uebung überlaſſe.

Lehr-Satz.

§. 105. Wenn durch Hülffe eines Rades an der Axe eine Krafft, welche an der Peripherie des Rades appliciret, die Laſt, ſo an die Welle gehänget worden, beweget, ſo verhält ſich der Raum der Krafft, zu dem Raum der Laſt, wie die Laſt zu der todten

todten Krafft, welche die Laſt durch Hülffe des Rades waagerecht zu halten vermögend iſt.

Beweiß.

Wenn das Rad, ſo an der Welle befeſtiget, einmahl herum gedrehet wird, ſo gehet auch die Welle einmahl herum (§. 46.). Folglich iſt der Raum, welchen die Laſt beſchreibet, die Peripherie von der Welle, und der Raum, welchen die Krafft beſchreibet, die Peripherie von dem Rade. Und alſo verhält ſich der Raum von der Laſt zu dem Raum von der Krafft wie die Peripherie der Welle zu der Peripherie des Rades. Nun aber verhältſich die Peripherie von der Welle zu der Peripherie vom Rade wie CL zu CB (§. 280. Geom.), und CL verhält ſich zu CB wie die todte Kraft zur Laſt (§. 101.). Folglich verhält ſich der Raum der Laſt zu dem Raum der Krafft wie die todte Krafft zur Laſt (§. 40. A. M.). W. Z. E. W. Tab. I. Mech. Fig. 7.

Aufgabe.

§. 106. Es wird ein Räder-Werck, das iſt eine Verknüpfung vieler Räder gegeben, ihr ſollt finden, wie offt das kleine Rad herum lauffen könne, ehe das groſſe einmahl herum gehet.

Auflöſung.

Suchet, wie vielmahl die Peripherie des kleinen Rades in der Peripherie des groſſen Rades enthalten, das iſt, dividiret die Anzahl der Kämme oder Zähne in der Peripherie des groſſen Rades durch die Anzahl der Kämme oder Zähne in der Peripherie des kleinen Rades, der Quotient iſt die verlangte Zahl.

Beweiß.

Es verhält ſich bey dem Räder-Werck die Laſt zur Krafft, wie der Raum der Krafft zu dem Raum

der Last (§. 105.). Die Last verhält sich zur Krafft, wie die Geschwindigkeit der Krafft zu der Geschwindigkeit der Last (§. 81. 104.). Folglich verhält sich die Geschwindigkeit der Krafft zur Geschwindigkeit der Last, wie der Raum der Krafft zu dem Raum der Last (§. 40. A. M.). Nun könnet ihr annehmen, als wenn das kleine Rad, so getrieben wird, die Last, und das grosse Rad, welches das kleine treibet, die Krafft. Folglich verhält sich die Geschwindigkeit des kleinen Rades zu der Geschwindigkeit des grossen, wie der Raum, durch welchen das kleine Rad beweget wird, zu dem Raum, durch welchen das grosse Rad beweget wird. Indem nun der Nahme dieser Verhältniß entstehet, wenn man die Peripherie des grossen Rades durch die Peripherie des kleinen Rades dividiret, so ist es klar, daß dieser Quotient bestimme, wie vielmahl das kleine Rad herum lauffen müsse, wenn das grosse Rad einmahl herumgehet. W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 107. Es wird bestimmet, wie vielmahl das eine Rad herum lauffen soll, ehe das andere einmahl herumgehet, ihr sollt die Zahl der Räder, welche mit einander zu verknüpffen, die Zahl der Kämme, welche in der Peripherie eines jeden Rades zu setzen, und die Zahl der Trillings-Stöcke, welche in einem jedem Getriebe zu setzen, finden.

Auflösung.

1) Zerfället die Zahl von der verlangten Geschwindigkeit z. E. 64. in ihre Factores z. E. 8. und 8. oder 16. und 4. Diese zeigen an, wie viele Räder mit einander zu verbinden, und wie viele Getriebe vonnöthen. Z. E. zu gegenwärtiger Absicht werden zwey Räder mit Kämmen und zwey Getriebe mit Trillings-Stöcken erfodert.

2) Su-

2) Suchet die beyden Zahlen, die durch einander dividiret die gefundenen Quotienten hervorbringen. Z. E. im ersten Fall 46:6=8. 32:4=8, und in dem andern Fall 48:3=16, 24:6=4.

3) Der Diuisor ist die Anzahl von den Trillings-Stöcken, und der Diuidendus die Anzahl von den Kämmen, welche einem jedem Rade zu geben. Z. E. in dem ersten Fall bekommt das eine Rad 48. Kämme, und das Getriebe 6. Trillings-Stöcke; das zweyte Rad 32. Kämme, und das Getriebe 4. Trillings-Stöcke. In dem andern Fall bekommt das eine Rad 48. Kämme und das Getriebe 3. Trillings-Stöcke; das zweyte Rad 24. Kämme, und das Getriebe 6. Trillings-Stöcke (§. 106.).

Aufgabe.

§. 108. Es wird eine Last und ein Räder-Werck gegeben, ihr sollt die Krafft suchen, welche durch das gegebene Räder-Werck die Last halten könne.

Auflösung.

1) Zählet die Anzahl der Räder, und messet von einem jedem Rade den Radium von der Welle und den Radium von dem Rade.

2) Suchet, wie viele Krafft erfodert wird, die gegebene Last mit dem einem Rade zu halten (§. 101.).

3) Diese Krafft nehmet an als eine Last, welche das nächstfolgende Rad tragen soll, und suchet zu dieser Last die Krafft (§. 101.).

4) Wenn ihr diese Arbeit durch alle Räder fortsetzet, so werdet ihr endlich die verlangte Krafft finden (§. 8. A. M.).

1. Anmerckung.

§. 109. Tab. II. Fig. 22. Ist ein Räder-Werck, in welchem drey Räder mit einander verknüpffet, ihr solt suchen, wie viele Krafft in L zu appliciren, welche die Last von 100. Pfunden, so Fig. 22. in M gehänget, zu halten vermögend. Tab. II. Mech.

1) Vermöge der ersten Regel suchet in einem jeden Rade die Verhältniß von dem Radio der Welle zu dem Radio des Rades. In dem Rade C ist

$$CD : CE = 1 : 4$$

in dem Rade F ist

$$FG : FH = 1 : 3$$

in dem Rade I ist

$$IK : IL = 1 : 2.$$

2) Nachdem diese Verhältniß gefunden, so suchet, vermöge der zweyten Regel, wie viele Krafft in dem Rade C erfodert wird, die Last in M zu halten, daher sprechet vermöge des §. 101.

$$CE : CD = \text{die Last in M} : \text{Krafft in E}$$

das ist

$$4 : 1 = 100 : 25.$$

3) Diese 25 Pfund nehmet an als eine Last, welche an die Welle des Rades F gehänget, und suchet, wie viel Krafft in H zu appliciren, wenn diese die Last erhalten soll, daher sprechet vermöge des §. 101.

$$HF : GF = \text{die Last in E} : \text{Krafft in H}$$

das ist

$$3 : 1 = 25 : 8\tfrac{1}{3}.$$

4) Diese $8\frac{1}{3}$ Pfund nehmet wiederum an als eine Last, welche an der Welle des Rades I gehänget, und suchet, wie viele Krafft in L zu appliciren, wenn diese die bestimmte Last in H erhalten soll. Daher sprechet wiederum:

$$LI : KI = \text{die Last in H} : \text{Krafft in L}$$

das ist

$$2 : 1 = 8\tfrac{1}{3} : 4\tfrac{1}{6}.$$

Diese $4\frac{1}{6}$ Pfund ist die Grösse von der verlangten Krafft.

2. Anmerckung.

§. 110. Ist die Krafft in L gegeben, und ihr sollt die Last suchen, welche diese Krafft in M zu halten vermögend, so ist aus der vorhergehenden Aufgabe leicht zu begreiffen, daß diese zu finden, wenn ihr

1) die Last suchet, welche die gegebene Krafft mit dem Rade I zu halten vermögend.

Diese Last als eine Krafft annehmet, welche in H appliciret worden, und alsdenn die Last suchet, welche diese Krafft mit dem Rade F zu halten vermögend.

3) Diese Last wiederum als eine Krafft annehmet, welche in E appliciret, und alsdenn die Last, welche diese Krafft in M halten kan, nach dem §. 101. suchet.

Aufgabe.

§. 111. Es wird eine Last und die Krafft gegeben, welche jene durch ein Räder-Werck waagerecht halten soll, ihr sollt so wohl die Anzahl der Räder, als auch die Verhältniß ihrer *Radiorum* gegen die *Radios* ihrer Axen finden.

Auflösung.

1) Suchet wie vielmahl die Krafft in der Last enthalten, z. E. wenn wir zuvor die Last 100. Pfund und die Krafft 4½ Pfund, so ist die Krafft in der Last 24. mahl enthalten.

2) Diesen Quotienten zerfället in seine Factores, z. E. 24=4. 3. 2. so wisset ihr, wie viele Räder in dem verlangten Räder-Werck mit einander zu verknüpffen. Und die Radii von den Axen dieser Räder müssen sich gegen ihre Radios verhalten, wie 1 gegen die bestimmten Factores. Z. E. in dem einem Rade verhält sich der Radius von der Axe zu dem Radio des Rades, wie 1:4, in dem andern, wie 1:3, und in dem dritten, wie 1:2.

Beweiß.

Den Beweiß von der Richtigkeit dieser Auflösung können wir aus dem §. 108. ohne Umschweiffe folgern. Es waren die Verhältnisse, durch deren Hülffe wir jene Aufgabe aufgelöset, Tab. II. Fig. 22.

CE : DC = Last M : Krafft E
HF : FG = Last E : Krafft H
LI : KI = Last H : Krafft L

und also haben wir in der ersten Verhältniß die Krafft zur gegebenen Last: in der zweyten Verhältniß die Krafft, welche die erste Krafft zu halten vermögend: und in der dritten Verhältniß die Krafft, welche die zuvor gefundene Krafft zu halten vermögend, gefunden.

Es werden demnach dieſe Theile der gegebenen Krafft unbeſtimmet gefunden, wenn man die gegebene Laſt durch die gegebene Krafft dividiret. Hieraus erhellet ferner, daß man dieſen gefundenen Quotienten anſehen könne als ein Factum, welches entſtanden, indem man die Quotienten, durch welche die Wirckungen in dem Räder-Werck ausgedrücket werden, in einander multipliciret (§. 106.). Wann ihr demnach dieſes Factum in ſeine Factores zerſtreuet, ſo zeigen dieſe Factores die Vielheit der Räder, welche in dem verlangten Räder-Werck mit einander zu verknüpffen (§. 107.). Dieſe Factores ſind Quotienten, welche entſtanden, indem man die Peripherie der Räder durch die Peripherie der Wellen oder die Radios der Räder durch die Radios der Wellen dividiret (§. 107.), wenn ihr demnach die Zahlen ſuchet, welche durch einander dividiret jene Quotienten hervorbringen, ſo ſind die Diviſores Radii von den Wellen, und die Diuidendi Radii von den Rädern, welche an den Wellen befeſtiget. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 112. Die Krafft, welche durch Hülffe einer Rolle die Laſt waagerecht erhält, iſt, wenn ſo wohl ihre als auch die Directions-Linie der Laſt mit dem *Radio* der Rolle einen rechten Winckel mache, der Laſt gleich, wenn es eine obere Rolle, und die Helffte von der Laſt, wenn es eine untere Rolle.

Beweiß.

Tab. I. Mech. Fig. 8. Hänget an der obern Rolle C (§. 52.) zwey Körper A und B, welche in Anſehung ihrer Schwere einander gleich, alſo, daß ihre Directions-Linien EA und GB mit dem Diameter der Rolle EG rechte Winckel machen. So verhalten ſich ihre Geſchwin-

digk-

digkeiten wie EC zu CG (§. 7. 43.). Da nun EC = CG (§. 53.), so sind die Geschwindigkeiten der beyden Körper A und B einander gleich. Es ist also klar, daß diese Körper gleich starck drücken (§. 63. Dyn.), und folglich einander die Waage halten (§. 34. Dyn.). W. D. E.

Es werden bey der untern Rolle C (§. 52.) die Last P und eine Krafft V, welche die Helffte von der Last, wie zuvor, rechtwincklicht applicirt: so ist wie zuvor klar, daß sich die Geschwindigkeit von V zur Geschwindigkeit von P verhalte, wie AB : CB. Da nun CB = ½ AB (§. 54.), so verhält sich die Schwere der Krafft V zur Schwere der Last P, wie die Geschwindigkeit von P zur Geschwindigkeit von V (§. 41. A. M.). Und also ist das Factum aus der Masse des Körpers V in seine Geschwindigkeit, gleich dem Facto aus der Masse des Körpers P in seine Geschwindigkeit (§. 130. A. M.). Und also ist es klar, daß diese Körper gleich starck drücken (§. 63. Dyn.), folglich einander die Waage halten (§. 34. Dyn.). W. D. A. Tab. II. Mech. Fig. 12.

Lehr-Satz.

§. 113. Die Krafft, welche durch Hülffe eines Flaschenzuges, wenn dieser also betrachtet wird, wie er nach seinem Begriff zubetrachten, eine gegebene Last halten soll, muß so groß seyn, als der Quotient ist, der entstehet, wenn man die Last so vielmal durch zwey dividiret, als die Anzahl der untern Rollen eins faßet. Tab. II. Mech. Fig. 13.

Beweiß.

Die Krafft, welche die Last halten soll, muß der Last gleich seyn (§. 34.). Ist demnach die Last P gleich 16. Pfund, so muß die Krafft in V mit 16. Pfund drücken. Da nun die untern, nicht aber die oberen Rollen

Rollen die Krafft vermehren (§. 112.), so muß man, wenn man die Schwere der in V zu applicirenden Krafft bestimmen will, untersuchen, wie viel die Krafft durch die untern Rollen könne vermehret werden. Da nun eine, jeder von den untern Rollen nur die Hülffe von der Last, die sie tragen soll, zur todten Krafft erfodert (§. 112.), so ist es klar, daß die Krafft, welche eine Last durch Hülffe eines Flaschen-Zuges halten soll, der Quotient sey, welcher entstehet, wenn man die Last so vielmal durch zwey dividiret, als die Anzahl der unteren Rollen eins fasset.

Anmerckung.

§. 114. Es sey die Last P = 16. Pfund. Die Anzahl der untern Rollen = 2, so findet man durch folgende Rechnung 16 : 2 = 8. 8 : 2 = 4 daß die Krafft = 4. Es sey die Last P 16. Pfund, die Anzahl der untern Rollen = 3. so findet man die Krafft durch folgende Rechnung 16 : 2 = 8. 8 : 2 = 4 4 : 2 = 2 und so ferner.

Erfahrung.

§. 115. Der Bau des Flaschen-Zuges macht es, daß die Anwendung dieser Regel, die vollständig bewiesen ist in verschiedenen Fällen nicht diejenige Krafft darstellet, die der Erfahrung gemäß ist. Bald hat man mehrere obere als untere Rollen. Dieß verläßt den einfachen Begriff von einem Flaschen-Zuge die überflüßige Rolle vermehret die Entfernung, und diese Vermehrung läst sich aus dem einfachen Begriff von einem Flaschen-Zuge nicht schliessen. Bald lauffen die Seile nicht völlig parallel, da doch dieß ein Haupt-Grund in der vestgesetzten Theorie ist (§. 112.). Dieß giebt Bewegungs-Gründe durch Versuche eine Regel vestzusetzen, wornach im vorkommendem Falle die Rechnung zu bilden. Sie ist diese: In einem Flaschen-Zuge verhält sich die todte Krafft zu der Last, wie 1 zu der Zahle der Seilen die von der Last gezogen werden.

An-

Anmerckung.

§. 116. Viele wollen diesen Satz aus Gründen beweisen. Der Haupt-Grund ist die Vertheilung der Krafft durch die Stricke. Wenn dieß, so müste die Anzahl der Stricke die Vermehrung der Krafft allein würcken, und daher wären die Rollen nur neben Dinge. Dieß ist nicht möglich. Darum habe ich diesen Satz nur als einen solchen angenommen, den die Erfahrung unterstützet.

1. Zusatz.

§. 117. Die todte Krafft: Last = 1: Zahl der Seilen die von der Last gezogen werden (§. 115.). Folglich wird die Last gefunden, wenn man die Krafft durch die Zahl der Seilen multipliciret (109. A. M.), die in dem Falle wenn die Anzahl der obern Rollen gleich der Anzahl der untern Rollen, so groß ist als die Anzahl der untern Rollen zweymal genommen.

2. Zusatz.

§. 118. Dividiret die Last durch die todte Krafft so habt ihr die Anzahl der Seilen, die von der Last gezogen werden (§. 117.). Die Helffte von dieser ist die Anzahl der untern Rollen (§. 55.).

Lehr-Satz.

§. 119. Wird eine Last durch einen Flaschen-Zug beweget, so verhält sich der Raum, den die Krafft beschreibet, zu dem Raum, welchen die Last beschreibet, wie die Last zur todten Krafft.

Beweiß.

Es werde die Last P um einen Schuh erhöhet, so müssen alle Stricke, die von ihr gedehnet werden, einen Schuh verkürtzet werden. Also muß die Krafft so viele Schuhe herausziehen, als Seile von der Last ausgedehnet werden. Die Anzahl dieser Seilen verhält sich zu eins, wie die Last zur todten Krafft

Tab. II. Mech. Fig. 13.

Krafft (§. 115.). Und also verhält sich auch der Raum der Last zu dem Raum der Krafft, wie die todte Krafft zur Last. W.Z.E.W.

1. Zusatz.

§. 120. Hieraus erhellet ferner, daß sich die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Last bey einem Flaschen-Zuge beweget, zu der Geschwindigkeit, mit welcher die Krafft beweget wird, verhalte, wie die todte Krafft zur Last (§. 18. Dyn.).

2. Zusatz.

§. 121. Will man demnach vermittels eines Flaschen-Zuges eine Bewegung hervorbringen, so muß man denjenigen Körper, der sich am geschwindesten bewegen soll, zur Krafft, und den, der sich am langsamsten bewegen soll, zur Last machen.

Anmerckung.

§. 122. Was von den Flaschen-Zügen ausgeführet, solches wird zugleich hinreichen, das Vermögen von zusammengesetzten Flaschen-Zügen zu berechnen. Wovon zu lesen Leupold in Theatr. Mach. gen. Cap. III.

Das 4. Capitel.

Von den

Schiefliegenden Flächen.

Lehr-Satz.

§. 123.

Gehet die Directions-Linie einer Krafft, welche auf einer schiefliegenden Fläche eine Last erhalten soll, mit der Länge, oder mit der Grund-Linie der Fläche parallel, so verhalten sich ihre Geschwindigkeiten, wie ihre Entfernungen.

Be-

Beweiß.

Verlängert die Entfernung der Last EF nach L, bis EL = ED = der Entfernung der Krafft (§. 58.). Nehmet an, als wenn in L die Krafft und in F die Last, so verhält sich die Geschwindigkeit der Krafft zur Geschwindigkeit der Last, wie LE zu EF (§. 7.). Die Last drücket nach DH (§. 17. 19.). Folglich kan man mit Grund annehmen, daß die Last in F. Die Krafft vermag in D so viel als in L (§. 7.). Da nun die Krafft in D würcket (§. 17.), so muß man unter dieser Bestimmung, daß die Directions-Linie der Krafft mit der Länge der Fläche parallel, gestehen, daß die Geschwindigkeit der Krafft zur Geschwindigkeit der Last, wie die Entfernung der Krafft zur Entfernung der Last. W. D. E. Tab. II. Mech. Fig. 14.

Es gehe die Directions-Linie der Krafft ED mit der Grund-Linie der Fläche AC parallel, so ist die Entfernung der Krafft MR und die Entfernung der Last RQ (§. 17. 25. 43.). Wenn ihr dieses überleget, so werdet ihr wie zuvor beweisen können, daß die Geschwindigkeit der Krafft zur Geschwindigkeit der Last, wie die Entfernung der Krafft MR zur Entfernung der Last RQ. W. D. A. Tab. III. Mech. Fig. 23.

Lehr-Satz.

§. 124. Soll auf einer schiefliegenden Fläche eine Krafft eine Last erhalten, so muß sich die Schwere der Krafft zu der Schwere der Last verhalten, wie die Höhe zu der Länge der Fläche, wenn die Directions-Linie der Krafft mit der Länge der Fläche parallel: und wie die Höhe zu der Grund-Linie der Fläche, wenn die Directions-Linie der Krafft mit der Grund-Linie der Fläche parallel.

Beweiß.

Tab. II. Mech. Fig. 14. Die Schwere der Krafft soll sich zu der Schwere der Last verhalten, wie AB zu BC. Da nun

AB : BC = GH : GC (§. 193. 146. Geom. §. 23. Mech.).

GH : GC = GF : GE (§. 192. 117. Geom.).

GF : GE = EF : ED (§. 150. 192. Geom.);

so ist auch die Schwere der Krafft zur Schwere der Last wie EF : ED (§. 40. A. M.). Es verhält sich ferner EF zu ED, wie die Geschwindigkeit der Last zur Geschwindigkeit der Krafft (§. 123.). Folglich verhält sich die Schwere der Krafft zur Schwere der Last, wie die Geschwindigkeit von der Last zu der Geschwindigkeit von der Krafft (§. 40. A. M.). Hieraus erhellet, daß die Last und Krafft gleich starck drücken (§. 130. A. M. 63. Dyn.) und also die Krafft die Last auf der schiefliegenden Fläche erhalten müsse (§. 34. Dyn.) W. D. E.

Tab. III. Mech. Fig. 23. Die Schwere der Krafft soll sich zu der Schwere der Last verhalten, wie BA zu AC. Da nun

BA : AC = ST : TC (§. 193. 146. Geom. §. 23. Mech.).

ST : TC = SQ : QR (§. 192. 117. Geom.).

SQ : QR = QR : QD (§. 150. 192. Geom.).

und QD = MR (§. 22.);

so erhellet, wie zuvor, daß die Krafft die Last auf der schiefliegenden Fläche erhalten müsse. W. D. A.

1. Zusatz.

Tab. III. Mech. Fig. 24. §. 125. Ein Keil ist aus zwo schiefliegenden Flächen zusammengesetzet (§. 61.). Die Krafft wird also appliciret, daß ihre Directions-Linie mit der Grund-Linie der einen Fläche DC einerley. Folglich verhält sich bey einem Keile die spaltende Krafft zu der Last oder dem Widerstande, den die Sache giebet,

giebet, so zerspaltet werden soll, wie die halbe Breite des Keils DB zu der Länge DC (§. 124.).

2. Zusatz.

§. 126. Je öffter demnach die halbe Breite des Keils in dessen Länge DC enthalten, desto stärcker ist das Vermögen von dem Keil. Woraus erhellet, daß die langen Keile mehr Vermögen haben als die kurtzen, wenn sie von gleicher Breite.

3. Zusatz.

§. 127. Eine Schraube ist eine schiefliegende Fläche, welche um einen Cylinder herumgewunden (§. 59). Da nun bey einer Schraube die Krafft also applicirt wird, daß sie sich mit der Grund-Linie der Fläche parallel beweget, so ist klar, daß sich bey einer Schraube die todte Krafft zu der Last oder dem Widerstande, den sie überwinden soll, verhalten müsse, wie die Weite der Schrauben-Gänge zu der Peripherie der Schraube (§. 124. 69.).

4. Zusatz.

§. 128. Je öffter demnach die Weite der Schrauben-Gänge in der Peripherie der Schraube enthalten, desto gröſſer ist das Vermögen der Schraube. Woraus erhellet, daß eine Schraube mit engen Gängen mehr Vermögen hat, als eine Schraube mit weiten, wenn sie von gleicher Dicke sind.

Aufgabe.

§. 129. Aus der gegebenen Krafft und Last die Eintheilung der Schraube zu finden.

Auflösung.

1) Dividiret die Last durch die Krafft, so ist 1 die Weite der Schrauben-Gänge und der Quotient die Peripherie der Schraube (§. 127. Mech. §. 110. A. M.).

2) Die Weite der Schrauben-Gänge nehmt nach Erfoderung der Umstände in Zollen oder Linien an, und multipliciret damit die Peripherie der Schraube, so habt ihr auch diese in Zollen oder Linien.

3) Zu dieser Peripherie suchet den Diameter (§. 284. Geom.), so habt ihr den Diameter von der Dicke der Schraube, und also die Eintheilung der Schraube gefunden.

Lehr-Satz.

§. 130. Wenn auf einer schiefliegenden Fläche eine Krafft, deren Directions-Linie entweder mit der Länge, oder mit der Grund-Linie der Fläche parallel gehet, eine Last beweget, so verhält sich die Höhe, in welche die Last erhoben worden, zu dem Raum, welchen die Krafft beschrieben, wie die todte Krafft zu der Last.

Beweiß.

Tab. II. Mech. Fig. 14. Es erhebe die Krafft I die Last D bis in G, so ist die Höhe, in welcher die Last erhoben worden, GH, und der Raum, welchen die Krafft beschrieben, GC. Folglich verhält sich die Höhe, in welcher die Last erhoben worden, zu dem Raum, welchen die Krafft beschrieben, wie GH zu GC, das ist, wie die todte Krafft zu der Last (§. 124.). W. D. E.

Tab. III. Mech. Fig. 23. Es erhebe die Krafft die Last bis in S, so ist die Höhe, in welcher die Last erhoben worden, ST und der Raum, welchen

welchen die Krafft beſchrieben, TC. Folglich verhält ſich die Höhe, in welcher die Laſt erhöhet zu dem Raum, welchen die Krafft beſchrieben, wie TS zu TC. Das iſt, wie die todte Krafft zu der Laſt (§. 124.). W. D. A.

Zuſatz.

§. 131. Der letzte Theil dieſes Lehr-Satzes iſt auf den Keil und auf die Schraube zu applicíren (§. 125. 127.).

Erklärung.

§. 132. Wird eine Schraube durch ein Stern-Rad getrieben, ſo wird ſie eine Schraube ohne Ende genennet. Tab. III. Mech. Fig. 25.

1. Zuſatz.

§. 133. Will man das Vermögen von einer Schraube ohne Ende durch die Rechnung beſtimmen, ſo muß man ſo wohl das Vermögen von dem Stern-Rade, als auch das Vermögen von der Schraube A ſuchen (§. 101. ſ. 127.).

2. Zuſatz.

§. 134. Wenn die Schraube ohne Ende einmahl herumgedrehet wird; ſo windet ſich in dem Stern-Rade ein Kamm aus. Folglich iſt die Bewegung des Rades ſehr langſam, und es iſt nur nöthig, daß das Gewinde um eine Welle dreymal lauffe, wenn eine Schraube ohne Ende ſoll verfertiget werden. Siehe Leupold in Theat. mach. gen. Cap. VIII.

Der 3. Abſchnitt.
Von der
Zuſammenſetzung der mechaniſchen Inſtrumenten,
Oder
Von der
Verfertigung der Machinen.

Erklärung.

§. 135.

Durch eine Machine verſtehen wir eine ſolche Zuſammenſetzung mechaniſcher Inſtrumenten, in welcher das eine die Bewegung der übrigen zu beſtimmen vermögend.

Lehr-Satz.

§. 136. Eine jede Machine muß ihre Abſicht haben, und aus dieſer iſt die Zuſammenſetzung der mechaniſchen Inſtrumenten zu beurtheilen (§. 12. ſ. Mechanolog.).

1. Zuſatz.

§. 137. Der Unterſcheid der Machinen iſt aus einem gedoppelten Grunde zu beurtheilen. Einmahl aus der Abſicht in der Bewegung, warum die mechaniſchen Inſtrumenten mit einander verknüpffet. Zweytens aus der Art und Weiſe, wie in dieſer Verknüpfung das eine Inſtrument die Bewegung der übrigen beſtimmen könne, um die gemeinſchafftliche Abſicht zu erhalten (§. 134. 135.).

2. Zuſatz.

§. 138. Die Bewegung wird entweder für ſich, oder in Anſehung deſſen, was ſelbige würcken ſoll, betrachtet. Iſt das erſte, ſo ſoll die Bewegung entweder langſam oder geſchwinde, gleichförmig oder ungleichförmig ſeyn (§. 14. Dyn.). Eine langſame Bewegung kan durch eine Schraube ohne Ende (§. 134.), durch die unteren Rollen in einem Flaſchen-Zug (§. 121.), durch den kurtzen Theil eines Hebels (§. 82.) und ſo weiter erhalten werden.

3. Zuſatz.

§. 139. Eine geſchwinde Bewegung wird durch das Räder-Werck (§. 106.), durch die oberen Rollen in dem Flaſchen-Zug (§. 121.), durch den längſten Theil eines Hebels (§. 82.), durch die Bewegung auf der Länge einer ſchiefliegenden Fläche (§. 130.) und ſo weiter hervorgebracht.

4. Zuſatz.

§. 140. Die Räder würcken in der Peripherie eine ungleichförmige Bewegung (§. 102.). Und ſo weiter.

5. Zuſatz.

§. 141. Betrachtet man die Bewegung in einer Machine in Anſehung deſſen, was ſelbige würcken ſo (ſiehe §. 138.), ſo ſoll dadurch entweder etwas gehoben oder niedergelaſſen, oder getrennet, oder fortgeſtoſſen werden. Das erſte und zweyte kan durch einen Hebel, durch eine Rolle, durch eine Welle an der Axe, durch einen Flaſchen-Zug, durch eine ſchiefliegende Fläche und durch eine Schraube erhalten werden, welches aus dem Begriff von dieſen Inſtrumenten ins mittelbahre zu folgern. Das dritte iſt eine Würckung

von dem Keil, und von der ſchnellen Bewegung eines Räder-Wercks. Daß das vierte durch die Circul-Bewegung und durch das ſchnelle Herunterfallen eines Klotzes zu bewerckſtelligen, ſolches erhellet aus dem §. 7. und 31.

Erklärung.

§. 142. Wollen wir bey einer Machine die Art und Weiſe unterſuchen, wie in der Verknüpffung der Inſtrumenten das eine die Bewegung der übrigen beſtimmen könne, ſo werden wir bald einſehen, daß dieſe Verknüpffung auf eine gedoppelte Art möglich. Es ſind nemlich die Inſtrumenten entweder alſo mit einander verbunden, daß ſie ohne äuſſerliche Urſachen ihre Bewegung unterhalten können, oder es werden zu dieſer Unterhaltung äuſſerliche Urſachen erfodert. Iſt das erſte, ſo will, um meine Gedancken kurtz auszudrücken, die Machine eine lebendige, und iſt das andere, eine todte nennen.

Zuſatz.

§. 143. In einer lebendigen Machine ſind die Inſtrumenten alſo mit einander zu verknüpffen, daß das eine die andern entweder durch den Stoß oder durch den Druck in der Bewegung unterhalten könne. Und in einer todten Machine ſind die Inſtrumenten alſo zu verknüpffen, daß äuſſerliche Kräffte entweder durch den Druck oder durch einen Stoß die Bewegung der Machine zu unterhalten vermögend. Doch hievon will ich in dem folgenden, wenn die Kräffte, wodurch die Machinen in Bewegung zu bringen, beſchreibe, umſtändlicher reden.

Lehr-Satz.

§. 144. In einer Machine müſſen die mechaniſche Inſtrumenten alſo verknüpffet werden, daß die

die Krafft, mit welcher sich die mechanische Krafft beweget, grösser als die Krafft, mit welcher die Last widerstehet.

Beweiß.

Die Krafft, welche in der Machine applicirt wird, soll die Last in Bewegung setzen. Folglich muß die Grösse der Krafft, mit welcher sie sich beweget, stärcker seyn als die Krafft, mit welcher die Last zu widerstehen vermögend (§. 34. Dyn.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 145. Hieraus ist unmittelbahr zu folgern, daß in einer Machine die mechanischen Instrumenten also zu verknüpffen, daß die Verhältniß der Bewegung der Krafft zur Bewegung der Last grösser, als die Verhältniß der widerstehenden Krafft der Last zur todten Krafft.

Erklärung.

§. 146. Durch die *Friction* verstehet man in der Mechanik den Widerstand, welcher von der Fläche, an der sich ein Körper beweget, gemacht wird.

Anmerckung.

§. 147. Wenn ein Körper an der Fläche eines andern Körpers beweget wird, so reibet sich jener an dieser, oder ihre Flächen schleiffen auf einander, oder die erhabenen Theile des einen Körpers stemmen sich an den Theilen des andern, indem sie in dessen Vertieffung fallen, und so weiter. Hieraus klar, daß die Fläche des Körpers, worauf sich ein anderer beweget, der Bewegung dieses Körpers widerstehen müsse. Und dieses beweiset die Würcklichkeit und der Friction.

1. Zuſatz.

§. 148. Soll eine Krafft eine Laſt in Bewegung ſetzen, ſo muß die Krafft ſo groß ſeyn, daß ſie zugleich die Friction heben könne (§. 34. 54 Dyn.).

2. Zuſatz.

§. 149. Je ſtärcker der Körper, der ſich beweget, an der Fläche des Körpers, woran er ſich beweget, drücket, und je mehr die Theile von dieſer Fläche in die Theile von jenem Körper greiffen können, deſto gröſſer iſt die Friction (§. 146). Hieraus iſt unmittelbahr folgender Satz, welchen Leupold in Theatr. machin. Cap. XVI. von der Friction angegeben, zu begreiffen: Je rauher und ungleicher die Flächen, je gröſſer iſt die *Friction*; je gröſſer die Laſt, je ſtärcker die *Friction*. Und alſo auch im Gegentheil, je leichter die Laſt und je glätter die Flächen, je kleiner iſt die *Friction*.

3. Zuſatz.

§. 150. Hieraus erhellet 1) daß kein allgemeiner Satz, die Gröſſe der Friction zu beſtimmen, möglich.

Anmerckung.

§. 151. Amonton will in denen Memoires de l' Academie Royale des Sciences An. 1699. p. 260. ſſ. behaupten, daß ſich in jedem Fall die Gröſſe der Friction zur Laſt verhalte, wie 1. zu 3. Das iſt, wenn man mit einer Machine 300 Pfund heben ſoll, ſo müſſe man ſolche Laſt, wegen der Friction anſehen, als wenn ſie 400 Pfund. Wodurch er dieſen Satz beſtätiget, und warum ſolcher nicht allgemein, ſolches will in den Fürleſungen zeigen. Indeſſen kan mit Nutz geleſen werden,

werden, was Leupold in dem angeführten Ort hievon angeführet.

4. Zusatz.

§. 152. 2) Daß man bey Bestimmung der Grösse von der Friction zu sehen habe auf die Materie der Flächen, auf die Rauhigkeit der Flächen, auf die Figur der Theile, welche die Friction verursachen, und auf die Directions-Linie, wie solche gegen die zu bewegende Fläche geführet wird.

Lehr-Satz.

§. 153. Je härter die Materie der Flächen, je kleiner kan die *Friction* verkleinert werden.

Beweiß.

Die Erfahrung bestätiget, daß eine Materie viel gleter zu arbeiten, je härter solche. Weil nun durch die Glätte die Friction verkleinert wird (§. 148), so ist klar, daß die Friction desto leichter zu verkleinern, je härter die Materie der Flächen. W. Z. E.

Lehr-Satz.

§. 154. Will man die *Friction*, welche rauhe Flächen verursachen, verkleinern, so muß man solche polirten (§. 142).

Anmerckung.

§ 155. Arbeitet die Flächen so glatt, als immer möglich, so werden sie dennoch die Rauhigkeit, die in der Materie ist,

behalten. Die Friction, welche daher entſtehet, kan vermindert werden, wenn man dieſe rauhe Theile mit Baum-Oel oder Fett wohl einſchmieret. Doch iſt zu mercken, daß nicht bey einer jeden Materie einerley Schmiere zu gebrauchen. Denn Holtz auf Holtz, Meſſing auf Meſſing reibet ſich viel ſtärcker, wenn es mit Baum-Oel eingeſchmieret. Dieſes muß die Erfahrung lehren.

Lehr-Satz.

§. 156. Runde Flächen machen keine ſo ſtarcke *Friction*, als ebene.

Beweis.

Sind die Flächen rund, ſo können ihre Theile nicht in ſo vielen Puncten widerſtehen, als wenn ſie eben. Folglich können auch runde Flächen keine ſo ſtarcke Friction verurſachen, als ebene (§. 146.).

Anmerckung.

§. 157. Dieſes iſt die Urſache, warum man unter die Fläche, welche ſich auf einer anderen bewegen ſoll, bewegliche Rollen oder Walzen machet: warum man dem Zapffen, und dem Lager, worin ſich jene beweget, eine runde Figur giebt: warum man den Raum zwiſchen den Zähnen, in welche andere greiffen ſollen, nicht eben, ſondern rund machet, und ſo weiter.

Lehr-Satz.

§. 158. Wenn die Directions-Linie der Krafft mit der Fläche, worauf die Laſt zu bewegen, einen ſpitzen Winckel machet, ſo iſt die *Friction* ſtärcker, als wenn dieſe Directions-Linie mit der beſtimmten Fläche parallel gehet.

Beweiß.

Es ſey die Linie, an welcher das Rad C zu bewegen, DE, und die Directions-Linie der Krafft CB, ſo wird die Krafft das Rad C zugleich nach der Linie DE drücken. Es ſey die Directions-Linie CA, ſo drücket die Krafft das Rad C nicht nach der Linie DE. Folglich iſt in dem erſten Fall mehr Friction als in dem andern (§. 149.). W. Z. E. W. Tab. III. Mech. Fig. 26.

Zuſatz.

§. 159. Es ſey die Linie, an welcher das Rad C zu bewegen, DE, ſo wird die Krafft in der Directions-Linie CA nicht ſo viele Friction zu heben haben, als in der Directions-Linie CB (§. 158.). Tab. III. Mech. Fig. 27.

1. Anmerckung.

§. 160. Hieraus kan vieles, was bey dem Bau eines Wagens zu beobachten, erkläret werden.

2. Anmerckung.

§. 161. Was von der Friction ausgeführet, ſolches iſt zu meiner gegenwärtigen Abſicht hinreichend, wer beſondere Anmerckungen von der Friction zu wiſſen, verlanget, der leſe Leupold in Theatr. mach. gen. Cap. XVI.

Aufgabe.

§. 162. Eine Machine zu verfertigen.

Auflöſung.

1) Zergliedert die Abſicht der verlangten Machine, und erwehlet nach den Geſetzen der Mechanik die Inſtrumenten, durch welche eine ſolche Abſicht zu erhalten.

2) Be-

2) Beſtimmet die Gröſſe der Laſt, die durch die Machine ſoll beweget werden.

3) Beſtimmet die Gröſſe der Krafft, die auſſer der Machine vorhanden, und unterſuchet, um wie viel die Krafft durch die Machine zu vermehren.

4) Dieſe Verhältniß ſey die Regel, wornach die erwehlten Inſtrumenten zu verfertigen, und mit einander zu verknüpffen.

5) Suchet, wo in dieſer Verknüpffung der Inſtrumenten eine Friction, und bemühet euch ſolche zu verkleinern (§. 146. ll.).

6) Alsdenn vermehret die Krafft um ſo viel, daß ſich auch vermögend, den Ueberreſt der Friction zu heben. Welches geſchehen kan, indem man entweder neue äuſſerliche Kräffte hinzubringet, oder noch andere Inſtrumenten mit der verfertigten Machine verknüpffet.

Anmerckung.

§. 163. Zur Deutlichkeit will dieſe Auflöſung, deren Wahrheit die vorhin erklärte Theorie unmittelbahr beſtätiget, mit einem Exempel erläutern. Ihr ſollt Z. E. eine Machine bauen, durch deſſen Hülffe vier Männer eine Laſt von 10. Centner, das iſt 1100 Pfund heben können.

Reg. 1. Erwehlet zu dieſer Abſicht Räder an einer Axe (§. 141.), unter welche auch die Wellen zu zählen, welche mit einer Stange herumgedrehet werden (§. 46.).

Reg. 2. Die Gröſſe der Laſt iſt 1100. Pfund, da nun vier Männer dieſe Laſt heben ſollen, ſo kommt auf jeden Mann 275. Pfund.

Reg. 3. Nehmet an, daß ein jeder Mann 30. Pfund heben könne, ſo habt ihr auſſer der Machine 120. Pfund. Dividiret mit dieſer Krafft die gegebene Laſt 1100 : 120 $= 9\frac{20}{120}$ ſo wiſſet ihr, wie vielmahl die gegebene Krafft durch die Machine zu vermehren. Nehmet für $9\frac{20}{120}$ Theil 10. gantze, theils den Bruch zu vermeiden, theils weil noch einige Krafft nöthig ſeyn wird, die Friction zu heben.

Reg. 4. Weil 4. Männer dieſe Laſt heben ſollen, ſo nehmet zwo Waltzen, wovon eine jede mit zwey Stangen zu bewegen, und gebet einer jeden Stange ihre gehörige Länge, welche bey der 3. Reg. beſtimmet iſt. Nemlich, die Länge einer jeden Stange ſoll ſich zur halben Dicke der Welle verhalten, wie 10. zu 1. (§. 101.). Tab. III. Mech. Fig. 28.

Reg. 5. Wo die Friction, diß iſt aus der Figur leicht zu ſehen, nemlich, wo die Zapffen liegen.

Reg. 6. Wenn ihr die Lager und die Zapffen rund machet (§. 156.), beyde wohl poliret (§. 154.) und alsdenn auf gehörige Art einſchmieret (§. 155.), ſo wird die Friction durch wenige Krafft können gehoben werden. Da nun aus der 3. Reg. leicht zu begreiffen iſt, daß noch einige Krafft übrig ſeyn müſſe, ſo ſuchet dieſen Uberſchuß, ſo wird ſich bald zeigen, ob noch mehrere Krafft von nöthen. Daher ſprechet:

$$10 : 1 = 275 : 27\frac{5}{10} \text{ (§. 101.).}$$

ſo iſt es klar, daß die todte Krafft für einem jedem Mann $27\frac{5}{10}$ Pfund. Folglich behält ein jeder noch $2\frac{1}{2}$ Pfund (Reg. 3.), und alſo alle vier zuſammen 10. Pfund. Suchet, wie viele Laſt ſie mit dieſer Kraft durch Hülffe der gemachten Machine halten können.

$$1 : 10 = 10 : 100.$$

So findet ihr, daß 100. Pfund für die Friction zu rechnen. Ob nun dieſes hinreichend, ſolches muß durch Verſuche ausgemacht werden.

Mehrere Exempel will ich in den Fürleſungen beybringen.

Der

Der 4. Abſchnitt.

Von den Kräfften, wodurch die Machinen zu bewegen, und wie ſolche zu appliciren

Erklärung.

§. 164.

Die Dinge, welche bey Bewegung der Machinen zu gebrauchen, ſollen entweder die Machinen in Bewegung ſetzen, oder ſie ſollen verurſachen, daß die Bewegung einer Machine gleichförmig bleibe. Dieſe will ich an dem Ende dieſes Abſchnittes, jene aber jetzo beſchreiben. Die Dinge, welche eine Machine in Bewegung ſetzen, können die Würckung ihrer Krafft entweder ſelbſt befördern, oder ihre Kräffte müſſen durch andere Dinge würckend gemacht werden. Iſt jenes, ſo werden ſie lebendige, und wenn dieſes, lebloſe Dinge genennet. Lebendige Dinge ſind Menſchen und Thiere. Lebloſe Kräffte ſind das Gewicht oder die Schwere der Körper; die ausdehnenden Kräffte oder die Federn; der Wind, das Feuer und das Waſſer.

Anmerckung.

§. 165. Die Würckung des Windes wird die Aerometrie, die Würckung des Feuers die Pyrobolik, und die Würckung des Waſſers die Hydroſtatik und Hydraulik beſchreiben.

Erfahrung.

§. 166. 1) Die lebendigen Dinge, das iſt, die Menſchen und Thiere können mit einer gedop-

pel

pelten Krafft des Leibes würcken, nemlich mit der Schwere des Leibes, und mit der Krafft, welche dem Leibe vermöge der Zusammensetzung der Theile beyzulegen. 2) Weder ein Mensch noch ein Thier kann eine solche Stellung des Leibes, welche der gewöhnlichen und natürlichen zuwider ist, lange erhalten.

Zusatz.

§. 167. Wenn man diese Erfahrung mit der Absicht der Mechanik verbindet, siehe §. 1. ff. so folget aus der ersten Erfahrung, daß die Machinen, welche durch lebendige Dinge zu bewegen, also zu ordnen, daß die lebendigen Dinge so wohl mit ihrer Schwere, als auch mit der übrigen Krafft des Leibes würcken können. Und aus der zweyten Erfahrung, daß angeführte Machinen also zu bauen, daß die lebendigen Dinge, wenn sie die Machinen in Bewegung setzen sollen, nicht nöthig haben, die gewöhnlichen und natürlichen Stellungen des Leibes zu verändern.

Erfahrung.

§. 168. Die Grösse der Krafft eines Menschen oder Thieres, kann durch allgemeine Sätze nicht bestimmet werden. Doch wird es nicht ohne Nutzen seyn, wenn wir das in zweiffelhafften Fällen annehmen, was insgemein zutrifft, daß nemlich bey Menschen und Thieren die Krafft, welche aus der Zusammensetzung der Theile entstehet, so groß sey, als die Schwere des Leibes.

Zusatz.

§. 169. Wenn demnach der Mensch 1 Centner schwer ist, so kann auch seine übrige Krafft als ein Centner angenommen werden. Und wenn ein

Pferd

Pferd 10. Centner ſchwer iſt, ſo kann man auch die übrige Krafft des Pferdes für 10. Centner annehmen. Und ſo weiter. Siehe Leupold in Theatr. machin. gen. Cap. XVII.

Erklärung.

§. 170. Thiere und Menſchen können durch Ziehen, Treten, Stoſſen, Aufheben, Drucken, Drehen und ſo weiter die Machinen bewegen. In jedem Falle muß ihre Krafft durch beſondere Inſtrumente bey der Machine appliciret werden. Unter dieſen Inſtrumenten iſt fürnemlich die Kurbel zu betrachten. Daher ich die Eigenſchafft einer Kurbel kürtzlich beſchreiben will. Man verſtehet durch eine Kurbel eine Stange, welche, indem ſie herumgedrehet wird, eine Waltze zu bewegen vermögend iſt.

1. Zuſatz.

§. 171. Aus der Abſicht der Kurbel erhellet, daß ihre Figur ſo wohl gerade, als auch krumm ſeyn könne. Z. E. Tab. III. Mech. Fig. 29. iſt eine gerade, und Fig. 30. eine krumme Kurbel.

2. Zuſatz.

§. 172. Eine Kurbel iſt ein Rad (§. 46.), und alſo iſt es klar, 1) daß durch eine Kurbel die Krafft könne vermehret werden, welche Vermehrung durch Hülffe des §. 101. zu beſtimmen.

2) Daß das Vermögen der Krafft, indem ſie die Kurbel herumdrehet, bald ab- bald zunimmt, welches durch Hülffe des §. 102. f. zu berechnen.

3. Zuſatz.

§. 173. Es iſt demnach die Bewegung durch eine Kurbel eine ungleichförmige Bewegung (§. 14. Dyn.). Vid. Leupold. Theat. machi. hydr.

Erklärung.

§. 174. Weil ſich die Körper rechtwinckliche gegen die Erde bewegen, wenn kein hinreichender

Wi-

Widerstand gesetzet werden; (§. 10. Mech. §. 55. Dyn.); so kan auch dadurch eine Machine in Bewegung gesetzet werden, daß man an derselben einen schweren Körper hänget, dessen Druck gegen die Erde stärcker, als der Widerstand, welchen die Machine zu setzen vermögend ist. Wenn dieses, so wird gesaget, daß die Machine durch ein Gewichte beweget werde.

1. Zusatz.

§. 175. Soll eine Machine durch ein Gewicht beweget werden, so muß man das Gewicht mit einer Kette oder einem Seile also an die Machine befestigen, daß dasselbige herunter steigen, und durch diese Bewegung die Machine treiben könne. Dieses Steigen kann durch eine unter Rolle langsam gemacht werden (§. 54.)

Anmerckung.

§. 176. Dieses ist die Ursache, warum man das Seil um eine Waltze windet, welche also befestiget, daß sie, indem sie sich herumdrehet, die gantze Machine bewegen könne. Z. E. das Gewicht E wird mit dem Seile an der Waltze CD befestiget, wenn nun das Gewicht E mit seiner Schwere herunter steiget, so ziehet es die Waltze CD herum, an dieser ist ein Stern-Rad BA befestiget, wenn nun dieses in ein Getriebe greiffet, so kan dadurch eine gantze Machine beweget werden. Mehrere Arten das Gewicht an der Machine zu befestigen, sind von Leupold in Theat. machin. gen. Cap. XXI. umständlich beschrieben worden. Tab. III. Mech. Fig. 31.

2. Zusatz.

§. 177. Wenn das Seil auf der Welle doppelt über einander gewunden, so ist die Peripherie der Welle in dem ersten Gange gröſſer, als in dem zweyten. Folglich ist auch das Vermögen der Krafft in dem ersten Gange gröſſer, als in dem zweyten (§. 102.), und also wird die Bewegung ungleichförmig. Soll demnach eine Machine durch ein Gewicht gleichförmig beweget werden, so muß die Welle so groß seyn, daß das Seil nicht doppelt über einander zu liegen kömme.

Erklärung.

Vis elastica. §. 178. Die Bemühung der Körper sich wieder auszudehnen, nachdem sie sind zusammengedrücket worden, heist die ausdehnende Krafft.

1. Zusatz.

§. 179. Je stärcker die Krafft, welche einen Körper, der sich wieder ausdehnen kan, zusammen drücket, und je schneller sich ein solcher Körper wieder ausdehnet, desto grösser ist dessen ausdehnende Krafft.

2. Zusatz.

§. 180. Wenn ein solcher Körper dick oder breit, so wird mehr Krafft erfodert, denselben zusammenzudrücken, als wenn er dünn oder schmal (§. 54. Dyn.). Folglich hat ein Körper von dieser Art mehr ausdehnende Krafft, wenner dick oder breit, als wenn er dünn oder schmal (§. 179.). Dicke Körper, welche mit ihrer ausdehnenden Krafft würcken sollen, sind nicht wohl zu verarbeiten. Will man demnach eine starcke ausdehnende Krafft haben, so muß man diese Körper desto breiter machen.

Erfahrung.

§. 181. Ob zwar verschiedene harte Körper, nachdem sie sind zusammen gedrücket worden, eine ausdehnende Krafft haben, so behält doch Fischbein und Stahl, wenn beydes wohl ist verarbeitet worden, den Vorzug.

Erklärung.

§. 182. Ein Instrument, welches durch seine ausdehnende Krafft vermögend ist, einer Machine die Bewegung zu geben, heist in der Mechanik eine Feder.

1. Zusatz.

§. 183. Die beste Materie, woraus Federn zu verfertigen, ist Fischbein und Stahl (§. 181.).

2. Zu-

2 Zusatz.

§. 184. Das wesentliche, was bey Verfertigung der Federn zu mercken, ist,

1) Daß sie dick, aber doch breiter als dick seyn müssen (§. 180.).

2) Daß sie also zusammengedrücket werden, daß sie mit ihrer ausdehnenden Krafft stossen, aber doch solche nicht verliehren können (§. 178.).

3) Daß die zusammendrückende Krafft allezeit gleich starck bleibe, wenn die Feder unter einerley Umständen gleichförmig würcken soll (§. 179.). Siehe Leupold in Theatr. mach. gen. Cap. XXII.

Anmerckung.

§. 185. Die Federn, welche bey den Uhren gebraucht werden, können dieses völlig erläutern.

Erklärung.

§. 186. Die zweyte Absicht von den Kräfften, welche §. 164. ist angegeben worden, ist die Bewegung gleichförmig zu unterhalten. Denn, da in den Circul-Bewegungen das Vermögen der Krafft bald ab- bald zunimmt, und das Vermögen der Federn, wenn die zusammendrückende Krafft abnimt, geringer wird; so müssen bey solchen Bewegungen noch andere Kräffte appliciret werden, woferne dieselben gleichförmig bleiben sollen. Zu der ersten Absicht werden insgemein die Schwung-Räder, Perpendiculn und zusammengesetzte Kurbel gebrauchet. Daher wird es nöthig seyn, daß ich deren Eigenschafften kürtzlich beschreibe. Durch ein Schwung-Rad wird ein solches Instrument verstanden, welches, nachdem es einmahl in einem Circul ist beweget worden, diese Bewegung in einer gewissen Zeit fortsetzen kann.

Zusatz.

§. 187. Alles, was die empfangene Circul-Bewegung durch sich selbst fortzusetzen vermögend ist, kann als ein Schwung-Rad gebraucht werden

(§. 186.). Wenn man mit dieſem Satze die Erfahrung verbindet, ſo muß man behaupten, daß runde Scheiben, welche dünn und ſchwer, und an bewegliche Cylinder befeſtigte Armen, an welchen proportionirliche Gewichte gehänget worden, geſchickte Schwung-Räder ſind.

Erfahrung.

§. 188. Kein Körper iſt vermögend, die empfangene Circul-Bewegung fortzuſetzen, wenn er nicht ſchnell iſt beweget worden.

Zuſatz.

§. 189. Je ſchneller demnach ein Schwung-Rad kan beweget werden, deſto gröſſer iſt deſſen Vollkommenheit (§. 186.).

Lehr-Satz.

§. 190. Durch die Schwung-Räder kann die Circul-Bewegung einer Machine, wenn das Vermögen der applicirten Krafft darum, weil ihre Entfernung iſt verkleinert worden, abnimmt, gleichförmig unterhalten werden.

Beweiß.

Tab. I. Mech. Fig. 7. Es werde das Schwung-Rad, wenn die Krafft in der gröſten Entfernung Z. E. in B, in Bewegung geſetzet, ſo wird es dieſe Bewegung, wenn die Krafft in F und alſo in einem geringern Vermögen, fortſetzen; folglich wird es vermögend ſeyn, durch ſeine Bewegung die Bewegung der Machine zu unterhalten (§. 34. Dyn.). Wenn demnach die Krafft in der Bewegung des Schwung-Rades der Abnahme der Krafft, welche an der Machine appliciret, proportionirlich iſt, ſo kann dieſes die Bewegung gleichförmig unterhalten. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 191. Ueberleget den Beweiß, womit der vorhergehende Satz ist bestätiget worden, so werdet ihr leicht beurtheilen können, wie die Schwung-Räder bey einer Machine zu appliciren.

Erklärung.

§. 192. Durch die Perpendicul oder Pendul verstehet man in der Mechanik einen schweren Körper, welcher solchergestalt ist aufgehangen worden, daß er sich mit seiner Schwere um einen Punct bewegen und wechselsweise auf- und niedersteigen kann. Dieses Auf- und Niedersteigen wird die Oscillation der Pendul genennet.

Lehr-Satz.

§. 193. Wenn ihr eine Pendul AB in die Höhe hebet nach C und wiederfallen lasset, so muß der Körper B auf der andern Seite wiederum in die Höhe steigen bis in D, von dar wiederum herniederer steigen und in die Höhe fahren bis in C, und so weiter. Tab. III. Mech. Fig. 32.

Beweiß.

A ist der Ruhe-Punct, und EF sey die Horizontal-Linie. Hebet den Pendul AB in die Höhe bis in C, so fällt die Directions-Linie des Körpers CE ausser dem Grund (§. 24.), folglich muß der Körper mit seiner Schwere fallen (§. 27.). Weil er nun mit dem Faden CA ist aufgehänget worden, so kann er nicht nach E fallen, sondern muß den Circul-Bogen CB beschreiben. Wenn dieser Körper in B, so bleibt er entweder in Ruhe, oder er fähret fort, sich mit der erhaltenen Krafft zu bewegen. Das erste ist unmöglich (§. 66. Dyn.). Und also müssen wir das zweyte behaupten. Da es nun aber der Faden AB verhindert,

daß der Körper keine andere Linie beschreiben könne, als den Circul-Bogen BD, so muß er durch diesen Bogen und zwar bis in D gehen (§. 34. 36. 15. Dyn.). Ist nun der Körper in D, so kan es, wie zuvor, bewiesen werden, daß er wiederum nach B fallen, und von dar nach C steigen müsse, und so weiter. W. Z. E. W.

Zusatz.

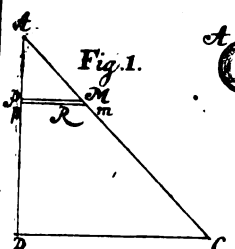
§. 194. Hieraus erhellet, daß ein Pendul vermögend sey, nachdem er in Bewegung ist gesetzet worden, mit seiner eigenen Krafft die Bewegung fortzusetzen. Was demnach von den Schwung-Rädern §. 188-190. erwiesen, solches kan auch von den Penduln gesaget werden. Siehe mit mehrern Wolffii Elem. Math. Tom. II. Elem. Mech. Cap. IX.

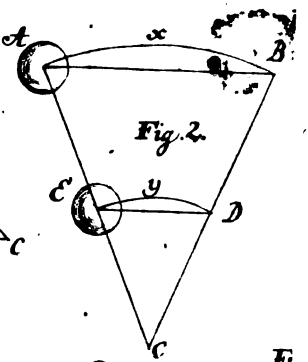
1. Anmerckung.

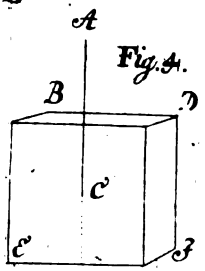
§. 195. Ueberleget die Gründe, wodurch wir es bestätiget haben, daß so wohl durch Penduln, als auch durch Schwung-Räder die Bewegung in der Circul-Bewegung der Machinen gleichförmig zu erhalten; so werdet ihr unmittelbar begreiffen können, wie durch doppelte, drey- und mehrfache Kurbel, siehe Fig. 33. Tab. III. gleiche Würckungen hervorzubringen.

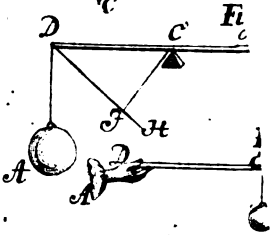
2. Anmerckung.

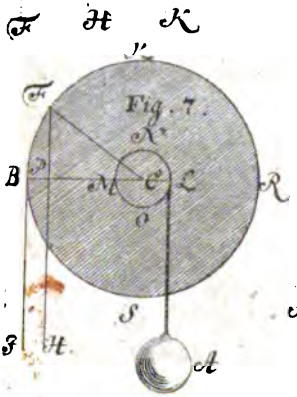
§. 196. Sollte die Bewegung in einer Machine dadurch ungleichförmig werden, weil die Krafft, welche die Federn zusammen drücket, nach und nach geringer wird; so lehret der §. 102. daß die Gleichförmigkeit in der Bewegung dadurch zu erhalten sey, wenn man die Entfernung der Krafft in der Proportion anwachsen läst, in welcher das Vermögen zu drücken abnimmt. Welches auch bey den Taschen-Uhren beobachtet wird.

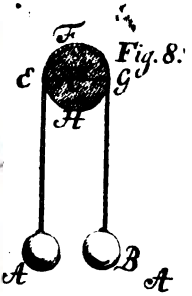

A
Fig. 1.
M
m
R
B
C

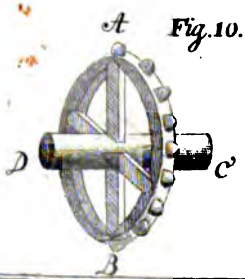

A
x
B
Fig. 2.
C
y
D
C

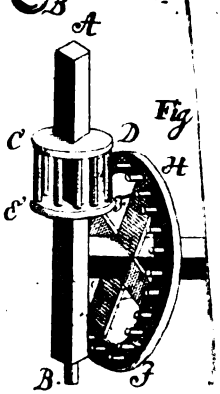

A
Fig. 4.
B
D
C
E
F

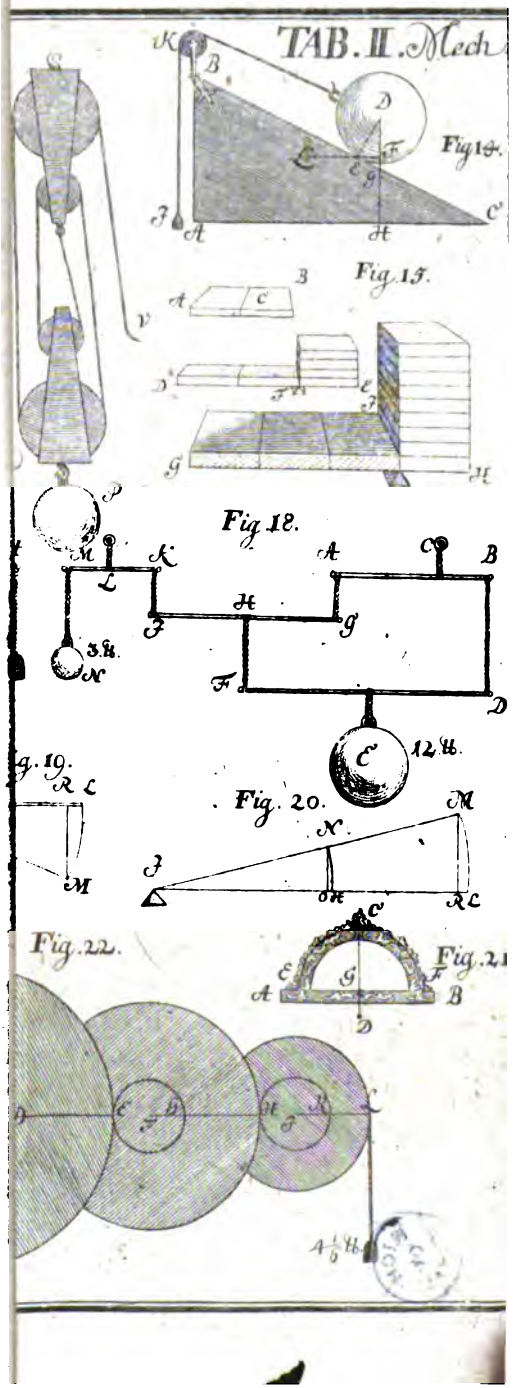

D
C
Fi
F
H
A
D
A

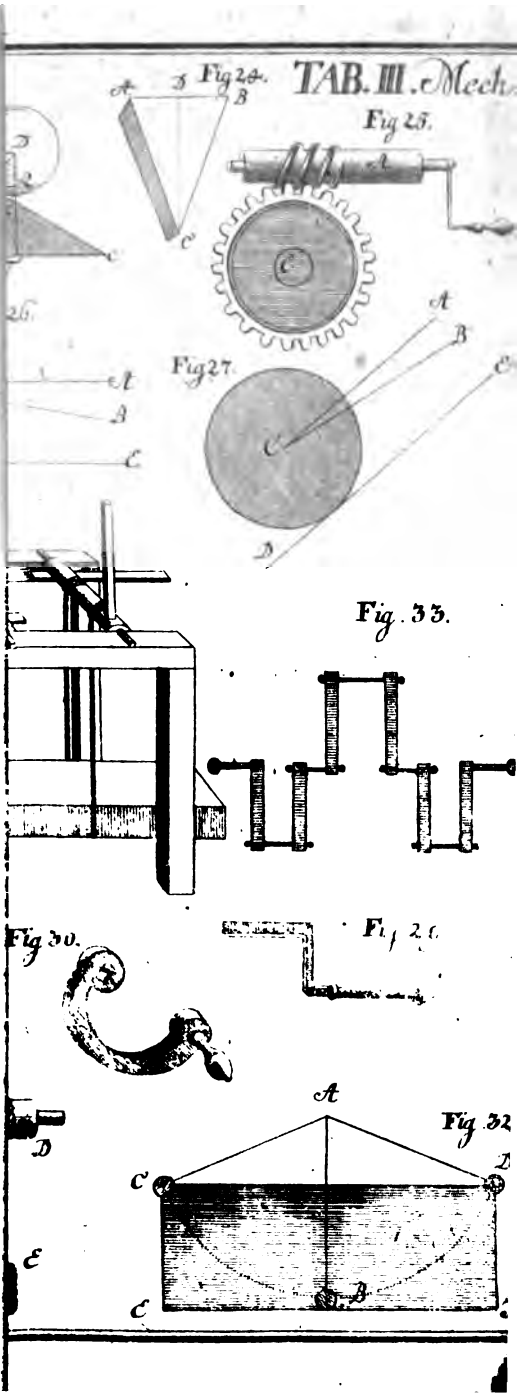

F
H
K
Fig. 7.
B
M
C
L
R
O
S
F
H
A


F
Fig. 8.
C
G
H
A
B


A
Fig. 10.
D
C
B


A
Fig
C
D
H
E
B
F


TAB. II. Mech
Fig 16.
Fig 15.
Fig 18.
3 lb.
12 lb.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 22.
Fig. 21
A ½ lb.


TAB. III. Mech.
Fig 24.
Fig 25.
Fig 26.
Fig 27.
Fig 33.
Fig 30.
Fig 31.
Fig 32.
A
B
C
D
E

ELEMENTA AEROMETRIAE

Oder

Erſte Gründe

Von der

Beſtimmung der Gröſſe in den Würckungen der Lufft.

Histoire naturelle de l'air et des meteores par Mr. l'Abbe Richard Paris 770 6. Vol. 12.

Dieser definirt den Äther als ein höchst flüßiges und durchdringendes Körper, welcher unsern Erdkugel von allen Seiten umgiebt, und welcher alle andern Körper bis auf einen gewissen Grad durchdringt.

Erſte Gründe der AEROMETRIE

Der 1. Abſchnitt. Von Erfindung der Gröſſe in den Wirckungen der Lufft überhaupt.

Lehr-Satz.

§. 1.

Die Lufft hat eine widerſtehende Krafft. Vis inertiae aeris.

Beweiß.

Nehmet eine Flaſche, und ſetzet deren Oeffnung perpendiculair auf ein Faß mit Waſſer. Drucket diese Flaſche mit voller Krafft in das Waſſer; ſo werdet ihr finden, daß oben in derſelben ein Raum leer bleibet, in welchen kein Waſſer hineindringet. Es muß alſo in der Flaſche etwas ſeyn, welches der Bewegung des Waſſers widerſtehet (§. 53. Dyn.). Da nun in der Flaſche nichts als Lufft; ſo muß die Lufft, wenn ſie iſt eingeſchloſſen worden, eine widerſtehende Krafft haben. Stecket eine enge Röhre, welche unten und oben offen, in ein Faß mit Waſſer, nehmet die Röhre heraus, ſo fällt das Waſſer mit

ſeiner Schwere wieder herunter. Stecket die Röhre wiederum in das Waſſer, drücket auf die obere Oeffnung den Daum, und ziehet alsdenn die Röhre heraus, ſo bleibt das Waſſer in der Röhre hängen. Folglich muß etwas bey der untern Oeffnung der Röhre dem Fall des Waſſers widerſtehen (§. 53. Dyn). Da nun auch hier nichts als Lufft iſt, ſo iſt es überhaupt erwieſen worden, daß die Lufft eine widerſtehende Krafft habe. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 2. Aus der erſten Erfahrung will ich in den Fußnoten die Campanam vrinatoriam erklären, wovon Sturm im Collegio experimentali umſtändlich gehandelt.

1. Zuſatz.

Gravitas aeris. §. 3. Aus der zweyten Erfahrung erhellet, daß die obere Lufft auf die untere drücke, und dieſes beſtätiget, daß wir der Lufft eine Schwere beylegen müſſen (§. 10. Mech.).

2. Zuſatz.

§. 4. Indem alſo die Lufft eine widerſtehende Krafft (§. 1.), und eine Schwere hat (§. 3.), ſo wird nicht ohne Grund behauptet, daß ſie etwas körperliches ſey, das iſt, daß ſie eine Krafft habe.

Lehr-Satz.

Vis elaſtica aeris. §. 5. Die Lufft läſt ſich zuſammen drücken und hat eine ausdehnende Krafft.

Beweiß.

Nehmet eine Lammes-Blaſe, und blaſet dieſelbe mit dem Munde auf; bindet ſie alsdenn feſt mit einem Bindfaden, daß keine Lufft heraus kan. Drücket alsdenn die Blaſe mit der Hand, ſo werdet ihr geſtehen, es laſſe ſich die darin verſchloſſene Lufft zuſammen drücken. Nehmet die Hand wieder weg, ſo wird ſich die zuſammengedrückte Lufft wiederum ausdehnen. W. Z. E. W.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 6. **Die obere Lufft drücket die untere zusammen.**

Beweiß.

Die obere Lufft drücket auf die untere (§. 3.). Die Lufft läst sich zusammen drücken (§. 5.), folglich müssen wir es gestehen, daß die untere Lufft von der oberen zusammen gedrücket werde (§. 71. Dyn.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 7. Wird demnach die obere Lufft von der unteren weggenommen, so dehnet sich die untere Lufft aus (§. 178. Mech. §. 55. Mech.). Folglich wird diese dünner.

1. Anmerckung.

§. 8. Dieser Satz ist der Grund von dem Bau der Lufft-Pumpe. Zeit und Kosten zu ersparen will ich hievon nicht umständlicher schreiben, sondern in meinen Fürlesungen werde ich meine Lufft-Pumpe, (welche der ehemalige Mechanicus in Leipzig Leupold verfertiget, und ein geschickter Schüler von diesem, nemlich unser Mechanicus in Jena Ulich in vielen Stücken verbessert) stückweise zergliedern, den Bau dieser Machine nach mathematischen Regeln beschreiben, und aus diesen folgern, wie eine solche Machine zu verbessern sey.

2. Anmerckung.

§. 9. Wer ein Liebhaber allgemeiner Sätze, der mercke folgende Gedancken. Die Lufft-Pumpe ist eine Machine, wodurch man einen Ort von Lufft leer machen will. Das Genus von Lufft ist, ein flüßiger Körper. Wer demnach eine Lufft-Pumpe erfinden will, der muß eine Machine erfinden, durch dessen Hülffe ein Ort von einem flüßigen Körper leer zu machen. Wasser ist auch ein flüßiger Körper. Wir haben verschiedene Machinen, durch deren Hülffe ein Ort von Wasser leer zu machen. Wer demnach die Logik, die Mechanik und die Natur der Lufft verstehet, der wird ohne vieles Nachsinnen Lufft-Pumpen erfinden, und erfundene verbessern können.

Lehr-Satz.

§. 10. Die ausdehnende Krafft der unteren Lufft iſt gleich dem Drucke der obern.

Beweiß.

Die ausdehnende Krafft eines Körpers iſt eine Würckung von der Stärcke, mit welcher der Körper iſt zuſammen gedrücket worden (§. 178.). Folglich iſt die ausdehnende Krafft allezeit dem beſtimmtem Drucke gleich (§. 34. Dyn.). Da nun die ausdehnende Krafft der untern Lufft eine Würckung von dem Drucke der obern (§. 6.); ſo iſt auch die ausdehnende Krafft der untern Lufft gleich dem Drucke der oberen.

1. Zuſatz.

§. 11. Wird demnach die untere Lufft dünner, ſo muß die obere weniger drücken, und alſo verliehret ſie etwas von ihrer Schwere (§. 10. Mech.).

2. Zuſatz.

§. 12. Wie viel die obere Lufft drücket, ſo viel widerſtehet die untere (§. 10.). Folglich kann in freyer Lufft die Gröſſe von dem Drucke der oberen Lufft nicht wahrgenommen werden. Will man alſo dieſe beſtimmen, ſo muß man entweder die untere Lufft wegnehmen, oder auf der einen Seite einen leeren Raum machen, in welchen das von der Lufft gedrückte weichen könne.

Anmerckung.

Vielleicht ſcheinet es einigen, als wenn das unſerer Lehre widerſpreche, daß die Schwere der ſichtbaren Körper von dem Stoſſe der Lufft abhange. Wem das ſcheinet, der unterſcheide die Bewegung von dem Drucke, ſo wird der Schein bald verſchwinden.

Lehr-Satz.

§. 13. Die obere Lufft ist dünner als die untere.

Beweiß.

Leget in der untern Lufft eine Kugel, welche voller Lufft ist, und die ihr mit einem Hahn verschlieſſen könnt, daß keine Lufft heraus kann, auf die Waage, und mercket ihre Schwere. Traget diese Kugel auf eine merckliche Höhe, und suchet wiederum ihre Schwere, so werdet ihr finden, daß sie in der oberen Lufft schwerer, als in der unteren. Folglich muß die Lufft in der Höhe weniger widerstehen, als in der Tieffe (§. 32. Dyn.). Woraus erhellet, daß die Lufft in der Höhe weniger zusammen gedrücket wird, als in der Tieffe. Es ist also die Lufft oben dünner, als unten.

Anmerckung.

Auch dieß bestätiget meine Gedancken von der Ursache der Schwere der Körper.

1. Zusatz.

§. 14. Die Lufft ist nicht allenthalben von gleicher Schwere (§. 11.). Folglich ist es nicht möglich, genau zu bestimmen, wie schwer die Lufft sey.

2. Zusatz.

§. 15. Wer demnach die Schwere der Lufft bestimmet, der kan nur behaupten: Jetzt wieget die Lufft, in dieser Höhe, so viel. Hieraus erhellet es, daß, bey Untersuchung der Schwere der Lufft, nur folgende Aufgaben aufzulösen.

1) Wie schwer ist die Lufft in einer bestimmten Höhe zu einer bestimmten Zeit.

2) Wie verhält sich die Schwere der Lufft in einer bestimmten Zeit in verschiedenen Höhen.

3) Wie verhält sich die Schwere der Lufft in einer bestimmten Höhe in verschiedenen Zeiten. Auf-

Aufgabe.

§. 16. Zu erfahren, wie viel die umstehende Lufft, auf eine Fläche, in einer bestimmten Zeit, drückt.

Auflösung.

1) Lasset zwo halbe hohle Kugeln aus Meßinge giessen, so daß der Diameter im Lichten 636. Scr. Die Dicke des Meßinges 22. Scr. Und also der ganze Diameter 658. Scr. Das ist, bey nahe 6. Zoll und 6. Linien. Rings um diese Kugeln herum macht einen Rand von 37. Scr. welcher von der Seite, wo die Kugeln zusammen gefüget werden, gantz platt ist. (Die Ränder müssen also ausgearbeitet werden, daß in der einen Kugel-Helffte die Kugel über die platte Seite des Randes ein paar Linien hoch vorgehet, in der andern hingegen um so viel vertieffet ist, damit ein Theil auf den andern passet und keiner von dem andern abgleiten kan). Da nun die Lufft perpendiculär gegen die Erde drücket, so ist es eben so viel, als wenn an statt der halben Kugeln, nur zwo Platten wären, die im Diameter so breit, als der gröste Circul dieser Kugel mit dem breiten Rande, daran sie einander berühren, folglich 695. Scr.

2) An der einen Kugel befestiget einen Hahn. Mit diesem schraubet die Kugel auf die Lufft-Pumpe, nachdem die beyden halben Kugeln wohl zusammen gesetzet, daß keine Lufft hineindringen kan. Alsdenn pumpet die Lufft heraus.

3) Schlüsset den Hahn zu, und nehmet die Kugel von der Lufft-Pumpe, so habt ihr in derselben einen Raum, welcher leer von Lufft ist. Folglich ist die Ursache, warum diese halbe Kugeln so fest zusammen halten, in dem Drucke der umstehenden Lufft enthalten. Folglich muß diese mit soviel Krafft drucken, als erfodert wird, die beyden halben Kugeln von einander zu bringen (§. 34. Dyn.).

4) Diese

4) Diese zu erfahren, so lasset ein Gestelle machen, in welchem ihr die Kugel mit dem einem Ende hängen könnet. An der andern Seite hänget eine Waage mit Gewichten. So werdet ihr finden, daß über 776. Pfund nöthig, die beyden halben Kugeln von einander zu bringen.

Anmerckung.

§. 17. In den Fürlesungen will ich bey diesem Experiment alles umständlich zeigen, was bey diesen halben Kugeln, deren Zusammensetzung, bey dem Hahn und bey dem Gestelle zu mercken ist.

Zusatz.

§. 18. Es ist also klar, daß die umstehende Lufft auf einer Circul-Fläche, deren Diameter 695. Sch. mit 776. Pfund drücken könne (§. 16.). Will man sagen, drucket, so behauptet man etwas, das man nicht allgemein beweisen kann.

Aufgabe.

§. 19. Ohne den Gebrauch flüßiger Körper, zu erfahren, wie viel in einer bestimmten Höhe von der Erde, die obere Lufft auf eine gewisse Fläche drücket.

Auflösung.

1) Nehmet eine von den zuvor zubereiteten halben Kugeln, setzet solche wohl verwahrt auf den Teller der Lufft-Pumpe, und alsdenn exacuiret dieselbige.

2) Wenn dieses geschehen, so hänget den Hacken, der an der Kugel befestiget, an den Arm eines Waage-Balckens, und auf die andere Schaale leget so lange Gegen-Gewichte, bis die halbe Kugel von dem Teller losgerissen wird.

3) Rechnet nach den Regeln der Mechanik aus, wie starck der Gegen-Druck von der Kugel gewesen (§. 91. ff. Mech.). Wenn ihr nun von dieser

Summa

Summa die Schwere der Kugel subtrahiret, so habt ihr gefunden, wie starck die obere Lufft in der bestimmten Höhe von der Erde, zu der gesetzten Zeit, auf einen Circul, dessen Diameter 695. Scr., gedrucket (§. 89. A. M.). Z. E. wie ich in meinem Auditorio, dieses Experiment gemacht, so habe ich gefunden, daß die halbe Kugel mit 586. Pfund gedrücket. Da nun die halbe Kugel für sich 13. Pfund schwer, so muß die obere Lufft auf die bestimmte Fläche mit 573. Pfund gedrücket haben.

Erfahrung.

§. 20. Füllet eine Röhre, die über 32. Rheinländische Schuh lang ist, mit Wasser. Verstopffet sie oben, daß keine Lufft hinein kan, und unten verschliesset sie mit einem Hahne. Richtet die Röhre gerade auf, und setzet den Hahn ins Wasser. Wenn ihr den Hahn aufmachet, so werdet ihr, wie des Groß-Hertzogs zu Florentz Gärtner zu erst wahrgenommen, erfahren, daß das Wasser anfange heraus zu lauffen, hingegen bald aufhöre zu fallen, wenn es 31. bis 32. Rheinländische Schuhe hoch stehet.

Erfahrung.

§. 21. Weil diese Röhren bey dem Experimentiren wegen ihrer Länge sehr unbequem, so hat *Torricellius* solches mit einer flüßigen Materie, welche schwerer als Wasser, nemlich mit Quecksilber versuchet, als welches 14. mahl so schwer als das Wasser, und gefunden, daß solches bey nahe 28. Zoll hoch in einer gläsernen Röhre, welche oben *hermetice* sigilliret, stehen geblieben. Es wird diese Röhre von ihrem Erfinder die Torricellianische Röhre genennet.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 22. Der Druck der obern Lufft auf das Queckſilber, welches in der Schaale, in welcher die Torricellianiſche Röhre geſetzet, iſt der Grund, warum das Queckſilber in dieſer Röhre 28. Zoll hoch ſtehen bleibet.

Beweiß.

Nehmet eine gläſerne Glocke mit einer weiten gläſernen Röhre, und ſetzet unter dieſe, auf den Teller der Lufft-Pumpe, die Torricellianiſche Röhre. Wenn ihr nun die Lufft wegpumpet, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß das Queckſilber nach und nach herunter fället. Laſſet durch den Hahn wieder Lufft hinein, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß das Queckſilber wieder nach und nach ſteiget, bis es bey nahe 28. Zoll hoch. Wer will es demnach läugnen, daß der Druck der obern Lufft auf das Queckſilber, welches in der Schaale, in welcher die Torricellianiſche Röhre geſetzet worden, der Grund iſt, warum das Queckſilber in der Röhre 28. Zoll hoch ſtehen bleibet.

Anmerckung.

§. 23. Dieſes noch weiter zu beſtätigen, ſo gieſſet auf das Queckſilber, welches in der Schaale iſt, Waſſer, ſo wird das Queckſilber ſo gleich etwas höher ſteigen. In den Fürleſungen will ich zeigen

1) Wie ſolche Röhren zu füllen,
2) Wie ſie hermetice zu ſigilliren.

1. Zuſatz.

§. 24. Je mehr demnach die obere Lufft auf die beſtimmte Schaale drücket, das iſt, je ſchwerer die obere Lufft iſt (§. 3.), deſto höher muß das Queckſilber in der Torricellianiſchen Röhre ſteigen; wird ſie aber leichter, ſo muß das Queckſilber niederfallen (§. 34. Dyn.).

2. Zusatz.

§. 25. Hieraus erhellet, daß das Queckſilber in der Torricellianiſchen Röhre in einer Tieffe höher ſtehen müſſe, als auf einem erhabenem Berge (§. 13.).

3. Zusatz.

§. 26. Wenn wir es beſtimmen können, wie viel Krafft erfodert wird das Queckſilber in der Torricellianiſchen Röhre 28. Zoll hoch zu halten, ſo wiſſen wir auch, wie ſtarck die obere Lufft, in der beſtimmten Höhe, auf die geſetzte Schaale drücket.

Lehr-Satz.

§. 27. Die Lufft iſt in einer beſtimmten Höhe nicht allezeit gleichſchwer.

Beweiß.

Füllet eine Torricellianiſche Röhre, und ſetzet ſolche an einen gewiſſen Ort, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß die Höhe des Queckſilbers offt verändert wird. Da nun dieſe Veränderung unmöglich iſt, wenn die Schwere der oberen Lufft unveränderlich (§. 24.); ſo iſt es klar, daß die Lufft in einer beſtimmten Höhe nicht allezeit gleich ſchwer. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 28. Je leichter die obere Lufft, deſto kleiner iſt die ausdehnende Krafft der unteren Lufft (§. 10.). Wir müſſen es demnach geſtehen, daß auch die ausdehnende Krafft der unteren Lufft vielen Veränderungen unterworffen ſey (§. 27.).

Erklärung.

§. Ein Inſtrument, wodurch die Veränderung in der Schwere der Lufft abzumeſſen, wird ein *Barometrum* oder auch *Baroſcopium* genennet.

1. Zu-

1. Zusatz.

§. 30. Folglich kan aus der Torricellianischen Röhre ein Barometer gemacht werden (§. 22. ll.).

2. Zusatz.

§. 31. Durch Hülffe des Barometers ist es nicht zu erkennen, wie schwer die Lufft, sondern

1) Wie sich in einer gewissen Höhe die Schwere der Lufft in der einen Zeit zu der Schwere der Lufft in einer andern Zeit verhalte.

2) Wie sich die Schwere der Lufft in einer bestimmten Höhe zu der Schwere der Lufft in einer andern Höhe verhalte.

Aufgabe.

§. 32. Einen Barometer zu verfertigen.

Auflösung.

1) Nehmet eine gläserne Röhre, deren Länge und Weite nach der Schwere der Materie, womit sie soll gefüllet werden, einzurichten. Z. E. wollt ihr solche mit Queckſilber füllen, so nehmet eine Röhre, welche wenigstens 33. Zoll lang, weil das Queckſilber bey schwerer Lufft auf 32. Zoll steiget, und 1. 2. bis 3. Linien weit im Lichten.

2) Den obersten Theil dieser Röhre sigilliret hermetice, und füllet solche also mit Queckſilber, daß oben keine Lufft übrig bleibet.

3) Den offenen Theil der Röhre setzet in eine Capsel, welche mit Queckſilber gefüllet.

4) Vermöge der Erfahrung, ist die gröste Veränderung in dem Steigen und Fallen des Queckſilbers 2½ Zoll, auch wohl, wie Leupold im Theatro Aërostatico Cap. II. angemercket, 4¼ Zoll. Daher theilet den obersten Theil der Röhre, in der bestimmten Länge, in so viele gleiche Theile, als es gefällig ist: (ein solcher Theil wird auch ein Zoll genennet) so könnet ihr durch diese Ein-

theilung das Steigen und Fallen des Queckſilbers, und alſo auch die Ab- und Zunahme in der Schwere der Lufft beſtimmen (§. 31.).

Anmerckung

§. 33. Aus den Gründen, woraus die Verfertigung von dem Barometer gefolgert wird, iſt es leicht zu begreiffen, daß bey Verbeſſerung dieſer Inſtrumenten zu ſehen,

1) Auf die Capſel, in welcher das Queckſilber, worin die Röhre, ſo mit Queckſilber gefüllet, geſetzet. Muß ein Deckel kommen. Bleibt dieſe offen, ſo kan man den Barometer nicht bequem von einem Ort nach dem andern tragen. Der Staub kan auch das Queckſilber verderben, und ſo weiter

2) Auf den oberen Theil in der Röhre[a]. Bleibet in dieſem Lufft, ſo drücket auch ſolche auf das Queckſilber, folglich kan es nicht in gehöriger Proportion ſteigen. Es befördert demnach die Vollkommenheit des Barometers, wenn man dieſen Theil etwas groß oder weit machet. Denn ſolte noch etwas Lufft darin bleiben, ſo behält dieſe Raum ſich auszudehnen, und kan alſo keine groſſe Veränderung machen.

3) Auf den Raum, in welchem das Queckſilber ſteigt und fällt. Denn kan dieſer gröſſer gemacht werden, ſo wird das Steigen und Fallen empfindlicher. Folglich iſt das Ab- und Zuehmen in der Schwere der Lufft genauer zu beſtimmen. Woraus die Verbeſſerung der Barometer zu erklären, welche dem Guerick, Ramazzino, Bernulli und andern zuzuſchreiben. Siehe Leupold in Theatro Aëroſtatico Cap. III.

Erfahrung.

§. 34. Nehmet einen hohlen Cylinder von Blech etwa 3. Ellen lang, dieſen hänget an den Arm einer Waage. Füllet denſelben mit Waſſer, und in das Waſſer hänget einen Stein, welcher ſo viele Schwere hat, daß er in das Waſſer niederſincken kan. Dieſen Stein hänget mit einem ſubtilen Faden an dem Armen des Waage-Balckens. An den andern Arm hänget ein Gegengewicht, bis der Waage-Balcken horizontal ſtehet. Zerſchneidet den Fa-

den

den, womit der Stein an der Waage hänget, so wird dieser Arm des Waage-Balckens, an welchem der Cylinder hänget, so lange in die Höhe fahren, bis der Stein den Boden erreichet.

Zusatz.

§. 35. Hänget in einer flüßigen Materie ein anderer Körper, so vermehret ein solcher die Schwere der flüßigen Materie, so lange er hängen bleibet. So bald er aber in der flüßigen Materie herunter steiget, so höret er auf, die Schwere dieser Materie zu vermehren (§. 90. ff. Mech.).

Erfahrung.

§. 36. In der Lufft sind feuchte Particuln.

1. Zusatz.

§. 37. Wenn die Feuchtigkeit in der Lufft hängen bleibet, so vermehret solche die Schwere der Lufft. So bald aber solche herunter fällt, wird die Lufft leichter (§. 35.).

2. Zusatz.

§. 38. Folglich kan man aus dem Steigen und Fallen des Quecksilbers in dem Barometer das Herunterfallen der Feuchtigkeit in der Lufft bestimmen (§. 31. 22.).

Erklärung.

§. 39. Wenn es regnet oder schneiet, so fällt die Feuchtigkeit in der Lufft herunter. Von dem Winde können wir keine andere Merckmahle wahrnehmen, als eine schnelle Bewegung in der Feuchtigkeit der Lufft.

Anmerckung.

§. 40. Diese Eigenschafft des Windes kan auf folgende Art erwiesen werden. Lasset euch eine hohle Büchse von Kupffer machen, mit einer engen Röhre CD. Diese verwahret wohl, daß weder Lufft hinein noch heraus kan, als durch die Oeffnung C. Tab. Aer. Fig. I.

Einen Theil dieser Büchse füllet mit Wasser, und alsdenn setzet solche ins Feuer. So bald sie heiß wird, werdet ihr wahrnehmen, daß aus der Oeffnung C so lange ein heftiger Wind fähret, als in der Büchse Wasser ist.

Zusatz.

§. 41. Es ist demnach das Fallen des Queckſilbers in dem Barometer ein Zeichen von Regen, Schnee oder Wind, und das Steigen ein Zeichen vom stillen und trockenen Wetter (§ 38. 39.).

Erklärung.

§. 42. Ein Instrument, durch dessen Hülffe die Verhältniß in der Stärcke des Windes zu messen, wird *Anemometron* oder eine Wind-Waage genennet.

Aufgabe.

§. 43. Ein *Anemometron* zu verfertigen.

Auflösung.

1) Setzet in freyer Lufft eine Fläche, welche durch den Stoß des Windes leicht kan beweget werden.

2) Befestiget diese Fläche an einer Welle, welche mit der Fläche beweglich, und folglich, indem der Wind die Fläche beweget, mit beweget wird.

3) An dieser Welle befestiget also eine Last, daß dessen Entfernung vermehret wird, wenn sie von der Welle ist gehoben worden, damit sie nicht durch den Stoß, der solche in eine gewisse Höhe gebracht, in eine andere Höhe könne gesetzet werden (§. 102. Mech.).

4) An der Machine befestiget einen Quadranten, der in seine 90° getheilet, und an der Welle befestiget einen Zeiger, welcher, indem die Welle herumgetrieben wird, denjenigen Grad zeiget, in welchen die Last von dem Winde ist gehoben worden. Da nun die würckende Krafft der Würckung gleich ist (§. 34. Dyn.), so könne,

net ihr durch diese Machine die Verhältniß in der Stärcke des Windes, zu verschiedenen Zeiten, bestimmen. Folglich ist eine Machine, welche nach diesen Regeln gebauet worden, ein Anemometron (§. 42.).

1. Anmerckung.

§. 44. Aus diesen Regeln könnet ihr alle Structuren von Anemometris, welche Loupold Cap. X. Theatr. Aerostat. umständlich beschrieben, beurtheilen, und nach Befinden der Umstände verbessern. Zur Deutlichkeit will nach diesen Regeln eine Structur zu einer Wind-Waage angeben.

1) Machet Wind-Flügel A. B. und setzet diese horizontal, damit der Wind aus allen Gegenden solche stossen könne. Tab. Aerom. Fig. 2.

2) An der Welle dieser Flügel CD befestiget ein horizontal Stirn-Rad E, welches mit seinen Stirnen das Perpendicul-Rad F treibet.

3) Auf der Welle dieses Rades FG machet eine Schraube ohne Ende, welche mit ihren Gängen, das Perpendicular-Stirn-Rad H treibet.

4) An der Welle dieses Rades H befestiget perpendiculär einen Arm HI, welcher ausgehöhlet, damit ihr auf denselben eine Last L legen, und, nach dem es die Umstände erfodern, verschieben könnet.

5) An diesem Arm befestiget aus dem Mittel-Punct der Welle rechtwinclicht einen Zeiger HK. Und auf dem äusseren Gehäuse der Machine beschreibet aus diesem Mittel-Punct einen Quadranten, so habt ihr nach obigen Regeln eine Wind-Waage gebauet.

2. Anmerckung.

§. 45. Denn wenn der Wind mit der Stärcke seiner Krafft an die Flügel stösset, so treibet er die Welle CD herum. Diese beweget durch Hülffe des Rades E das Rad F. Dieses drehet die Schraube FG, und diese beweget das Stirn-Rad H. Durch die Bewegung dieses Rades wird der Arm HI, und folglich die Last L gehoben. Hierdurch wird die Entfernung der Last kleiner (§. 102. Mech.). Folglich wird immer mehrere Krafft erfodert, diese Last zu heben. Es ist demnach nicht möglich, daß diejenige Stärcke des Windes, welche diese Last bis in den 30° erhoben, solche noch höher heben sollte. Und also ist es klar, daß wir durch diese Machine die Verhältniß in der Stärcke des Windes bestimmen können.

Lehr-Satz.

§. 46. Die Lufft wird durch die Wärme ausgedehnet.

Beweiß.

Nehmet eine Blaſe, darinnen gantz wenig Lufft iſt, und bindet ſie zu. Haltet ſie über ein Kohl-Feuer, doch nicht zu nahe, daß ſie nicht verbrennet; ſo werdet ihr ſehen, daß ſich die Blaſe ausdehnet. Nehmet die verſchloſſene Blaſe von dem Feuer wieder weg, ſo fällt ſie nach und nach wieder zuſammen. Folglich muß in der Wärme der Grund enthalten ſeyn, warum ſich die verſchloſſene Blaſe ausdehnet. Da nun in der Blaſe nichts, als ein wenig Lufft, ſo iſt es vollkommen erwieſen, daß die Lufft von der Wärme ausgedehnet werde. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 47. Es erhellet hieraus ferner, daß durch die Wärme die ausdehnende Krafft der Lufft könne vermehret werden.

2. Zuſatz.

Tab. Aerom. Fig. 3.

§. 48. Füllet eine gläſerne Röhre AB mit Waſſer. Die Kugel B laſſet voll Lufft, und den offenen Theil der Röhre ſetzet in ein Gefäß mit Waſſer C. Wird die Lufft in der Kugal B warm, ſo muß ſie ſich ausdehnen (§. 46.), folglich das Waſſer in der Röhre herunter drücken. Wird die Lufft in der Kugel kalt, ſo muß ſie ſich zuſammen ziehen, und das Waſſer muß in der Röhre ſteigen (§. 22.). Hieraus erhellet, daß durch das Steigen und Fallen des Waſſers in der geſetzten Röhre das Ab- und Zunehmen in der Wärme und Kälte der Lufft zu beſtimmen.

3. Zu-

3. Zusatz.

§. 49. Je schwerer die äussere Lufft, desto mehr drücket sie auf das Wasser in dem Gefäß C (§. 24.). Hieraus erhellet, daß die Schwere der äusseren Lufft viele Veränderungen bey dem Steigen und Fallen des Wassers in der gesetzten Röhre verursachen könne. Wer demnach das Ab- und Zunehmen in der Wärme und Kälte der Lufft genau bestimmen will, der muß fürnehmlich dahin sehen, daß die Schwere der äusseren Lufft, in dem Steigen und Fallen des Wassers in der Röhre, keine Veränderungen machen könne.

Erklärung.

§. 50. Ein Instrument, durch dessen Hülffe die Verhältniß in der Ab- und Zunahme der Wärme und Kälte zu bestimmen, wird ein *Thermometrum* genennet. Andere nennen es ein *Thermoscopium*, und verstehen durch den Thermometer ein Instrument, durch dessen Hülffe der Grad in der Wärme und Kälte der Lufft genau zu bestimmen. Doch ich werde die erste Bedeutung, weil sie gewöhnlich ist, beybehalten.

Zusatz.

§. 51. Es kan demnach die §. 48. beschriebene Röhre als ein Thermometer gebraucht werden. Welches der Grund von den Drebbelischen Wetter-Gläsern. Daß aber diese vielen Unvollkommenheiten unterworffen, solches lehret der §. 49.

Aufgabe.

§. 52. Ein *Thermometrum* zu machen, in welchem die Veränderung in der Schwere der äusseren Lufft nicht würcken könne.

Auflöſung.

Tab. Aerom. Fig. 4.

1) Füllet eine gläſerne Röhre, in welcher unten eine Kugel B mit einer flüßigen Materie, die ſich in der Hitze ausbreitet und in der Kälte zuſammenzieht. Da nun dieſe Eigenſchafft am meiſten dem Spiritui vini zukommt, und zwar je reiner und höher ſolcher rectificiret iſt, ſo füllet dieſe Röhre mit dem Spiritu vini, nachdem ihr ſolchen vollkommen gereiniget, und aufs höchſte rectificiret.

2) Damit ihr das Steigen und Fallen des Spiritus vini in der Röhre beſſer wahrnehmen könnet, ſo färbet denſelben zuvor, und zwar mit einer Materie, die der Spiritus nicht leicht wieder fallen läſt, auf daß ſich dieſe nicht im Glaſe anhänget.

3) Daß in der Röhre nicht zu viel und auch nicht zu wenig Spiritus komme, ſo ſetzet die Kugel in eine ſehr kalte Materie ſo lange, bis der Spiritus in der Röhre nicht weiter herunter fället.

4) Stehet noch Spiritus über der Kugel, ſo gieſſet ſolchen ab, und ſetzet die Kugel nach und nach in die Wärme, dann wird der Spiritus in der Röhre in die Höhe ſteigen und die Lufft heraus jagen.

5) Alsdenn ſigilliret die Röhre oben bey A hermetice, und an dem Geſtelle machet neben die Röhre eine Eintheilung in ſo kleine Theile, als ihr nur könnet, ſo iſt das verlangte Thermometrum fertig.

1. Anmerckung.

§. 53. Dieſes iſt das weſentliche des Florentiniſchen Thermometri. In den Fürleſungen will zeigen

1) Wie der Spiritus vini roth, gelb und blau zufärben.

2) Wie der Spiritus zu reinigen.

3) Die Cautelen, welche bey dem Füllen der Röhre zu mercken iſt.

2. Anmerckung.

§. 54. Aus der Auflösung erhellet ohne Umschweiffe, daß die Vollkommenheit eines Florentinischen Thermometri zu beurtheilen,

1) Aus der Vollkommenheit des gefärbten Spiritus vini

2) Aus der Beschaffenheit der Röhre, ob man nemlich in derselben das Steigen und Fallen des Spiritus vini leicht wahrnehmen könne. Dieses ist der Grund, warum man sehr enge Röhren nimmt, oder auch die Röhren bieget. Hieraus werdet ihr alles beurtheilen können, was Leupold im Theatro Aërostatico Cap. VI. von den Thermometris umständlich ausgeführet.

Erfahrung.

§. 55. Ob gleich in der Lufft allezeit einige Feuchtigkeit, so werdet ihr doch wahrnehmen, daß diese sehr veränderlich, indem sie bald sehr, bald wenig zu empfinden.

Erfahrung.

§. 56. Därme die nicht gedrehet sind, Leder, Pergament, Papier, Tannen-Holtz, Schwämme, Wolle und so weiter, werden von der Feuchtigkeit länger und gröſſer, von der Trockne aber kürtzer und kleiner. Zwirn, Stricke, Seile, Darm-Seiten und so weiter, wenn solche gewunden und gedrehet aber nicht wiedersinne, werden von der Feuchtigkeit mercklich kürtzer und kleiner, und von der Trockene mercklich länger und gröſſer.

Erklärung.

§. 57. *Hygrometrum* heist ein Instrument, durch dessen Hülffe die Verhältniß in der Ab- und Zunahme der Feuchtigkeit und Trockene in der Lufft zu bestimmen. Andere nennen es ein *Hygroscopium*. Was wir aber §. 51. erinnert, solches kan auch hier gemercket werden.

Zu-

Zuſatz.

§. 58. Es können demnach aus ſolchen Materien, wovon wir §. 56. geredet, Hygrometra verfertiget werden (§. 57.).

Aufgabe.

§. 59. *Ein Hygrometrum zu verfertigen.*

Auflöſung.

1) Erwehlet eine von den §. 56. angeführten Materien.

2) Wird dieſe durch die Feuchtigkeit zuſammengezogen, ſo befeſtiget an derſelben feſte Körper, die leicht können gehoben werden. Wird aber die erwehlte Materie durch die Feuchtigkeit ausgedehnet, ſo befeſtiget an derſelben einen Körper, der von der Ausdehnung jener Materie leicht könne herunter beweget werden.

3) Theilet einen angenommenen Raum in ſo viele gleiche Theile, als es gefällig, und an dem feſten Körper, der ſich beweget, befeſtiget einen Zeiger, welcher anzeiget, in welchem Grad der feſte Körper erhoben oder herunter beweget worden, ſo iſt das Hygrometron fertig (§. 57.).

Anmerckung.

§. 60. Es ſind verſchiedene Arten von Materie möglich, woraus Hygrometra zu verfertigen (§. 58.). Erwehlet eine Materie, die euch gefällig, ſo werdet ihr ohne Umſchweiffe geſtehen, daß das weſentliche von einem Hygrometro in verſchiedenen Figuren könne verſtecket werden. Dieſes ſind die Gründe, woraus die verſchiedenen Arten von Hygrometris zu beurtheilen, welche Leupold in Theat. mach. aeroſt. Cap. VII. umſtändlich beſchrieben hat.

Der 2. Abschnitt.

Von der

Art und Weise, wie durch die Lufft Machinen zu bewegen.

Aufgabe.

§. 61.

Durch Hülffe der Lufft eine Last zu heben.

Auflösung.

1) Nehmet einen Körper, in welchem ihr die Lufft zusammen drücken könnet, und der sich, wenn die Lufft darin ist zusammen gedrücket worden, in die Höhe stehet. Z. E. eine grosse starcke Rinds-Blase. Tab. Aerom. Fig. 5.

2) An dem Gestelle, worin diese Blase soll gehänget werden, machet oben zwey Leisten DF, welche ihr mit Schrauben D und F zusammen setzen könnet, und die in der Mitte A, wo die Blase soll fest gebunden werden, einen Circul formiren.

3) In diesem Circul befestiget einen holen Cylinder oder abgekürtzten Kegel von Meßing AC mit einer Klappe, welche ihr in A mit der Zunge aufstossen könnet.

4) An dieser Klappe befestiget in der Blase einen elastischen Körper, der solche mit Gewalt wieder zudrücket, damit keine Lufft wieder heraus kan.

5) Unten an der Blase bey B befestiget eine proportionirliche Last, z. E. von 40. Pfund, so werdet ihr durch Hülffe der Lufft diese Last heben können.

Beweiß.

Denn, wenn ihr oben in A hinein blaset, so treibet die zusammengedrückte Lufft die Blase auseinander, und wird diese dadurch kürtzer. Da nun die zusammengedrückte Lufft nicht wieder heraus kan, so muß sie die Last, wenn sie nicht zu schwer, heben. Dann bestätiget die Erfahrung, daß ein Mann, der mit dem Munde die Blase aufbläset, 60. bis 100. Pfund heben kan, folglich könnet ihr hieraus die Proportion der Last beurtheilen.

Zusatz.

§. 62. Weil die zusammengedrückte Lufft aus der Blase, wenn sie nach vorgeschriebenen Regeln verfertiget, nicht wieder heraus kan, so könnet ihr, wenn die Last durch eine Blase nicht zu heben, viele nach vorgeschriebenen Regeln an dem Gestelle befestigen, und solche nach und nach aufblasen. Siehe Leupold in Theatr. mach. gen. Cap. XVIII. §. 292. ff.

Anmerckung.

§. 63. Ueberleget dasjenige, was von dem Druck der Lufft in dem ersten Abschnitt ausgeführet worden, so werdet ihr ohne ferneres Erinnern begreiffen können, wie eine Lufft-Presse zu verfertigen. Daher will nur noch etwas, von der Bewegung der Machinen durch den Stoß der Lufft, erklären.

Lehr-Satz.

§. 64. Soll der Wind einen Körper herumdrehen, so muß dessen Fläche schreg gegen den

den Wind stehen. Stösset aber der Wind auf die Fläche eines Körpers perpendiculär stossen, so kan er den Körper nicht anders bewegen, als daß er denselben vor sich her stösset.

Beweiß.

Der Körper, welcher von dem Stoß der Lufft in Bewegung gesetzet wird, muß sich nach derjenigen Direction bewegen, wohin er von der Lufft gestossen worden (§. 71. Dyn.). Wird er also von der Lufft perpendiculär gestossen, so kan er durch diesen Stoß in keine andere Bewegung gesetzet werden, als daß er vor der Lufft, und folglich vor dem Wind (§. 39.) vorhergehet. Und also ist unter diesen Umständen unmöglich, daß der Körper von dem Winde sollte umgedrehet werden. W. D. E.

Nehmet an, daß GDFE ein Körper, welcher bey B in eine Welle gestecket, in welcher er beweglich. Nehmet ferner an, daß der Wind an einem Theile der Fläche dieses Körpers CAGE schreg stosse. Sollte nun dieser Körper dem Stoß des Windes nicht hinreichend widerstehen können, so muß er denselben in Bewegung setzen (§. 71. Dyn.), und also die Seite CAGE nach der Gegend stossen, in welcher er seinem Stoß nicht weiter widerstehen kan. Wenn dieses geschehen, so kommt die andere Seite von dem Theil ADFG also zu stehen, daß sie von dem Winde schreg gestossen wird, und also muß diejenige Würckung wiederum erfolgen, welche zuvor bestimmet. Woraus erhellet, daß der Wind den Körper herum drehet. W. z. E. W. Tab. Aerom. Fig. 6.

Zu

Zuſatz.

§. 65. Es kan demnach aus dieſem Lehr-Satz der Bau von den Flügeln einer Wind-Mühle beurtheilet werden. Siehe Leupold in Theatr. Machin. gen. Cap. XVIII. §. 300. ff.

Anmerckung.

§. 66. Wer die Lehre vom Räder-Werck, vom Hebel, und von der Krafft des Windes, welche umſtändlich bis hieher erkläret worden, eingeſehen, der wird ohne ferneres Erinnern das Vermögen einer Wind-Mühle berechnen können.

ELEMENTA MVSICES

Oder

Erſte Gründe

Der

Wiſſenſchafft

Die Gröſſe in den Würckungen des Schalles zu erfinden.

Erſte Gründe der Wiſſenſchafft Von Erfindung der Gröſſe in den Würckungen des Schalles.

Lehr-Satz.

§. 1.

Der Schall wird durch die Lufft fortgepflanzet.

Beweiß.

Setzet auf den Teller der Lufft-Pumpe unter die gläſerne Glocke ein Geſtelle, an welchem eine andere Glocke, ſo von Metall gegoſſen, gehänget, und an die gläſerne Glocke machet oben eine Schraube, durch deren Bewegung der Hammer an jene Glocke zu bewegen. Schlaget mit dem Hammer an dieſe Glocke, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß der Schall nicht mehr ſo helle, als er in freyer Lufft geweſen. Pumpet aus der gläſernen Glocke nach und nach die Lufft, und ſchlaget den Hammer an jene Glocke, ſo wird ſich auch der Klang nach und nach verliehren, und nichts als ein bloſſes Geräuſche übrig bleiben, wenn die Lufft völlig ausgepumpet. Eröffnet den Hahn, und laſſet wiederum nach und nach in den Raum unter der gläſernen Glocke Lufft, ſo wird auch der Klang nach

und nach wieder zunehmen. Und alſo beſtätiget die Erfahrung, daß der Schall durch die Lufft fortgepflantzet werde. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 2. Es erhellet ferner aus dieſer Erfahrung, daß der Schall, welcher durch die dichte Lufft fortgepflantzet worden, weit ſtärcker, als welcher durch die dünne Lufft fortgepflantzet. Dieſes kan auch beſtätiget werden, wenn man die zuvor gebrauchte Glocke in einer zuſammengedrückten Lufft ſetzet.

2. Zuſatz.

§. 3. Folglich können die Inſtrumenten, durch deren Hülffe wir die Schwere und Dicke der Lufft beſtimmen, auch unter gewiſſen Umſtänden, die Stärcke in dem Schall zu beſtimmen, gebraucht werden.

Lehr-Satz.

§. 4. Der Schall wird durch eine zitternde Bewegung der Lufft fortgepflantzet.

Beweiß.

Setzet die Glocke auf einen höltzernen Tiſch, der gantz frey ſtehet, und neben derſelben ein Thee-Schälgen Queckſilber. Schlaget mit dem Hammer an die Glocke, ſo werdet ihr auf der oberen Fläche des Queckſilbers eine Bewegung, wie einen Wirbel ſehen. Daß der Grund von dieſer Bewegung, in der Bewegung der Lufft, welche den Klang verurſachet, ſolches lehren die Umſtände. Folglich muß man auch geſtehen, daß der Schall, durch eine zitternde Bewegung der Lufft, fortgepflantzet werde. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 5. Weil der Schall durch eine zitternde Bewegung der Lufft fortgepflantzet wird, und in einer Bewegung nichts zu unterſcheiden, als die Sache, welche beweget wird, die Ge-

Geſchwindigkeit und die Direction; ſo muß man behaupten, daß aus dieſen alle Veränderungen zu erklären ſind, welche bey der Gröſſe in den Würckungen des Schalles wahrgenommen werden.

Lehr-Satz.

§. 6. Wenn ein Körper einen Schall verurſachet, ſo iſt derſelbige ſtärcker, wenn viele, als wenn wenige Lufft in eine zitternde Bewegung geſetzet worden.

Beweiß.

In einer dichten Lufft iſt der Schall ſtärcker, als in einer dünnen (§. 2.). Verurſachet ein Körper einen Schall in einer dichten Lufft, ſo ſetzet er mehrere Lufft in eine zitternde Bewegung, als wenn er den Schall in einer dünnen Lufft verurſachet (§. 4.). Folglich muß der Schall ſtärcker ſeyn, wenn der Körper viele, als wenn er wenige Lufft in eine zitternde Bewegung geſetzet. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 7. Auch dieſes beſtätiget unmittelbar die Erfahrung, weil in einem Sprach-Rohr der Schall unten weit ſtärcker, als oben.

Lehr-Satz.

§. 8. Wenn ein Körper einen Schall verurſachet, ſo iſt der Schall feiner, wenn die Geſchwindigkeit in der zitternden Bewegung groß, als wenn dieſe klein.

Beweiß.

Eine Saite, welche ſcharff geſpannet, giebt einen feinern Thon, als wenn ſolche nicht ſo ſcharff geſpannet iſt. Da nun hier keine Veränderung vorgehet, als in der Geſchwindigkeit, in welcher die Saite die Lufft beweget, und eine Saite, welche ſcharff angeſpannet, eine gröſſere Geſchwindigkeit verurſachen muß, als welche nicht ſo ſcharff angeſpannet: ſo iſt klar, daß

der Schall, welchen ein Körper verurſachet, feiner, wenn die Geſchwindigkeit in der zitternden Bewegung der Lufft groß, als wenn dieſe klein. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 9. Ueberleget dasjenige, was in der Dynamic von der Erfindung der Gröſſe in der Geſchwindigkeit, ausgeführet worden, ſo werdet ihr begreiffen, wie die Grade in dem, was wir feine und grobe Töne nennen, zu beſtimmen.

Lehr-Satz.

§. 10. Ein feiner Schall wird ſo geſchwinde, als ein grober, und ein ſchwacher ſo geſchwinde, als ein ſtarcker fortgepflantzet.

Beweiß.

Stellet an einen Ort zwo Glocken, von welchen die eine grob und die andere fein klinget. Theilet den Raum, in welchem ihr den Klang von dieſen Glocken wohl vernehmen könnet, in gleiche Theile. Bemercket, durch Hülffe einer accuraten Uhr, die Zeit, in welcher ihr den Schall bey einem jedem Theil des Raums wahrnehmen könnet. Wenn dieſes, ſo werdet ihr finden, daß von beyden Glocken der Schall, er mag ſtarck oder ſchwach ſeyn, in doppelter Zeit, das Ende des zwiefachen, in dreyfacher, das Ende des dreyfachen Raums, und ſo weiter, erreichet. Folglich wird ein jeder Schall gleich geſchwinde fortgepflantzet. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 11. Hieraus erhellet 1) daß die Geſchwindigkeit, in welcher der Schall durch die Lufft fortgepflantzet wird, gleichförmig (§. 14. Dyn.). Siehe des Herrn Baron von Wolffs nützliche Verſuche dritten Theils Cap. II. §. 11. ff.

2. Zu-

2. Zuſatz.

§. 12. 2) Daß wir bey dem Schall die Geſchwindigkeit in der Fortpflantzung deſſelben, von der Geſchwindigkeit in dem Zittern der Lufft, unterſcheiden müſſen (§. 8. 10.).

Lehr-Satz.

§. 13. Der Schall gehet nach geraden Linien fort.

Beweiß.

Einen Redner können wir am allervernehmlichſten hören, wenn wir ihm gegen über ſtehen, und auf ſeinen Mund acht geben. Alſo müſſen wir behaupten, daß der Schall nach geraden Linien fortgepflantzet werde (§. 8. Geom.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 14. Wenn der Schall an eine Fläche ſtöſſet, die denſelben nicht durchläßt, ſo muß er in dem Winckel wieder zurück ſpringen, in welchem er angeſtoſſen.

Beweiß.

Der Schall wird durch eine zitternde Bewegung der Lufft fortgepflantzet (§. 4.). Wenn demnach der Schall an eine Fläche ſtöſſet, die denſelben nicht durchläßt, ſo muß die zitternde Bewegung der Lufft, das iſt der Schall, wieder zurück ſpringen (§. 71. Dyn.). Da nun der Schall nach geraden Linien fort gehet (§. 13.), ſo muß auch der Schall in dem Winckel wieder zurückſpringen, in welchem er angeſtoſſen (§. 73. Dyn.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 15. Hieraus laſſen die Würckung von der Reſonantz, von dem Echo, von den gebogenen Sprach-Röhren, von den Sprach-Gewölbern, und ſo weiter erkläret werden. Doch die Unterſuchung, von den Urſachen dieſer Würckungen, gehöret nicht zu meinem gegenwärtigen Abſicht.

Lehr-Satz.

§. 16. Die Fortpflantzung des Schalles durch das Zittern der Lufft iſt unmöglich, wenn unmöglich, daß dieſes Zittern in verſchiedenen Winckeln geſchehen könne.

Beweiß.

Soll der Schall durch das Zittern der Lufft fortgepflantzet werden, ſo muß durch dieſes Zittern, ſo wohl ein hoher, als ein tieffer Schall können fortgepflantzet werden. Soll dieſes ſeyn, ſo muß die Lufft im erſten Fall geſchwinder zittern, als im letzten (§. 8.). Dieſe Geſchwindigkeit in dem Zittern geſchiehet entweder in einer geraden Linie, die in einem fortgehet, oder in einer geraden Linie, welche hin und wieder gebogen (§. 13.). Iſt das erſte, ſo müſſen hohe und tieffe Schälle in gleicher Zeit gleiche Räume beſchreiben (§. 10.), und folglich muß die Geſchwindigkeit in dem Zittern der Lufft, wodurch dieſe Schälle fortgepflantzet werden, gleich ſeyn (§. 17. Dyn. §. 11. Muſ.). Da nun aber dieſes falſch (§. 8.); ſo iſt nöthig, daß wir das letzte behaupten, das iſt, wir müſſen geſtehen, daß dieſes Zittern in verſchiedenen Winckeln geſchehen könne (§. 27. Geom.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 17. Ueberleget dieſen Beweiß, und verknüpffet damit, was §. 8. feſtgeſetzet worden, ſo werdet ihr geſtehen, daß je höher der Schall, deſto kleiner der Winckel, in welchem die Lufft zittert.

Erklärung.

§. 18. Die Erfahrung lehret, daß in dem Schall verſchiedene Abwechſelungen, welche weder zu der Stärcke, noch zu der Schwäche des Schalles gehören, und welche nichts als beſtimmte Grade, in dem, was wir hoch und tieff bey einem Schalle nennen. Dieſe

beſtimmte

beſtimmte Grade in der Höhe und Tieffe eines Schalles werden Töne genennet.

Zuſatz.

§. 19. Es iſt demnach die Urſache von den verſchiedenen Tönen in dem Unterſcheid der Winckel zu finden, in welchen die Lufft zittert, um den Schall fortzupflantzen (§. 17.).

Anmerckung.

§. 20. Vielleicht verwundert man ſich über dieſe Theorie von den Tönen. Vielleicht verlanget man von mir, daß ich dieſe Winckel in der Erfahrung zeigen ſoll. Allein überleget den Beweiß, womit ich dieſe Theorie beſtätiget. Habe ich nicht aus richtigen Gründen richtig geſchloſſen? Will man nun der Vernunfft nicht ſo viel trauen, als der Erfahrung? Vielleicht giebt dieſer Lehr-Satz Gelegenheit auf Mittel zu gedencken, wodurch dieſe Winckel in der Erfahrung zu zeigen. Können verſchiedene Farben dadurch entſtehen, daß das Licht in verſchiedenen Winckeln gebrochen wird; warum ſoll denn dieſer Urſprung der verſchiedenen Töne unmöglich ſeyn. Vergleichet die übrigen Würckungen des Lichts mit den Würckungen des Schalles; ihr werdet bey allen eine vollkommene Aehnlichkeit finden. Warum ſoll man denn bey dieſer Würckung eine Ausnahme machen. Doch hievon bey einer andern Gelegenheit. Jetzo will ich nur einige Gründe ſuchen, durch deren Hülffe dieſe Winckel zu beſtimmen.

Lehr-Satz.

§. 21. **Die Verhältniß der Winckel in dem Zittern der Lufft, wodurch die Töne fortgepflantzet werden, muß durch die Verhältniß der Geſchwindigkeiten in dem Zittern der Lufft beſtimmet werden.**

Beweiß.

Der Grund von dem Unterſcheid der Winckel, in welchen die zitternde Lufft die Töne fortpflantzet, iſt in dem Unterſcheid der Geſchwindigkeit, womit die Lufft zittert, zu finden (§. 16. 19.). Folglich muß die Verhältniß dieſer Geſchwindigkeiten die Verhältniß der

geſetzten Winckel beſtimmen. (§. 23. 25. 38. A. M.) W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 22. Wenn zwo Saiten, ſo gleich dick, und gleich ſtarck gedehnet worden, Töne verurſachen, ſo verhalten ſich die Winckel in dem Zittern der Lufft, und alſo auch die Töne umgekehrt wie die Längen der Saiten.

Beweiß.

Man hat angemercket, daß eine Saite, welche 96. Schuh lang, und durch ein Gewicht gedehnet worden, ſich in einer Secunde einmahl auf und nieder beweget. Hat man in die Mitte einen Steg geſteckt, daß die Saite nur halb ſo lang geweſen, ſo hat ſie zweymahl in einer Secunde gezittert. Sie hat dieſe Bewegung viermahl verrichtet, wenn ſie viermahl kürtzer geweſen, und ſo weiter. Wenn demnach zwo Saiten, ſo gleich dick, und gleich ſtarck gedehnet worden, Töne verurſachen, ſo verhalten ſich die Geſchwindigkeiten in dem Zittern der Lufft umgekehrt wie die Längen der Saiten (§. 4. Dyn.). Da nun die Verhältniß dieſer Geſchwindigkeiten die Verhältniß der Winckel in dem Zittern der Lufft, und alſo auch die Verhältniß der Töne beſtimmet (§. 21. 19.); ſo müſſen ſich auch dieſe umgekehrt verhalten, wie die Längen der Saiten. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 23. Wo einerley Grund, da muß einerley folgen. Folglich kan überhaupt geſaget werden: wenn zwey elaſtiſche Körper, ſo gleich dicke, und gleich ſtarck gedehnet, Töne verurſachen, ſo verhalten ſich die Töne umgekehrt wie die Längen der Körper.

Lehr-Satz.

§. 24. Wenn zwo Saiten, ſo gleich lang, von ungleicher Dicke, und gleich ſtarck gedehnet worden,

den, Töne verurſachen, ſo verhalten ſich die Winckel in dem Zittern der Lufft, und alſo auch die Töne umgekehrt wie die Diameter von der Dicke der Saiten.

Beweiß.

Wenn zwo Saiten, ſo gleich lang, und gleich ſtarck gedehnet, aber von ungleicher Dicke, in eine zitternde Bewegung geſetzet werden, ſo widerſtehet der dicken Saite mehr Lufft als der dünnen (§. 1. Aero.). Folglich muß die Geſchwindigkeit in dem Zittern bey jener kleiner ſeyn als bey dieſer (§. 34. Dyn.). Dehnet zwo Saiten von dieſer Art gleich ſtarck, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß, wenn die eine Saite nochmahl ſo dick, als die andere, die dicke Saite einmahl auf und nieder fähret, wenn ſich die dünne zweymahl auf und nieder beweget: wenn die eine Saite dreymahl ſo dick, als die andere, die dicke Saite einmahl auf und nieder fähret, wenn ſich die dünne dreymahl auf und nieder beweget, und ſo weiter. Folglich verhalten ſich dieſe Geſchwindigkeiten in dem Zittern der Lufft umgekehrt wie die Dicken der Saiten (§. 4. Dyn.), oder umgekehrt, wie die Diameter von der Dicke der Saiten (§. 325. 280. Geom.). Und alſo verhalten ſich auch die Winckel in dem Zittern der Lufft, und folglich die Töne umgekehrt wie die beſtimmten Diameter (§. 21. 19.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 25. Wenn zwey elaſtiſche Körper, welche gleich lang, von ungleicher Dicke, und gleich ſtarck gedehnet worden, Töne verurſachen; ſo verhalten ſich die Töne umgekehrt wie die Diameter von der Dicke der Körper (§. 23.).

Lehr-Satz.

§. 26. Wenn zwo Saiten, ſo gleich lang, gleich dicke, und ungleich ſtarck ausgedehnet worden, Töne

Töne verurſachen, ſo verhalten ſich die Winckel in dem Zittern der Lufft, und alſo auch die Töne, wie die Stärcke, mit welcher die Saiten ausgedehnet worden.

Beweiß.

Die Saiten ſind elaſtiſche Körper, welche durch die Ausdehnung die Stärcke der ausdehnenden Krafft erhalten. Folglich muß die Stärcke der ausdehnenden Krafft der Saiten gleich ſeyn der Stärcke, womit ſie ausgedehnet worden (§. 179. Mech.). Weil nun dieſe Saiten gleich lang und gleich dicke, und die Geſchwindigkeit in dem Zittern gleichförmig (§. 11.), ſo müſſen ſich die Geſchwindigkeiten in dem Zittern dieſer Saiten zu einander verhalten wie ihre ausdehnende Kräffte (§. 48. Dyn. und §. 80. A. M.), und folglich, wie die Stärcke ihrer Ausdehnung. Woraus klar, daß ſich unter dieſen Beſtimmungen die Winckel in dem Zittern der Lufft, und alſo auch die Töne zu einander verhalten, wie die Stärcken, womit die Saiten ausgedehnet worden (§. 21. 19.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 27. Wenn zwey elaſtiſche Körper, welche gleich dicke, gleich lang, und ungleich ſtarck ausgedehnet worden, Töne verurſachen, ſo verhalten ſich die Töne, wie die Stärcke in den Ausdehnungen dieſer Körper (§. 23.).

Lehr-Satz.

§. 28. Wenn zwo Saiten, welche gleich lang, aber ungleich dick, und ungleich ſtarck ausdehnet, Töne verurſachen, ſo ſind dieſe Töne in einer zuſammengeſetzten Verhältniß, aus der Verhältniß in der Stärcke der Ausdehnung, und verkehrten Verhältniß der Diameter von der Dicke der Saiten.

Beweiß.

Es errege die Saite A, deren Dicke c, den Ton t, mit der Ausdehnung e. Eine andere Saite B, deren Dicke C, den Ton T, mit der Ausdehnung E. Und damit ihr in dieſen Veränderungen die Verhältniſſe beſtimmen könnet, ſo nehmet ferner an, daß auch B, deren Dicke C, den Ton s, mit der Ausdehnung e verurſache. Wenn nun A und B gleich lang, ſo iſt

s : t = Diam. c : Diam. C (§. 24.).

und weil B gleich dick

T : s = E : e (§. 26.).

Folglich iſt

sT : st = Diam. c, E : Diam. C, e (§. 218. pag. 172. b. α. 1. Rech.).

und alſo

T : t = Diam. c, E : Diam. C, e (§. 218. pag. 175. 2. Rech.).

Das iſt, die Töne ſind in einer zuſammengeſetzten Verhältniß, aus der Verhältniß in der Stärcke der Ausdehnung, und verkehrten Verhältniß der Diameter von der Dicke der Saiten. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 29. Wenn zwo Saiten, welche gleich dicke, aber ungleich lang, und ungleich ſtarck ausgedehnet, Töne verurſachen, ſo ſind dieſe Töne in einer zuſammengeſetzten Verhältniß, aus der Verhältniß in der Stärcke der Ausdehnung, und verkehrten Verhältniß der Länge der Saiten.

Beweiß.

Es errege die Saite A, deren Länge l, den Ton t, mit der Ausdehnung e. Eine andere Saite B, deren Länge L, den Ton T, mit der Ausdehnung E. Und damit ihr auch in dieſen Veränderungen die Verhältniſſe beſtimmen könnet, ſo nehmet ferner an, daß auch die

die Saite B, deren Länge L, den Ton s, mit der Ausdehnung e verurſache. Wenn nun A und B gleich dick, ſo iſt

s:t=l:L (§. 22.).

und weil B gleich dick

T:s=E:e (§. 26.).

Folglich iſt

sT:st=lE:Le (§. 218. pag. 172. b. a. 1. Rech.).

und alſo

T:t=lE:Le (§. 218. pag. 175. 2. Rech.).

Das iſt, die Töne ſind in einer zuſammengeſetzten Verhältniß, aus der Verhältniß der Stärcke in der Ausdehnung und verkehrten Verhältniß der Länge der Saiten. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 30. Wenn zwo Saiten, welche gleich ſtarck ausgedehnet, aber ungleich dick und ungleich lang, Töne erregen, ſo ſind dieſe Töne in einer zuſammengeſetzten Verhältniß, aus der verkehrten Verhältniß der Diameter von der Dicke und verkehrten Verhältniß der Längen dieſer Saiten.

Beweiß.

Es errege die Saite A, deren Dicke c, den Ton t, in der Länge l. Eine andere Saite B, deren Dicke C, den Ton T, in der Länge L. Damit ihr auch in dieſen Veränderungen die Verhältniſſe beſtimmen könnet, ſo nehmet ferner an, daß die Saite B, deren Dicke C, den Ton s in der Ausdehnung l errege. Wenn nun A und B gleich ſtarck ausgedehnet, ſo iſt

s:t=Diam. c:Diam. C (§. 24.).

und weil B gleich dick,

T:s=l:L (§. 22.).

Folglich iſt

sT:st=Diam. c, l:Diam. C, L (§. 218. p. 172. b. a. 1. Rech.).

und alſo T:t

T : t = Diam. c, l : Diam. C, L (§. 218. p. 175. 2. Rech.).

Das iſt, die Töne ſind in einer zuſammengeſetzten Verhältniß, aus der verkehrten Verhältniß der Diameter von der Dicke, und verkehrten Verhältniß der Längen dieſer Saiten. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 31. Weil aus einerley Grund einerley folget, ſo iſt klar, daß dieſe Lehr-Sätze unter den angegebenen Beſtimmungen von einem jeden elaſtiſchen Körper zu behaupten.

Anmerckung.

§. 32. Vergleichet mit dieſen Lehr-Sätzen, was §. 15. ff. Dyn. ausgeführet, ſo werdet ihr bald geſtehen, daß nach den Gründen der Mathematik noch vieles in der Verhältniß der Töne könne beſtimmet werden. Welches ich aber, weil jetzo nur die erſten Gründe der Mathematik unterſuche, einer anderen Gelegenheit überlaſſe.

Erklärung.

§. 33. Wenn verſchiedene Dinge mit einander übereinſtimmen, ſo entſtehet eine Vollkommenheit. Können wir dieſe Vollkommenheit durch die Sinne wahrnehmen, ſo wird ſie eine Schönheit genennet. Die Schönheit in der Verbindung der Töne heiſt der Wohlklang. Töne, welche in der Verbindung wohlklingen, heiſſen Conſonantien, und welche nicht wohlklingen, Diſſonantien.

Lehr-Satz.

§. 34. Sollen verſchiedene Dinge in einer ſchönen Verhältniß ſtehen, ſo muß man durch die Sinne erkennen können, wievielmahl die Gröſſe des einen, in der Gröſſe des andern enthalten.

Beweiß.

In der Verhältniß verſchiedener Dinge iſt keine andere Vollkommenheit möglich, als daß die Gröſſe des

einen

einen, ein oder etliche mahl in der Gröſſe des andern enthalten (§. 25. ſ. A. M. und §. 33. Muſ.). Folglich iſt eine Verhältniß ſchön, wenn wir durch die Sinne erkennen können, wie vielmahl die Gröſſe des einen, in der Gröſſe des andern enthalten (§. 33.). W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 35. Je leichter demnach durch die Sinne zu erkennen, wie vielmahl die Gröſſe des einen, in der Gröſſe des andern enthalten, deſto gröſſer iſt die Schönheit in der Verhältniß dieſer Dinge.

2. Zuſatz.

§. 36. Woraus zugleich erhellet, daß der Wohlklang um deſto gröſſer, je leichter man durch das Gehör wahrnehmen kan, wie vielmahl der eine Ton in dem andern, welcher mit jenem verknüpffet, enthalten iſt (§. 33. 34.).

3. Zuſatz.

§. 37. Und dieſes beſtätiget, daß die Conſonantien ſolche Töne, deren Verhältniß durch die kleinſten Zahlen auszudrücken, z. E. 1 : 2. 1 : 3. und ſo weiter.

Anmerckung.

§. 38. Doch ich will den Muſicverſtändigen keine Geſetze vorſchreiben. Es erfodert dieſes nicht meine gegenwärtige Abſicht. Es iſt genug, daß ich aus mathematiſchen Gründen dasjenige gefolgert, woraus ſo wohl die Gröſſe in dem Schall, als auch in der Veränderung des Schalles zu beurtheilen. Sollten es meine Geſchäffte erlauben, ſo werde bey einer andern Gelegenheit mit dem, was bishieher ausgeführet, die Regeln von der Empfindung, von der Einbildung, und von den Affecten verknüpfen, und daraus die Geſetze folgern, wornach die Töne zu verknüpffen, und in der Verknüpffung zu verändern, wenn der Wohlklang vollſtändig ſoll erhalten, und die Affecten durch die Muſic ſollen erreget werden.

ELE-

ELEMENTA HYDROSTATICES

Oder

Erste Gründe

Von

Erfindung der Grösse

in den

Würckungen der Schwere der flüßigen Materie

insbesondere aber

des Wassers.

Erſte Gründe
Von
Erfindung der Gröſſe in den Würckungen der Schwere flüßiger Körper
insbeſondere aber
des Waſſers.

Lehr-Satz.

§. 1.

Wenn zwo Röhren, da ein flüßiger Körper aus einer in die andere kommen kan, mit einer flüßigen Materie von einerley Art z. E. mit Waſſer gefüllet werden; ſo muß daſſelbe in der einen Röhre ſo hoch, als in der andern ſtehen. Canales communicantes.

Beweiß.

Dieſe Röhren ſind entweder gleich weit, oder nicht. In beyden Fällen ſtehen entweder die Röhren perpendiculär, oder eine ſtehet perpendiculär und die andere ſchieff, oder beyde Röhren ſind ſchieff geſetzet. Folglich ſind ſechs Fälle möglich, von welchen dieſer Satz zu beweiſen, wenn er ſoll allgemein ſeyn. Daher ſchlieſſe: Wenn zwey Körper mit gleich ſtarcker Krafft, nach entgegen geſetzter Richtung aneinander

drücken, so bleiben sie in Ruhe (§. 34. Dyn.). Stehet das Wasser in der einen Röhre so hoch, als in der andern, so drückt es in der einen Röhre so starck, als in der andern. Folglich muß das Wasser in einem waagerechten Stande bleiben. Den Untersatz zu beweisen, zergliedert alle Fälle.

Tab. Hydrost. Fig. 1. Erster Fall. Wenn die Röhren beyde gleich weit und perpendiculär stehen. Nehmet an, daß in der Röhre AB das Wasser einen Schuh fallè, so muß in der Röhre DC, weil diese mit jener gleich weit, eben so viel Wasser, einen Schuh steigen. Nehmet ferner an, daß in der Röhre AB ein Schuh Wasser 1. Pfund schwer. Folglich steigt in der Röhre DC 1. Pfund Wasser einen Schuh, wenn in der Röhre AB 1. Pfund Wasser einen Schuh fällt. Und also ist die steigende und fallende Krafft gleich (§. 17. 48. Dyn.). Woraus erhellet, daß das Wasser, wenn es in diesen beyden Röhren gleich hoch steiget, nach entgegengesetzter Richtung gleich starck drücket (§. 63. Dyn.).

Fig. 2. Zweyter Fall. Wenn die Röhren beyde gleich weit, und die eine perpendiculär, die andere aber schief stehet. Sollte das Wasser in der Röhre AB fallen, so muß es in der schiefen Röhre CD steigen. Folglich beweget das Wasser in der Röhre AB, das Wasser in der Röhre CD auf einer schiefliegenden Fläche (§. 57. Mech.), so daß die Directions-Linie mit der Länge der Fläche CD parallel gehet. Folglich verhält sich die fallende Krafft des Wassers in der Röhre AB, zu der steigenden Krafft des Wassers in der Röhre CD, wie sich verhält die Länge der Fläche CD zu der Höhe CH (§. 124. Mech.). Und also ist die Krafft des Wassers in der Röhre CD so groß, als die Krafft des Wassers in der Röhre CH, wenn es in beyden gleich hoch stehet. Wenn demnach das Wasser

in

in der Röhre CD, und das Waſſer in der Röhre AB gleich hoch ſtehet, ſo müſſen ſie nach entgegengeſetzter Richtung gleich ſtarck drücken. (erſter Fall.).

Dritter Fall. Wenn die Röhren beyde gleich weit, und beyde ſchief ſtehen. Aus dem zweyten Fall erhellet, daß das Waſſer in der Röhre AB ſo ſtarck, als in der Röhre BH, und das Waſſer in der Röhre CD ſo ſtarck, als in der Röhre CI drücket. Da nun das Waſſer in der Röhre BH und das Waſſer in der Röhre CI gleich ſtarck gegeneinander drücket, wenn es in beyden Röhren gleich hoch ſtehet (vermöge des erſten Falls); ſo muß auch das Waſſer in der Röhre AB, und das Waſſer in der Röhre CD, wenn es in beyden gleich hoch ſtehet, gleich ſtarck gegeneinander drücken. Fig. 3.

Vierter Fall. Wenn die Röhren ungleich weit, und beyde perpendiculär ſtehen. Es ſey die Grund-Fläche der Röhre BA viermahl ſo groß, als die Grund-Fläche der Röhre DC. Unter dieſer Beſtimmung nehmet an, daß in der groſſen Röhre AB das Waſſer von E nach O, nemlich einen Schuh falle, ſo muß dieſes Waſſer in der Röhre CD auf 4. Schuh ſteigen (§. 323. Geom. §. 205. Rech.). Wenn demnach in der groſſen Röhre 4. Pfund durch 1. Schuh beweget werden, ſo beweget ſich in der kleinen Röhre 1. Pfund durch 4. Schuh. Da nun ſo viele Krafft erfodert wird, 4. Pfund durch 1. Schuh zu bewegen, als erfodert wird, wenn man in gleicher Zeit 1. Pfund durch 4. Schuh bewegen will (§. 79. Mech.), ſo erhellet auch in dieſem Fall, daß das Waſſer in der Röhre AB und in der Röhre DC gleich ſtarck gegeneinander drücket, wenn es in beyden Röhren gleich hoch ſtehet. Fig. 4.

Verbindet mit dieſem Fall dasjenige, was in dem zweyten und dritten Fall erwieſen worden, ſo werdet ihr ſo gleich geſtehen, daß ein gleiches zu behaupten, wenn beyde Röhren ungleich weit, und entweder die eine perpendiculär und die andere ſchieff, oder beyde ſchieff ſtehen. Es iſt demnach allgemein, daß in der einen Röhre das Waſſer ſo hoch, als in der andern ſtehen müſſe. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 2. Vielleicht wird man einwenden, daß noch andere Fälle von ſolchen Röhren möglich, von welchen dieſer Lehr-Satz noch nicht erwieſen. Z. E. wenn beyde Röhren zwar ſchieff, aber in verſchiedenen Winckeln ſtehen; wenn die Röhren gebogen, und ſo weiter. Wer aber den Beweiß genau überleget, der wird leicht geſtehen, daß er auch hinreichend, den Lehr-Satz bey dieſen Röhren zu beſtätigen.

1. Zuſatz.

§. 3. Hieraus erhellet 1) daß die Fläche einer flüßigen Materie, in ihren natürlichem Zuſtand, allezeit waagerecht.

2. Zuſatz.

§. 4. 2) Daß aus ſolchen Röhren eine Waſſer-Waage zu verfertigen, mit welcher eine Gegend abzuwägen (§. 85. 86. Mech.).

3. Zuſatz.

§. 5. 3) Daß man bey dem Druck einer flüßigen Materie nicht allein auf ihre Schwere, ſondern auch auf ihre Höhe und auf die Grundfläche, welche ihrem Druck widerſtehet, zu ſehen habe.

Anmerckung.

Tab. Hydroſt. Fig. 5.

§. 6. Es kan auch dieſes noch auf folgende Art durch die Erfahrung beſtätiget werden. Laſſet einen Kaſten von Holtz machen ABCD, welcher inwendig wohl ausgepichet, damit kein Waſſer hindurch dringen kan. Setzet in der einen Seite eine lange Röhre von Blech FDE feſt verpichet, daß weder Luft

noch

noch Waſſer hindurch kan. Füllet ſo wohl das Faß, als auch die Röhre mit Waſſer, ſo werdet ihr finden, daß, wenn das Waſſer in der Röhre DE höher ſtehet, als in dem Kaſten, das Waſſer in der Röhre DE den Boden des Kaſtens DCHI in die Höhe hebet, wenn er gleich mit einer groſſen Laſt beſchweret worden.

Lehr-Satz.

§. 7. Wenn zwo Röhren, daraus der flüßige Körper aus einer in die andere kommen kan, mit flüßigen Materien von verſchiedener ſpecifiſchen Schwere gefüllet werden; ſo ſind die Höhen von dieſen Materien in einer verkehrten Verhältniß ihrer ſpecifiſchen Schwere, wenn ſie in Ruhe ſtehen.

Beweiß.

Es iſt bekannt, daß Queckſilber 14. mahl ſo ſchwer, als gleich viel gemeines Waſſer. Füllet in die eine Röhre AB Queckſilber, und in die andere Röhre DC gemeines Waſſer. Nehmet an, daß in der Röhre AB ein Schuh Queckſilber 14. Pfund, ſo iſt ein Schuh Waſſer in der Röhre DC 1. Pfund. Sollen nun in der Röhre AB 14. Pfund Queckſilber 1. Schuh fallen, ſo muß in der Röhre CD 1. Pfund Waſſer 14. Schuh ſteigen, woferne die Kräffte dieſer flüßigen Körper gleich ſeyn ſollen (§. 18. 48. Dyn.). Weil nun dieſe Kräffte gleich ſeyn müſſen, woferne die Körper in Ruhe ſtehen ſollen, und aus dem §. 1. erhellet, daß von allen Röhren gleiches zu behaupten, ſo iſt klar, daß ſich die Höhe des Waſſers zur Höhe des Queckſilbers verhalten müſſe, wie ſich die ſpecifiſche Schwere des Queckſilbers zur ſpecifiſchen Schwere des Waſſers verhält, wenn nemlich dieſe Körper in den Röhren in Ruhe ſtehen ſollen. W. Z. E. W.

Tab. Hydroſt. Fig. 1.

Zuſatz.

§. 8. Es kan demnach, durch Hülffe ſolcher Röhren, die ſpecifiſche Schwere einer flüßigen

Materie in Anſehung einer andern gefunden werden.

Lehr-Satz.

§. 9. Eine Lufft-Säule, deren Diameter 1′, kan unter gewiſſen Umſtänden 1557½ Pfund ſchwer ſeyn.

Beweiß.

Die Lufft kan unter gewiſſen Umſtänden das Waſſer in einer Röhre bey nahe 32. Rheinländiſche Schuhe hoch halten (§. 20. Aerom.). Wenn ihr demnach die Grund-Fläche der Lufft-Säule durch die Höhe des Waſſers, ſo ihr die Waage hält, das iſt, durch 32. Rheinländiſche Schuhe multipliciret, ſo iſt das Factum der körperliche Innhalt einer Waſſer-Säule, die mit der Lufft-Säule einerley Schwere hat (§. 1. Hydr. §. 323. Geom. §. 10. Mech.). Da ihr nun leicht erfahren könnet, wie ſchwer ein Cubic-Schuh Waſſer, ſo nehmet an, daß der Diameter der Lufft-Säule 1′, ſo werdet ihr durch die Regel Detri finden, daß die Schwere dieſer Lufft-Säule, unter geſetzten Umſtänden, 1557½ Pfund. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 10. Die Rechnung iſt folgende:

Es ſey der Diameter von der Grund-Fläche der Lufft-Säule = 1′ = 100‴, ſo iſt die Grund-Fläche = 7850‴.

Die Höhe der Waſſer-Säule iſt bey nahe 32′, folglich nehmet dieſe, um die Brüche zu vermeiden = 31′ = 3100‴.

Wenn ihr nun die Grund-Fläche = 7850‴ mit der Höhe = 3100‴ multipliciret, ſo iſt der Innhalt der Waſſer-Säule = 24335000‴ (§. 323. Geom.).

Nun iſt die Schwere von einem Cubic-Schuh = 1000″ Waſſer = 64. Pfund; folglich ſprechet:

1000″ : 64. Pfund = 24335 : 1557½ Pfund, welches die Schwere der Lufft-Säule.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 11. Die flüßige Körper drücken nicht nur herunter, sondern auch nach allen Gegenden, und zwar immer mehr, je gröſſer die Tieffe, welche in denselbigen angenommen wird.

Beweiß.

Lasset einen holen Cylinder von Glaß machen AB, und füllet denselben mit Wasser. Nehmet eine hole gläserne Röhre DE, und bindet an dieselbe unten eine Blase C, so daß keine Lufft hinein kan. Füllet diese Blase mit einem gefärbten Wasser. Wird nun diese Röhre ED ins Wasser gesencket, so werdet ihr sogleich sehen, wie das Wasser diese Blase drücket, und das gefärbte Wasser hinauf treibet, und zwar so, daß das gefärbte Wasser immer höher steiget, je tieffer die Blase ins Wasser gesencket wird. Versuchet dieses auch mit andern flüßigen Körpern, so werdet ihr gleiche Würckungen wahrnehmen. Folglich bestätiget die Erfahrung, daß die flüßigen Körper nicht nur herunter, sondern auch nach allen Gegenden drücken, und zwar nach dem Grad der Tieffe, welche in denselbigen angenommen wird. W. Z. E. W. Tab. Hydrost. Fig. 6.

Zusatz.

§. 12. Hierdurch wird abermahl bestätiget, das wir bey bestimmung der Gröſſe, mit welcher flüßige Körper drücken, so wohl auf ihre Höhe, als auch auf die Grund-Fläche, welche dem Druck widerstehet, sehen müssen.

Lehr-Satz.

§. 13. Wenn ein Körper in eine flüßige Materie eingetauchet wird, so verlieret er so viel von seiner Krafft herunter zu drücken, das ist, von seiner Schwere, als die flüßige Materie wieget, die er ausgejaget.

Beweiß.

Ein Körper verlieret so viel von seiner Krafft herunter zu drücken, als ihm in diesem Druck widerstanden wird (§. 54. Dyn.). Die flüßige Materie, in welche ein Körper getauchet wird, widerstehet diesem Druck des Körpers (§. 11.). Folglich muß der eingetauchte Körper so viel von diesem Druck verlieren, als die flüßige Materie widerstehen kan, die er ausgejaget. Nun hat die flüßige Materie der Schwere derjenigen widerstanden, welche von dem eingetauchten Körper ausgejaget worden (§. 10. Mech. §. 54. Dyn.). Folglich muß der eingetauchte Körper so viel von seiner Krafft herunter zu drücken, das ist, von seiner Schwere verlieren, als die flüßige Materie wieget, die er ausgejaget. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 14. Der eingetauchte Körper hat mit der flüßigen Materie entweder einerley specifische Schwere, oder er ist specifice schwerer, oder specifice leichter, als die flüßige Materie. Ist das erste, so muß der Körper in der flüßigen Materie hängen bleiben, wenn er gantz eingetauchet. Ist der eingetauchte Körper specifice schwerer, als die flüßige Materie, so muß er in der flüßigen Materie mit so viel Krafft niedersincken, als übrig bleibet, wenn dasjenige von seiner Schwere subtrahiret worden, was er in der flüßigen Materie verlohren. Wenn endlich der eingetauchte Körper specifice leichter, als die flüßige Materie, so kan er nicht tiefer in diese sincken, als bis er so viel von der flüßigen Materie ausgejaget, welche mit ihm gleich schwer ist (§. 10. Mech. §. 54. Dyn.).

2. Zusatz.

§. 15. Hieraus erhellet:

1) Ein

1) Ein Körper von einer leichtern Art verlieret in einer flüßigen Materie einen gröſſern Theil von ſeiner Schwere, als ein Körper von einer ſchwerern Art, wenn beyde in Anſehung ihrer Ausdehnung gleich. Z. E. ein Cubic-Schuh Eiſen verlieret im Waſſer ſo viel von ſeiner Schwere, als ein Cubic-Schuh Bley. Nun aber iſt ein Cubic-Schuh Bley ſchwerer, als ein Cubic-Schuh Eiſen. Folglich verlieret dieſer mehr von ſeiner Schwere, als jener.

3. Zuſatz.

§. 16. 2) Wenn zwey Körper von ungleicher ſpecifiſchen Schwere in der Lufft einander die Waage halten, ſo verlieren ſie dieſen waagerechten Stand, ſo bald ſie in eine flüßige Materie gehänget, weil der Körper von der ſchwereren Art einen Ausſchlag geben muß.

4. Zuſatz.

§. 17. 3) Ein Körper muß mehr von ſeiner Schwere in einer flüßigen Materie von einer ſchwereren, als von einer leichteren Art verlieren. Z. E. Bley muß mehr im Waſſer als im Weine verlieren.

5. Zuſatz.

§. 18. 4) Zwey Körper von einerley Art und Gröſſe bleiben nicht im waagerechten Stand, wenn ſie in flüßige Materien von verſchiedener ſpecifiſchen Schwere gehangen werden. Und der Körper muß ſich in der flüſſenden Materie von der leichtern Art tieffer eintauchen, als in der von einer ſchwereren Art. Oder je näher die Schwere des Körpers zu der Schwere der flüßigen Materie, je tieffer tauchet ſich derſelbige ein. Dieſes iſt der Grund von den Waſſer- Wein- und Bier-Proben, wovon im folgenden.

6. Zu-

6. Zuſatz.

§. 19. 5) Die ſpecifiſche Schwere einer flüſſigen Materie verhält ſich zu der ſpecifiſchen Schwere eines andern Körpers, wie der Theil der Schwere, welchen dieſer in der flüßigen Materie verlohren, zu der gantzen Schwere dieſes Körpers. Z. E. die ſpecifiſche Schwere des Waſſers verhält ſich zur ſpecifiſchen Schwere des Bleyes, wie der Theil der Schwere, welchen ein Cubic-Schuh Bley im Waſſer verlieret, zu der gantzen Schwere von einem Cubic-Schuh Bley.

7. Zuſatz.

§. 20. 6) Wenn ſich ein Körper z. E. um den vierten Theil in eine flieſſende Materie eintauchet, ſo wieget der vierte Theil von der flieſſenden Materie ſo viel, als der gantze Körper, welcher eingetauchet worden (§. 13.). Wenn ihr demnach vier Theile von der flieſſenden Materie nehmet, das iſt, ſo viel als der gantze Raum des eingetauchten Körpers faſſen kan, ſo muß dieſe flieſſende Materie viermahl ſo viel, als der gantze Körper wiegen. Woraus klar, daß ſich die Schwere eines Körpers zu gleichviel flüßiger Materie verhält, wie der eingetauchte Theil zu ſeiner gantzen Gröſſe.

8. Zuſatz.

§. 21. 7) Soll eine flieſſende Materie einen Körper, der *ſpecifice* leichter iſt, von dem Boden eines Faſſes heben, ſo muß von der flieſſenden Materie ſo viel in das Faß gegoſſen werden, daß ſie über den Theil des Körpers gehet, welcher ſich in ihr eintauchet, wenn das Gefäſſe voll iſt.

Auf-

Aufgabe.

§. 22. Aus der gegebenen Schwere eines Cubic-Schuhes von einer flieſſenden Materie z. E. Waſſers und der Gröſſe des eingetauchten Theils eines feſten Körpers, die Schwere des ganzen Körpers zu finden.

Auflöſung.

Der eingetauchte Körper wieget ſo viel, als das Waſſer, welches dem eingetauchten Theile in Anſehung des Raums gleich iſt (§. 13.). Wenn ihr demnach ſprechet:

Ein Cubic-Schuh Waſſer: zur Schwere von einem Cubic-Schuh Waſſer = der eingetauchte Theil des Körpers: zu der Schwere des ganzen Körpers;

ſo werdet ihr finden, was verlanget worden.

Z. E. ein Cubic-Schuh Waſſer wieget 72. Pfund, der eingetauchte Theil ſey 740'. Daher ſprechet:

1' : 72. Pfund = 740' : 53280' Pfund.

Aufgabe.

§. 23. Die Schwere einer jeden flüßigen Materie *hydroſtatice* zu finden.

Auflöſung.

Ihr ſollt z. E. die Schwere des Waſſers in einem Teich hydroſtatice finden.

1) Hänget in das Waſſer z. E. einen Cubic-Schuh Bley, und mercket, wieviel er von ſeiner Schwere verlieret, z. E. 72 Pfund, ſo wiſſet ihr, wieviel ein Cubic-Schuh von dem gegebenen Waſſer wieget (§. 13.).

2) Suchet durch Hülffe der Geometrie den körperlichen Innhalt von dem Teich, dieſer ſey 684'.

3) So

3) So könnet ihr durch die Regel Detri finden, daß die Schwere des Waſſers in dem Teich 49248. Pfund.

Zusatz.

§. 24. Ist euch die Schwere des Waſſers in dem Teich gegeben, so könnet ihr auf gleiche Art den körperlichen Innhalt des Teiches finden, indem ihr sprechet:

72. Pfund : 1′ = 49248. Pfund : 684.

Aufgabe.

§. 24. Die Verhältniß der specifischen Schwere von verschiedenen flüßigen Materien zu finden.

Auflösung.

Hänget in die flüßigen Materien einen festen Körper von gleicher Gröſſe und Schwere, und suchet, wieviel er in einer jeden flüßigen Materie von seiner Schwere verlieret. Die Verhältniß von diesem Verlust ist die Verhältniß von den specifischen Schweren der gegebenen flüßigen Materien (§. 13. 17.).

Z. E. Ein Cubic-Schuh von einer gewissen Art Steine hat im gemeinen Waſſer verlohren 72. Pfund, und im Oel 66. Pfund. Folglich verhält sich die specifische Schwere des Waſſers zur specifischen Schwere des Oels = 72 : 66 = 12 : 11.

Anmerckung.

§. 25. Daß diese Aufgabe auch durch gebogene Röhren, welche unten eine Communication mit einander haben, aufzulösen, solches erhellet aus dem §. 8.

Aufgabe.

§. 26. Es soll ein Körper in eine flüßige Materie geleget werden, und ihr sollt die Gröſſe des

des Theils suchen, um welchen er sich in dem Wasser eintauchen wird.

Auflösung.

Weil sich die Schwere eines Cubic-Schuhes von der gegebenen flüßigen Materie zu der Grösse eines Cubic-Schuhes verhält, wie die Schwere des einzutauchenden Körpers zu der Grösse des Theils, um welchen er sich eintauchet (§. 13. 14); so ist klar, daß ihr, diese Aufgabe aufzulösen, suchen müsset

1) Die Schwere von einem Cubic-Schuh der gegebenen flüßigen Materie (§. 22.).

2) Die Schwere von dem einzutauchenden Körper (§. 90. Mech.).

3) Und hieraus könnet ihr durch die Regel Detri die verlangte Grösse des einzutauchenden Theiles finden.

Aufgabe.

§. 27. Es wird ein Körper in eine flüßige Materie, welche *specifice* leichter, geschencket; ihr sollt die Krafft suchen, mit welcher der Körper unter der flüßigen Materie zu halten, oder welches gleichviel mit welcher er in die flüßige Materie niedersteigen wird.

Auflösung.

Indem der Körper so viel von seiner Schwere verlieret, als die flüßige Materie wieget, so er ausgesaget (§. 13.), so erhellet, daß diese Aufgabe auf folgende Art aufzulösen.

1) Suchet die Grösse und Schwere des einzusenckenden Körpers.

2) Suchet wie schwer die gegebene flüßige Materie, wenn sie mit dem Körper in Ansehung des Raums gleich (§. 22.).

3) Diese Schwere subtrahiret von jener; so habt ihr die verlangte Grösse der Krafft gefunden (§. 14.).

1. Zusatz.

§. 28. Hieraus erhellet ferner, wie die Grösse der Krafft zu finden, die erfodert wird, einen Körper unter einer flüßigen Materie, der specifice leichter ist, aufzuheben.

2. Zusatz.

§. 29. Verändert die Gesetze in dieser Auflösung also, wie es der §. 14. erfodert, so werdet ihr auf gleiche Art finden können, mit wieviel Krafft ein Körper, der specifice leichter als eine flüßige Materie, unter derselbigen zu halten,

Lehr-Satz.

Tab. Hydrost. Fig. 7.

§. 30. Wenn ein Gefässe AB, das voll Wasser ist, bis an die Linie AC sich eintauchet, so ist die Krafft, welche das leere Gefässe bis an die Linie AC eingetauchet erhalten kan, derjenigen gleich, womit das volle in der Lufft könne gehalten werden.

Beweiß.

Die Krafft, welche das leere Gefässe bis an die Linie AC eingetauchet erhalten soll, muß derjenigen gleich seyn, womit sich das volle Gefässe bis an die Linie AC eintauchet (§. 34. Dyn.). Die Krafft, womit sich das volle Gefässe bis an die Linie AC eintauchet, ist der Schwere des vollen Gefässes gleich (§. 13.). Die Krafft, welche das volle Gefäß in freyer Lufft erhalten soll, muß der Schwere des vollen Gefässes gleich seyn (§. 34. Dyn. §. 10. Mech.). Folglich muß die Krafft, welche das leere Gefässe bis an die Linie AC in dem Wasser eingetaucht erhalten soll, derjenigen gleich seyn, womit das volle Gefässe in der Lufft könne gehalten werden (§. 20. A. M.). W. Z. E. W.

Erklärung.

§. 31. Ein Instrument, durch dessen Hülffe die specifische Schwere einer flüßigen Materie zu bestimmen, heist eine hydrostatische Waage.

1. Zu-

1. Zusatz.

§. 32. Wird ein fester Körper, welcher specifice leichter, als eine gegebene flüßige Materie, in dieselbige gesencket, so taucht er sich mehr ein, wenn die flüßige Materie von einer leichteren, als wenn diese von einer schwereren Art ist (§. 14.). Folglich kan durch den Grad des Eintauchens eines festen Körpers die specifische Schwere einer flüßigen Materie bestimmet werden. Wir können demnach durch diesen Satz auf Wege geführet werden, hydrostatische Waagen zu verfertigen.

2. Zusatz.

§. 33. Sollen hydrostatische Waagen nach diesem Lehr-Satz verfertiget werden, so ist leicht zu begreiffen,

1) Daß sie aus einer solchen Materie zu machen, welche durch die Feuchtigkeit ihre Schwere nicht verändert.

2) Daß sie um desto vollkommener, je leichter wir den Grad, in welchem sie sich eingetauchet, bestimmen können.

Anmerckung.

§. 34. Nach diesen Lehr-Sätzen können alle hydrostatische Waagen beurtheilet werden, von deren Verfertigung Leupold im Theatro hydrost. Cap. VI. umständlich geredet.

Aufgabe.

§. 35. Es wird ein Körper gegeben, welcher aus der Vermischung verschiedener Materien verfertiget, ihr sollt durch Hülffe der hydrostatischen Grund-Gesetze finden, wieviel von einer jeden Materie in dem Körper vorhanden.

Auflösung.

Ihr sollt z. E. suchen, wieviel Zinn und Bley in einem Klumpen von 120. Pfund, welcher aus Zinn und Bley zusammen vermischet.

1) Suchet durch die Erfahrung, wieviel z. E. ein

Pfund von den beyden Materien, ohne der Vermiſchung, in der gegebenen flüßig. Materie, z. E. im Waſſer, von ſeiner Schwere verlieret. Und alsdenn ſuchet durch die Regel Detri, wieviel der gegebene Klumpen im Waſſer verlieren würde, wenn er allein Zinn oder Bley.

Z. E. 37. Pfund Zinn verlieret im Waſſer 5. Pfund, folglich würde dieſer Klumpen, wenn er von Zinn, $\frac{600}{37}$ Pfund verlieren. Ferner 23. Pfund Bley verlieret im Waſſer 2. Pfund. Sollte demnach dieſer Klumpen von Bley ſeyn, ſo würde er $\frac{240}{23}$ Pfund verliehren.

37 : 5 = 120 : $\frac{600}{37}$; 23 : 2 = 120 : $\frac{240}{23}$; $\frac{600}{37} - \frac{240}{23} = \frac{13800}{851}$

2) Subtrahiret das kleinere verlohrene Gewicht von dem gröſſern, ſo zeiget der Unterſcheid, wieviel die Materie von der leichteren Art mehr von ihrer Schwere verlieret, als die Materie von der ſchwereren Art. Z. E.

$$\frac{600}{37} - \frac{240}{23} = \frac{13800}{851} - \frac{8880}{851} = \frac{4920}{851}.$$

3) Suchet wieviel der gegebene Klumpen im Waſſer verlieret, und ſubtrahiret von dieſem das Gewichte, welches die Materie von der ſchwereren Art verlieren würde. Dieſer Unterſcheid zeiget, wieviel der Körper mehr, als die ſchwere Materie verlieret. Z. E. der Klumpen verlieret 14. Pfund, alſo

$$14 - \frac{8880}{851} = \frac{11914}{851} - \frac{8880}{851} = \frac{3034}{851}.$$

4) Suchet zu dem erſten Unterſcheide, der Schwere des gegebenen Körpers, und dem andern Unterſcheide die vierte Proportional-Zahl, ſo iſt dieſe das Gewichte der Materie von der leichteren Art. Z. E.

$$4920 : 3034 = 120 : 74 \text{ Pfund.}$$

5) Subtrahiret dieſes von dem gantzen Gewichte des gegebenen Klumpens, ſo iſt der Unterſcheid das Gewichte der Materie von der ſchwereren Art. Z. E.

$$120 - 74 = 46 \text{ Pfund.}$$

Anmerckung.

§. 36. Wie dieſe Aufgabe durch Inſtrumenten und Geometrice aufzulöſen, ſolches hat Leupold im Theatro hydroſt. Cap. VII. p. 224. ſ. vollſtändig beſchrieben.

TAB. Aerom.

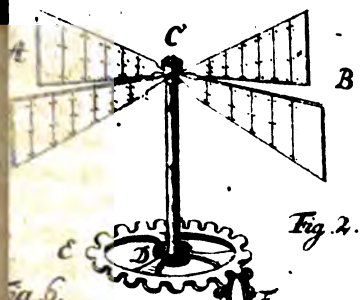


Fig. 2.

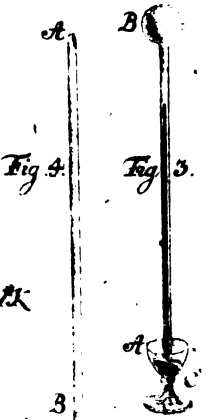


Fig. 4. Fig. 3.

Fig. 6.

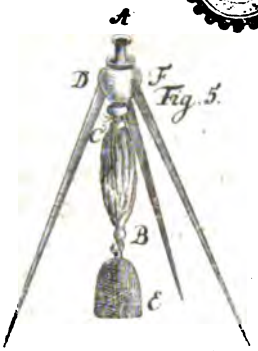


Fig. 5.

Fig. 1.

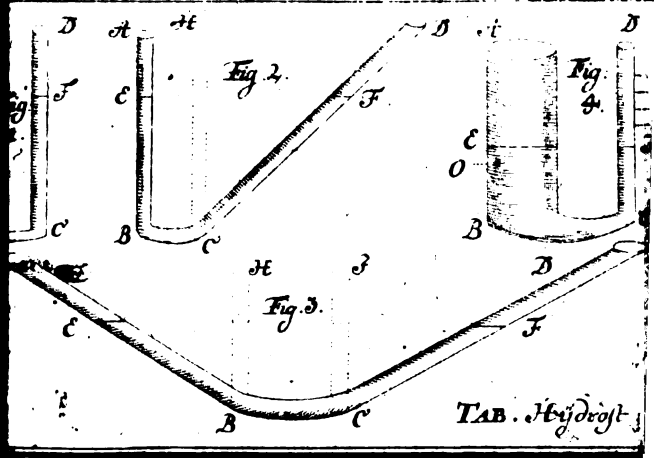


Fig. 2. Fig. 4. Fig. 3.

TAB. Hydrost.

Pfund von den beyden Materien, ohne der Vermischung in der gegebenen flüßig. Materie, z. E. im Waſſer, von seiner Schwere verlieret. Und alsdenn suchet durch die Regel Detri, wieviel der gegebene Klumpen im Waſſer verlieren würde, wenn er allein Zinn oder Bley.

37 : 5 = 120 : $\frac{600}{37}$ Z. E. 37. Pfund Zinn verlieret im Waſſer 5. Pfund, folglich würde dieſer Klumpen, wenn er von Zinn, $\frac{600}{37}$ Pfund verlieren. Ferner 23. Pfund Bley verlieret im Waſſer 2. Pfund. Sollte demnach dieſer Klumpen von Bley ſeyn, ſo würde er $\frac{240}{23}$ Pfund verlieren.

23 : 2 = 120 : $\frac{240}{23}$

$\frac{600}{37} - \frac{240}{23} = \frac{13800}{851}$ 2) Subtrahiret das kleinere verlohrene Gewicht von dem gröſſern, ſo zeiget der Unterſcheid, wieviel die Materie von der leichteren Art mehr von ihrer Schwere verlieret, als die Materie von der ſchwereren Art. Z. E.

$\frac{600}{37} - \frac{240}{23} = \frac{13800}{851} - \frac{8880}{851} = \frac{4920}{851}$.

3) Suchet wieviel der gegebene Klumpen im Waſſer verlieret, und ſubtrahiret von dieſem das Gewichte, welches die Materie von der ſchwereren Art verlieren würde. Dieſer Unterſcheid zeiget, wieviel der Körper mehr, als die ſchwere Materie verlieret. Z. E. der Klumpen verlieret 14. Pfund, alſo

$14 - \frac{8880}{851} = \frac{11914}{851} - \frac{8880}{851} = \frac{3034}{851}$.

4) Suchet zu dem erſten Unterſcheide, der Schwere des gegebenen Körpers, und dem andern Unterſcheide die vierte Proportional-Zahl, ſo iſt dieſe das Gewichte der Materie von der leichteren Art. Z. E.

$\frac{4920}{851} : \frac{3034}{851} = 120 : 74$ Pfund.

5) Subtrahiret dieſes von dem gantzen Gewichte des gegebenen Klumpens, ſo iſt der Unterſcheid das Gewichte der Materie von der ſchwereren Art. Z. E.

120 — 74 = 46 Pfund.

Anmerckung.

§. 36. Wie dieſe Aufgabe durch Inſtrumenten und Geometrice aufzulöſen, ſolches hat Leupold im Theatro hydroſt. Cap. VII. p. 224. ſ. vollſtändig beſchrieben.

TAB. Aerom.

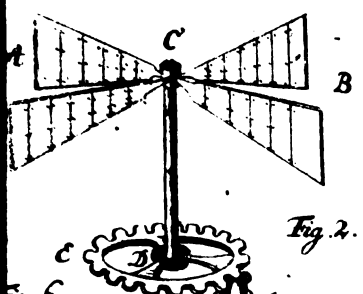


Fig. 2.

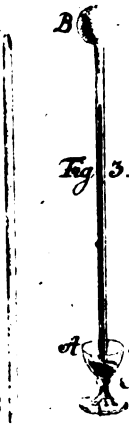


Fig. 4. Fig. 3.

Fig. 6.

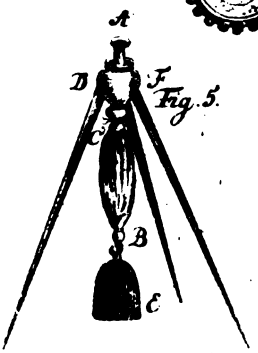
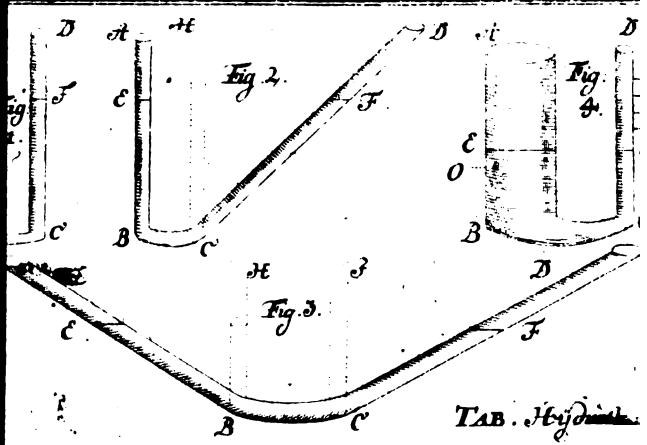


Fig. 5.

Fig. 1.



TAB. Hydr.

ELEMENTA HYDRAVLICES

Das ist

Erſte Gründe

Der Wiſſenſchafft von Erfindung der Gröſſe in der Bewegung flieſſender Körper.

Erſte Gründe
Von
Erfindung der Gröſſe in der Bewegung des Waſſers.

Lehr-Satz.

§. 1.

Soll das Waſſer einen andern Körper in Bewegung ſetzen, ſo muß es entweder ſteigen oder fallen.

Beweiß.

Soll das Waſſer einen andern Körper in Bewegung ſetzen, ſo ſtehet es entweder horizontal oder nicht. Stehet es horizontal, ſo iſt es in Ruhe (§. 3. Hydroſt.), und hat alſo eine todte Krafft (§. 61. Dyn.). Soll demnach das Waſſer einen andern Körper in Bewegung ſetzen, ſo muß es ſeinen horizontal Stand verändern, folglich entweder in die Höhe ſteigen oder fallen. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 2. Fällt das Waſſer, ſo fällt es entweder perpendiculär oder ſchieff. Steigt das Waſſer, ſo ſteigt es entweder perpendiculär oder ſchieff. Folglich iſt in der Hydraulic zu unterſuchen, wie die Gröſſe der würckenden Krafft des Waſſers zu finden, wenn es perpendiculär oder ſchieff ſteiget oder fällt, und wo-

durch das Steigen und Fallen des Waſſers zu befördern.

2. Zuſatz.

§. 3. Das Waſſer fällt mit ſeiner Schwere, ſo bald der Widerſtand genommen (§. 54. Dyn. §. 1. Mech.). Folglich muß das Waſſer in derjenigen Neigung fallen, in welcher ſeiner Schwere der Widerſtand genommen worden.

3. Zuſatz.

§. 4. Wer die Gröſſe der fallenden Kraft des Waſſers beſtimmen will, der muß auf die Höhe des fallenden Waſſers, auf die Gröſſe der Grundfläche deſſelben, und auf die Geſchwindigkeit, womit es fällt, ſehen (§. 36. Dyn. und §. 5. Hydroſt.).

Lehr-Satz.

§. 5. Die Krafft des fallenden Waſſers iſt in einer gleichförmigen Bewegung, gleich dem *Facto* aus der Schwere des fallenden Waſſers in die Geſchwindigkeit, womit es fällt (§. 48. Dyn.), und in einer gleichförmig zunehmenden Bewegung, gleich dem *Facto* aus der Schwere des fallenden Waſſers in ſeiner erſten Geſchwindigkeit ſo vielmahl genommen, als in der Zeit, in welcher die Bewegung gedauret, Eins enthalten (§. 51. Dyn.).

Zuſatz.

§. 6. Wollt ihr demnach im gegenwärtigen Fall die Gröſſe in der Krafft des fallenden Waſſers beſtimmen, ſo ſuchet

1) Die Schwere desjenigen Waſſers, welches auf einmahl fällt, welche nach den Geſetzen der Mechanic und Hydroſtatic leicht zu beſtimmen.

2) Die Geſchwindigkeit, mit welcher das Waſſer fällt, welche nach den Geſetzen der Dynamic zu beurtheilen.

3) Jene

3) Jene multipliciret mit dieser; so habt ihr die Grösse der Krafft des fallenden Wassers (§. 5.).

Anmerckung.

§. 7. Wollte meine gegenwärtige Absicht erlauben, daß die Grund-Regeln der Hydraulic umständlich abhandeln könte, so würde von den beyden ersten Regeln noch vieles genauer bestimmet, und solches auf vorkommende Fälle appliciren. Jetzo aber muß es dabey bewenden lassen, daß nur das allgemeine anzeige, wornach besondere Fälle zu beurtheilen. Indessen werde doch in den Fürlesungen verschiedene Hand-Griffe zeigen, welche bey der Anwendung dieser Regeln zu gebrauchen. Und in dem folgenden werde noch einige allgemeine Sätze beweisen, wornach die Geschwindigkeit in dem Fall des Wassers zu beurtheilen. Mit Nutzen kan hier gelesen werden Belidor in Architectura Hydraulica P. I. Cap. III. und Leupold in Theatr. Mach. gener. Cap. XX.

Lehr-Satz.

§. 8. Je höher das Wasser fällt, desto grösser wird die Krafft des fallenden Wassers.

Beweiß.

Das Wasser fällt mit seiner Schwere (§. 3.), und also fällt das Wasser in einer zunehmenden Bewegung (§. 31. Mech.). Je höher es demnach fällt, desto grösser wird seine Geschwindigkeit in dem Fall (§. 28. Dyn.). Je grösser die Geschwindigkeit in dem Fall des Wassers, desto grösser ist dessen fallende Krafft (§. 5.). Je höher demnach das Wasser fällt, desto grösser wird die Krafft des fallenden Wassers. W. z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 9. Die Geschwindigkeit in dem Fall des Wassers ist grösser, wenn das Wasser perpendiculär, als wenn es schieff fällt.

Beweiß.

Tab. V. Hydraul. Fig. 1.

Nehmet an, daß ſo viel Waſſer auf die Linie AB, als auf die Linie BC falle, ſo hat das fallende Waſſer auf der Linie CB mehr Krafft, als auf der Linie BA (§. 124. Mech.). Folglich iſt die Geſchwindigkeit in dem Fall des Waſſers auf der Linie CB gröſſer, als auf der Linie BA (§. 5. Hydr. und §. 79. ℞. M.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 10. Hieraus erhellet die Wahrheit dieſes Satzes: Je ſchreger und je länger die Fläche, worauf das Waſſer fällt, je mehr Geſchwindigkeit bekommt das Waſſer.

Lehr-Satz.

§. 11. Wenn das Waſſer aus der Oeffnung eines Gefäſſes herauslaufft, ſo iſt die fallende Krafft des Waſſers um deſto gröſſer, je gröſſer die Höhe des Waſſers über der Oeffnung.

Beweiß.

Wenn zwey Cylinder von gleicher Grundfläche und verſchiedener Höhe mit Waſſer gefüllet, ſo iſt der Druck des Waſſers in dem langen Cylinder gröſſer, als in dem kurtzen (§. 1. Hydroſt.). Wann demnach aus der Oeffnung eines Gefäſſes das Waſſer fällt, ſo drückt das in dem Gefäß befindliche Waſſer mehr auf das fallende, wenn es hoch, als wenn es niedrig über der Oeffnung ſtehet (§. 10. Mech.). Daß die erſte Stärcke in der fallenden Krafft dieſes Waſſers in dem beſtimmten Druck ſeinen Grund habe, ſolches erhellet aus dem §. 68. Dyn. und §. 10. Mech. Folglich muß die fallende Krafft dieſes Waſſers um deſto gröſſer ſeyn, je gröſſer die Höhe des Waſſers über der Oeffnung iſt (§. 34. Dyn. §. 31. Mech.). W. Z. E. W.

Zu-

Zusatz.

§. 12. Aus einerley Oeffnung eines Gefässes muß allezeit gleich viel Wasser fallen. Wenn demnach das Wasser aus der Oeffnung eines Gefässes herausläufft, so muß die Geschwindigkeit in dem Fall des Wassers immer mehr und mehr abnehmen, je mehr die Höhe des Wassers über der Oeffnung abnimmt (§. 11. 5. Hydraul. und §. 791 A. M.).

Lehr-Satz.

§. 13. Wenn das Wasser aus der Oeffnung eines Gefässes herausläufft, so stehen die Geschwindigkeiten in dem Fall des Wassers aus der Oeffnung, mit den Quadrat-Wurzeln der Höhen des Wassers über der Oeffnung, in einerley Verhältniß.

Beweiß.

Weil der Fall des Wassers aus der Oeffnung des Gefässes als eine gleichförmige Bewegung anzunehmen (per dem. §. 30. Dyn.), und das Wasser bey dem ersten Ausfall aus der Oeffnung geschwinder, als bey dem zweyten fällt (§. 12.), so muß, mit einer gedoppelten Geschwindigkeit, in eben der Zeit, eine gedoppelte grössere Menge Wasser aus der Oeffnung fliessen (§. 18. Dyn.). Das ist, die Massen des Wassers, welche in gleichen Zeiten durch einerley Oeffnung herdurch dringen, verhalten sich gegen einander, wie die Geschwindigkeiten, mit welcher sie aus der Oeffnung fallen. Es sey, um die Verhältniß zu bestimmen,

Die gröste Geschwindigkeit = C

Die Masse des Wassers, welche in dieser Geschwindigkeit heraus fällt = M

Die geringere Geschwindigkeit = c

Die Masse des Wassers, welche mit dieser Geschwindigkeit heraus läuft $= m$. Folglich ist

$$C : c = M : m$$

und also

$$m = cM \text{ (§. 130. A. M.)}.$$

Tab. I. Fig. 2.

Es sey ferner die Schwere der Wasser-Säule $IH = G$, die Schwere der Wasser-Säule $KH = g$, und die Grund-Fläche dieser Wasser-Säulen, welche beständig gleich $= E$. Folglich ist

$$G : g = IH, E : KH, E \text{ (§. 325. Geom.)}.$$

Da nun ferner die Würckung von G gleich G, und die Würckung von g gleich g (§. 34. Dyn.), die Würckung aber von G gleich CM, und die Würckung von g gleich $cm = c, cM$ (§. 48. Dyn.), so ist auch

$$G : g = CM : c, cM, \text{ folglich}$$

$$gCM = Gc, cM \text{ (§. 180. A. M.)}.$$

Das ist

$$gC = Gcc$$

folglich

$$gCC = Gcc \text{ (§. 188. Rech.)}$$

und also

$$G : g = CC : cc \text{ (§. 205. Rech.)}$$

Hieraus erhellet, daß

$$CC : cc = IH, E : KH, E = IH : KH \text{ (p. 175. 2. Rech.)}.$$

und also

$$C : c = \sqrt{IH} : \sqrt{KH} \text{ (§. 189. Rech.)}.$$

W. Z. E. W.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 14. Soll sich das Wasser hinauf bewegen, so muß eine äusserliche Ursache vorhanden seyn, in welcher der Grund von dieser Würckung ist.

Beweiß.

Das Wasser drückt mit seiner Schwere perpendiculär gegen die Erde (§. 10. Mech.). Soll es sich demnach hinauf bewegen, so muß die Direction von der Krafft des Wassers geändert werden. Da nun dieses ohne den Zufluß einer äusserlichen Ursache unmöglich (§. 66. Dyn.), so erhellet, daß sich das Wasser nicht hinauf bewegen könne, woferne nicht in einer äusserlichen Ursache der Grund von dieser Würckung. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 15. Soll sich das Wasser hinauf bewegen, so wird es entweder gehoben, oder durch den Druck der Lufft in die Höhe getrieben; oder es steiget nach den Gesetzen der Reflexion in die Höhe.

2. Zusatz.

§. 16. Soll das Wasser gehoben werden, so wird entweder nur das Zurückfallen des Wassers gehindert, oder es wird durch gewisse Gefässe gehoben.

3. Zusatz.

§. 17. Soll das Wasser durch den Druck der Lufft in die Höhe getrieben werden, so wird entweder die Lufft zusammengedrücket, oder ausgedehnet, oder der natürliche Druck der Lufft verursachet das Steigen des Wassers.

Anmerckung.

§. 18. Hieraus sind alle hydraulische Machinen, wodurch das Wasser in die Höhe getrieben wird, zu erklären.

Meine

Meine Absicht erfodert, daß von einer jeden Art diejenigen erkläre, woraus alle andere zusammengesetzet, und dieses soll in den folgenden Abhandlungen von der Hydraulic geschehen.

Erklärung

§. 19. Das Paternoster-Werck oder die Taschen-Kunst, die Plumpen, des Archimedis Wasser-Schraube oder Wasser-Schnecke und der Stech-Hebet sind solche hydraulische Machinen, durch welche das Wasser in die Höhe zu heben, weil das Zurückfallen des Wassers gehindert wird. Ich halte für nöthig, jede besonders zu erklären. Durch das Paternoster-Werck verstehet man eine Machine, da vermittelst einer eisernen Kette oder Seil und etlichen daran gebundenen Püschen oder ledernen mit Haaren ausgefüllten Kugeln, welche durch eine Röhre gehen, das Wasser aus der Tieffe heraus gehoben wird.

Zusatz.

Tab I. Hydraul. Fig. 3.

§. 20. Weil die Püschel GHM und so weiter, das Wasser in der Röhre L heben und also verhindern sollen, daß es nicht wieder zurückfalle, so folget, daß sie also zu verfertigen, daß ihre Peripherie an die innere Peripherie der Röhre L schliesset. Folglich ist bey dieser Machine viele Friction (§. 146. Mech.). Weil nun diese verursachet, daß viele Krafft erfodert wird, die Machine zu bewegen, so erhellet,

1) Daß man bey einem Paternoster-Werck so wenige Püschel machen müsse als möglich. Daher werden sie insgemein sechs Ellen von einander gesetzet.

2) Daß man die Püschel nicht zu hoch machen müsse, aber doch so, daß sie dem Druck des Wassers widerstehen können.

3) Daß

3) Daß man Waſſer zu heben nicht eher Paternoſter-Wercke erwehlen müſſe, als wenn es die Tieffe der Brunnen erfodern. Siehe Leupold in Theatro Machinarum Hydraulicarum Tom. I. Cap. IX. §. 138. ſeqq.

Erklärung.

§. 21. Ventil heiſt ein Deckel über eine Oeffnung, der ſich von dem Druck des Waſſers aufſtoſſen läſt, damit das Waſſer in die Oeffnung hinein bringen kan, und alsdenn die Oeffnung wieder verſchlieſſet, damit das Zurückfallen des Waſſers könne verhindert werden. Valvula.

Zuſatz.

§. 22. Woraus leicht zu begreiffen, daß ſo wohl Klappen als auch Kugeln Ventile abgeben können, und daß beyde ſo wohl von Holtz, als auch von Holtz und Leder, von Meßing, und von Meßing und Leder zu verfertigen. Siehe Leupold in Theatr. Mach. Hydr. P. I. Cap. X. §. 172. ſſ.

Erklärung.

§. 23. Eine Machine, mit welcher durch den Gebrauch der Ventile das Waſſer gehoben wird, heiſt eine Plumpe. Dieſe werden alſo verfertiget, daß entweder das Drucken der Lufft zugleich mit würcken könne, oder nicht. Iſt dieſes, ſo wird die Machine ein Pump-Werck genennet. Iſt jenes, ſo würcket entweder nur der Druck der äuſſeren Lufft, oder es wird in der Machine die Lufft zuſammengedrücket, damit ſie mit ihrer ausdehnenden Krafft die Bewegung des Waſſers befördern könne. Iſt das erſte, ſo wird die Machine ein Saugwerck, und iſt das andere, ein Druckwerck genennet. Antlia hydraulica.

Aufgabe.

§. 24. Ein Pump-Werck zu machen.

Auflösung.

Tab. I. Hydraul. 3 Fig. 4.

1) Setzet eine hölzerne Röhre EE ins Waſſer.

2) Unten im Boden dieſer Röhre machet eine Horizontal-Röhre, und leget vor die Oeffnung dieſer Röhre ein Blech mit engen Löchern I, damit das Waſſer ohne Unreinigkeit in das Rohr EE bringen könne.

3) Ueber die innere Oeffnung der Röhre I, machet ein Ventil G (§. 21. l.).

4) An einer Stange K befeſtiget den Plump-Stock oder einen Kolben AE, in welchem abermahl ein Ventil F befeſtiget.

5) Oben an der Röhre EE befeſtiget eine andere R, durch welche das Waſſer, wenn es in die Höhe gehoben worden, heraus läufft. So iſt das Pump-Werck verfertiget.

Beweiß.

Wenn die Stange K in die Höhe gezogen worden, ſo muß das äuſſere Waſſer durch die Oeffnung I in die Röhre EE hineindringen, und das Ventil G öffnen (§. 1. Hydroſt.). Stoſſet ihr die Stange K wiederum zurücke, ſo ſchlieſſet ſich das Ventil G zu, und der Druck des Waſſers öffnet das Ventil in dem Kolben F. Hebet ihr die Stange K wiederum in die Höhe, ſo wird das Ventil F verſchloſſen, und das Waſſer mit dem Kolben in die Höhe gehoben, bis es endlich an die Röhre R kommet, aus welcher es vermöge ſeiner Schwere herausläufft. Folglich iſt dieſe Machine ein Pump-Werck (§. 23.). W. Z. E. W.

Auf-

Aufgabe.

§. 25. Ein Saug-Werck zu verfertigen.

Auflöſung.

Die Structur von dieſer Machine iſt mit der vorigen faſt einerley, zumahl die gantze Veränderung, welche vorzunehmen, folgende. Tab. II. Hydraul. Fig. 5.

1) Ueber das unterſte Ventil K ſetzet, nach Beſchaffenheit der Umſtände, eine lange aber nicht gar zu weite Röhre RF.

2) Dieſe Röhre ſtecket in eine Capſel defg, welche an der Haupt-Röhre LM mit Schrauben befeſtiget.

3) Ueber dieſe Capſel macht ein Ventil, und alsdenn verfahret, wie bey dem Pump-Werck.

Beweiß.

Wenn die Stange K mit dem Kolben A in die Höhe gehoben wird, ſo entſtehet zwiſchen dem Ventil E ein Raum, welcher leer von Lufft. Folglich drücket die äuſſere Lufft auf das Waſſer D und B ſtärcker, als die innere Lufft in der Röhre, wodurch das Waſſer durch die Oeffnungen PRQ in die Röhre FG getrieben wird (§. 22. Aerom.). Stoſſet ihr die Stange K wiederum zurück, ſo erhellet, wie bey dem Pump-Werck, daß das Waſſer endlich ſo hoch müſſe getrieben werden, daß es oben mit ſeiner Schwere heraus fallen könne, folglich iſt die Machine ein Saug-Werck (§. 23.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 26. Ein Druck-Werck zu verfertigen.

Auflöſung.

1) Machet zwo Röhren ABCD, welche Stieffeln genennet werden, aus einer Materie, welche keine Luft durch. Tab. II. Hydraul. Fig. 6i

durchläſt, z. E. aus Meſſing, und unten in dem Boden DC ein Ventil (§. 21.).

2) Löthet an jeden eine Röhre an, die in L und I. gleichfalls mit Ventilen verſehen, ſo ſich gegen N aufthun laſſen.

3) Stoſſet einen Kolben hinein, der ſich genau in den Stieffel ſchicket, damit das Waſſer und die Lufft zwiſchen ihm und der Röhre nicht herauf kommen kan, ſo iſt das Druck-Werck fertig.

Beweiß.

Ziehet den Kolben K in die Höhe, ſo wird zwiſchen dem Kolben und dem Ventil ein Raum, der von Lufft leer. Folglich treibet die äuſſere Lufft durch ihren Druck das Waſſer in den Stieffel A B D C, und alſo in die Röhre CL (§. 22. Aerom.). Stoſſet den Kolben wiederum zurück, ſo wird die Lufft zuſammengedrücket, und dieſe treibet das Waſſer durch N (§. 24. Aerom.). Folglich iſt die Machine ein Druck-Werck (§. 23.). W. z. E. W.

Anmerckung.

§. 27. Ihr werdet aus dieſem Beweiß begreiffen, daß auch ein Druck-Werck mit einem Stieffel zu verfertigen. Mit mehreren kan geleſen werden Leupold l. c. Cap. X. XI. XII.

Erklärung.

§. 28. Durch die Waſſer-Schraube oder Waſſer-Schnecke des *Archimedis* verſtehet man eine Machine in Geſtalt einer gleichdicken Säule, die entweder innerhalb oder auf ihrer äuſſeren Peripherie einen hohlen Schrauben-Gang hat, vermittelſt deſſen, wenn der Cylinder herumgedrehet wird, das Waſſer in die Höhe gewunden werden kan.

Aufgabe.

§. 29. Eine Wasser-Schnecke des *Archimedis* zu verfertigen.

Auflösung.

1) Nehmet einen Cylinder, und zwar, damit er sich bequem umtreiben lasse, machet denselben nicht zu dick im Diameter und auch nicht zu lang. Die Erfahrung bestätiget, daß er am besten, wenn der Diameter nicht unter 18. Zoll, und die Länge nicht über 9. Ellen. Tab. II. Hydr. Fig. 7.

2) Füret entweder innerhalb oder auf der äuseren Peripherie dieses Cylinders einen hohlen Schrauben-Gang nach der Art, wie die Gänge in einer Schraube (§. 129. Mech.) gemacht werden, entweder von einer bleyernen Röhre oder von Holtz.

3) An den Cylinder AB befestiget unten einen Zapffen, mit welchem der Cylinder im Wasser befestiget, aber doch so, daß er könne herumgedrehet werden.

4) Oben an dem Cylinder A befestiget eine Kurbe oder ein Rad, womit der Cylinder herumzudrehen.

5) Endlich leget die Schraube dergestalt, daß sie mit der Horizontal-Linie höchstens einen Winckel von 45° machet, und die untere Eröffnung unter dem Wasser stehet. So ist die Wasser-Schraube verfertiget.

Beweiß.

Das Wasser steiget bis in F (§. 1. Hydrost.). Wendet ihr nun die Schraube um, so fällt das Wasser mit seiner Schwere bis in G. Drehet ihr die Schraube nochmahl herum, so fällt es mit seiner Schwere von G nach H, und so weiter, bis es endlich oben bey A herausfällt. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 30. Aus dieſem Beweiß, welcher die Würckung von der Waſſer-Schnecke erkläret, erhellet, daß die Schnecke deſto mehr perpendiculär ſtehen könne, je ſpitzer der Winckel von den Gängen der Schraube.

Anmerckung.

§. 31. Laſſet das Waſſer aus der Oeffnung bey A in ein Behältniß fallen, und ſetzet in dieſes eine andere Schnecke, ſo könnet ihr mit dieſer das Waſſer noch höher heben, als mit der erſten. Woraus die Zuſammenſetzung der Waſſer-Schnecken leicht zu beurtheilen. Siehe Leupold in Theatr. Mach. Hydr. Tom. I. Cap. IV.

Erklärung.

§. 32. Durch einen Stech-Heber verſtehet man ein Inſtrument, womit man einen flüßigen Körper aus einem Gefäſſe, durch Hülffe des Drucks der Luft, heben kan.

Zuſatz.

Tab. II. Hydr. Fig. 8.

§. 33. Nehmet einen hohlen Körper, durch deſſen Seiten keine Luft dringen kan, der unten und oben ſpitz, und in der Mitten einen Bauch hat. Stecket dieſen in das Faß, ſo läufft die flüßige Materie hinein (§. 1. Hydroſt.). Stopffet mit dem Finger die obere Oeffnung zu, daß von oben keine Luft hinein kan, und hebet das Inſtrument aus dem Faß, ſo muß der Druck der unteren Luft verhindern, daß nichts heraus läuffen kan (§. 16. Aerom.), folglich iſt dieſes Inſtrument ein Stech-He[ber] (§. 32.).

Anmerckung.

§. 34. Aus dieſen Gründen kan auch die Verfertigung eines Gieß-Faſſes beurtheilet werden.

Erklärung.

§. 35. Wird das Waſſer durch Gefäſſe in die Höhe gehoben, ſo werden dieſe entweder an der Peripherie eines Rades befeſtiget, und alſo durch die Circul-Bewegung des Rades in die Höhe gehoben, oder ſie werden an Stangen oder Seile befeſtiget, und mit dieſen in die Höhe gezogen. Das erſte iſt der Begriff von Schöpff-Rädern, und aus dem zweyten entſtehen die Schöpff-Wercke und alle Zeuner-Künſte.

Anmerckung.

§. 36. Wer die Gründe der Mechanik und Hydraulik verſtanden, wird aus dieſen Begriffen ohne ferneres Erinnern erſehen, was bey Verfertigung ſolcher Wercke zu beobachten. Es würde alſo nach meiner Pflicht überflüßig ſeyn, wenn umſtändlicher davon handeln wollte. Indeſſen iſt mit Nutzen zu leſen Leupold in Theatr. Mach. Hydr. P. I. Cap. II. und III.

Erklärung.

§. 37. Eine gekrümmte Röhre, welche einen kurtzen und einen langen Schenckel hat, heiſt im gemeinen Leben ein Heber; weil man überhaupt durch einen Heber ein Inſtrument verſtehet, durch deſſen Hülffe aus einem mit flüßiger Materie gefüllten Gefäſſe ſo viel heraus zu ziehen, als verlanget wird. Sipho.

Lehr-Satz.

§. 38. Wird der kürtzte Theil eines gemeinen Hebers AB in das Waſſer geſtecket, und aus dem längſten Theil BC das Waſſer geſogen; ſo muß das Waſſer in dem kleinen Theil heraufſteigen, und durch den langen ſo lange herauslauffen, bis A im Waſſer bleibet, und C niedriger als A ſtehet. Tab. II. Hydr. Fig. 9.

Beweiß.

Ziehet die Lufft aus dem Heber, so muß die äuſſere Lufft, die auf des Waſſer drücket, durch dieſen Druck das Waſſer in die Röhre AB in die Höhe treiben (§. 22. Aerom.), welches alsdenn durch den langen Theil, vermöge ſeiner eigenen Schwere, herunter fällt. Die Lufft drückt ſo ſtarck gegen A als gegen C (§. 10. Aerom.). Das Waſſer aber drückt ſtärcker nach C als nach A (§. 5. Hydroſt.). Folglich muß das Waſſer ſo lange durch C lauffen, bis die Lufft durch A in den Heber fahren, und den ungleichen Druck aufheben kan (§. 34. Dyn.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 39. Daß dieſes Lauffen des Waſſers durch den Heber in dem Druck der Lufft ſeinen Grund habe, wird auf folgende Art durch die Erfahrung beſtätiget. Setzet den Heber unter die Glocke der Lufft-Pumpe, pumpet die Lufft heraus, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß das Waſſer, wenn die Lufft völlig heraus ſtehet, hingegen wieder anfänget zu lauffen, ſo bald ihr die Lufft wieder hineingelaſſen.

Zuſatz.

§. 40. Verändert die Figur des gemeinen Hebers nach eurem Gefallen. Wenn ihr dabey dieſe Regul beobachtet, daß die Oeffnung C tiefſer zu ſtehen komme, als die Oeffnung A unter dem Waſſer ſtehet, und daß der kürtzere Schenckel unter 31 Fuß länger betrage (§. 20. 27.); ſo erhellet aus dem Beweiß, womit der Lehr-Satz §. 38. beſtätiget, daß die beſchriebene Würckung unverändert bleiben müſſe. Folglich habt ihr einen Grund, alle Veränderungen, welche mit dem Heber vorgenommen werden, zu erklären.

Erklärung.

§. 41. Soll das Wasser durch die zusammengedrückte Lufft in die Höhe getrieben werden, so wird entweder die Lufft durch Wasser oder durch andere Machinen zusammengedrücket. Das erste ist der Grund von dem Herons-Brunnen, aus dem zweyten entstehen verschiedene Machinen, welche aber nicht durch besondere Nahmen von einander unterschieden worden.

Aufgabe.

§. 42. Einen Herons-Brunnen zu verfertigen. Tab. II. Hydr. Fig. 10.

Auflösung.

1) Nehmet zwey Gefässe von Materie, welche keine Lufft durchläst z. E. von Kupffer oder Blech PR und HL, verwahret diese auf allen Seiten, daß keine Lufft durchdringen kan, und setzet sie entweder auf einander, oder über einander, nachdem es gefällig.

2) An dem Deckel des oberen Gefässes PD, der wie eine Schachtel beschaffen worden, löthet eine Röhre CL, die oben und unten offen, und bey nahe den Boden des unteren Gefässes berühret.

3) An den Deckel des unteren Gefässes HI löthet gleichfalls eine Röhre von der vorigen Art MN, welche bey nahe den Deckel des oberen Gefässes berühret.

4) Endlich löthet mitten an dem Deckel des oberen Gefässes eine andere Röhre AC, so bey nahe an den Boden des oberen Gefässes gehet, und oben bey A eine gantz subtile Eröffnung hat. So ist der Herons-Brunnen verfertiget.

Beweis.

Giesset das obere Gefässe durch die Röhre AC voll Wasser. Ferner giesset die obere Schaale BD voll Wasser, so muß dieses mit seiner Schwere durch die Röhre OL in das untere Gefässe fallen, und in diesem Gefässe die Lufft zusammen drücken. Da demnach die innere Lufft mehr als die äussere Lufft auf A drücket, so dehnet sich jene aus, wofern ne kein hinreichender Widerstand. Folglich dringet sie durch die Röhre MN in das obere Gefässe, und drücket auf das Wasser, welches in diesem Gefäss PR enthalten. Da nun also die Lufft in diesem Gefäß mehr auf das Wasser drücket, als die äussere Lufft durch die Oeffnung A auf dasselbige drücken kan, so muß sich das Wasser dahin bewegen, wo es eine Oeffnung findet (§. 22.), folglich durch die Röhre CA herausstossen. Die Erfahrung bestätiget, daß das Wasser nicht springet, wenn die Oeffnung zu groß. Soll es demnach springen, so muß die Oeffnung bey A subtil seyn. Es ist also bewiesen, daß diese Machine ein Herons-Brunn (§. 40.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 43. Das Wasser nimmt die Figur des Canals an, wodurch es geführet wird. Also ist leicht zu begreiffen, wie dem springenden Wasser allerhand Figuren zu geben.

Aufgabe.

§. 44. Eine Machine zu verfertigen, aus welcher das Wasser, nachdem in derselben die Lufft durch andere Machinen zusammengedrücket, springet.

Auflösung.

Tab. II. Hydraul. Fig. 11.

1) Machet ein rundes Gefässe aus starcken Kupffer AD und verwahret alles wohl, damit keine Lufft durchdringet.

2) In

2) In dem untern Boden CD machet ein Loch, mit einer Schraube, dadurch ihr das Gefässe mit Wasser füllen könnet.

3) An den oberen Boden AB löthet eine Röhre FE, welche bey nahe den unteren Boden berühret, und oben ausser dem Gefässe AD mit Schrauben-Gängen versehen ist, damit sie nicht allein an die Lufft-Pumpe, sondern auch auf die Fontains die Aufsätze angeschraubet werden können.

Wenn ihr nun durch die Lufft-Pumpe oder mit einem anderen Instrument die Lufft in dem Gefässe AD, welches mit Wasser gefüllet, zusammendrücket, oben bey F einen Aufsatz aufschraubet, und den Hahn aufmachet, so muß die Lufft das Wasser durch die Röhre FC mit Gewalt jagen.

Beweiß.

Ueberleget den Beweiß, womit der §. 42. bestätiget, so könnet ihr auf gleiche Art die Wahrheit dieser Auflösung befestigen.

Aufgabe.

§. 45. Eine Machine zu verfertigen, aus welcher das Wasser, nachdem die Lufft durch die Wärme in derselbigen ausgedehnet worden, springet.

Auflösung.

1) Setzet zwey Gefässe AD und DE so, wie bey dem Herons-Brunnen, auf einander. Tab. II. Hydr. Fig. 12.

2) An dem Deckel des unteren Gefässes CF löthet eine Röhre KI, die bey nahe den Deckel des oberen Gefässes AB berühret.

3) Mitten an dem Deckel dieses Gefässes AB löthet die Röhre ML, welche bey nahe den Boden dieses oberen Gefässes berühret.

4) Endlich machet oben eine Schüſſel GB, darinnen das herausſpringende Waſſer geſammlet werden kan.

5) Wenn ihr nun dieſe Gefäſſe mit Waſſer füllet, und unter das Gefäſſe CF ein Feuer machet; ſo muß die durch die Wärme ausgedehnte Luft das Waſſer aus der Röhre LM mit Gewalt jagen.

Beweiß.

Dieſer kan wie die vorigen gemacht werden.

Lehr-Satz.

§. 46. Wenn das Waſſer von einer gewiſſen Höhe auf eine Fläche fällt, wodurch es nicht dringen kan, ſo muß es mit ſeiner eigenen Krafft ſo hoch wieder hinauf ſpringen, als es herunter gefallen, woferne es nicht gehindert wird.

Beweiß.

Daß das Waſſer wieder zurück ſpringen müſſe, woferne es nicht gehindert wird, ſolches beſtätiget der §. 71. Dyn. Daß es wieder ſo hoch ſpringen müſſe, als es gefallen, iſt auf folgende Art zu beſtätigen. Fällt das Waſſer von einer gewiſſen Höhe herunter, ſo wird die lebendige Krafft des Waſſers nach und nach gröſſer (§. 31. Mech.). Folglich muß es in dem Zurückſpringen wieder ſo hoch ſteigen, bis es die erhaltene lebendige Krafft völlig wiederum verlohren (§. 66. Dyn.). Da nun dieſes Waſſer die erhaltene lebendige Krafft in dem Zurückſpringen nicht eher völlig verlieren kan, bis es ſo hoch gekommen, als es gefallen, woferne kein anderer Widerſtand vorhanden (§. 72. und 32. Dyn. §. 32. Mech.); ſo iſt klar, daß es, unter geſetzten Beſtimmungen, mit ſeiner eigenen Krafft, wiederum ſo hoch ſpringen müſſe, als es gefallen.

1. Zuſatz.

§. 47. Hieraus iſt zu begreiffen, wie auch durch das Herunterfallen des Waſſers, das in die Höhe ſteigen des Waſſers zu befördern.

2. Zuſatz.

§. 48. Aus dem bis hieher erklärten erhellet, daß das Waſſer auf verſchiedene Art zum Springen könne gebracht werden, nemlich durch den Fall (§. 45.); durch die zuſammengedrückte Lufft (§. 41. 43.); durch die erwärmte Lufft (§. 44.), und ſo weiter. Siehe Böckler *in Architectura curioſa*.

Erfahrung.

§. 49. Vermöge der Erfahrung iſt bey dem Fall des Waſſers, wann es wieder ſpringen ſoll, zu mercken,

1) Daß es ſeine Krafft zu ſpringen verliehret, wenn es in freyer Lufft fällt;

2) Daß es weit höher ſpringet, wenn das nachfolgende Waſſer das vorherlauffende zugleich drücket.

Zuſatz.

§. 50. Soll demnach das fallende Waſſer wieder ſpringen, ſo wird erfodert,

1) Daß es in Röhren falle, und durch dieſe nach denjenigen Ort, wo es ſpringen ſoll, geleitet werde;

2) Daß der Diameter von den Röhren immer kleiner werde, je näher ſie an den Ort kommen, wo das Waſſer ſpringen ſoll;

3) Daß der Diameter der Röhre, wodurch das Wasser springen soll, viel kleiner sey, als der Diameter von den Röhren, wodurch das Wasser geleitet worden (§. 1. Hydrost.).

Erklärung.

§. 51. Durch eine Wasser-Kunst verstehet man eine Machine, wodurch das Wasser, durch seine Bewegung, nach einen bestimmten Ort könne gebracht werden.

Zusatz.

§. 52. Wer demnach eine Wasser-Kunst bauen will, der muß

1) Untersuchen die Art der Bewegung, wodurch das Wasser nach den bestimmten Ort könne gebracht werden;

2) Aus der Eigenschafft dieser Bewegung die Instrumenten bestimmen, durch deren Hülffe diese Bewegung zu befördern;

3) Nach den Gesetzen der Mechanik beurtheilen, wie diese Instrumente zu verknüpffen.

Anmerckung.

§. 53. Die Gründe, wornach diese Regeln zur Ausübung zu bringen, habe theils in der Mechanik, theils in der Hydrostatik, theils in dieser Wissenschafft umständlich beschrieben. Und also wird meine Absicht nicht erfodern, daß umständlicher von den Wasser-Künsten handele. Wer mehr hievon zu wissen verlanget, der wird mit grossem Nutzen nachlesen können, was Leupold sowohl Tom. I. als auch Tom. II. Theatr. Mach. Hydr. ausgeführet.

Anhang

Anhang
zur
Hydroſtatik und Hydraulik
Von den
Waſſer-Rädern und deren Bewegung durch das Waſſer.

Lehr-Satz.

§. 54.

Eine Machine, welche das Waſſer herum treiben ſoll, muß alſo gebauet werden, daß das Waſſer an dieſelbe ſchreg ſtoſſen könne.

Beweiß.

Sollte das Waſſer in einem rechten Winckel an das Rad ſtoſſen, ſo wird es auch in einem rechten Winckel wieder zurück ſpringen (§. 173. Dyn.). Folglich wird das zurückſpringende Waſſer die Krafft des zufliessenden nach einer entgegen geſetzten Richtung ſtoſſen, und alſo dieſe Krafft vermindern (§. 71. Dyn.). Da nun dieſes wider die Abſicht, ſo erhellet, daß die Machine alſo müſſe gebauet werden, daß das Waſſer ſchreg an dieſelbe ſtoſſen könne. W. Z. E. W.

Erklärung.

§. 55. Ein Rad, welches von dem Waſſer ſoll beweget werden, heiſt ein Waſſer-Rad. Soll das Waſſer das Rad horizontal bewegen, ſo wird es ein horizontal Waſſer-Rad genennet. Soll aber das Waſſer die Räder mit dem Horizont perpendiculär bewegen, ſo ſind es perpendiculär Waſſer-

Wasser-Räder. Die sind oberschlächtige Wasser-Räder, wenn das Wasser, wodurch sie sollen beweget werden, oben auf dieselben fällt; und unterschlächtige Wasser-Räder, wenn sie von dem Wasser hängen, und durch dessen schnelle Schuß beweget werden.

Lehr-Satz.

§. 56. Je mehr der Trieb des Wassers mit der Horizontal-Linie übereinkommet, desto mehr vermag das Wasser bey den Horizontal-Rädern.

Beweiß.

Soll das Wasser ein Rad horizontal treiben, so muß eine Horizontal-Bewegung würcken. Da nun das Wasser in seiner Directions-Linie am meisten vermag (§. 51. Somasol.), so würde das Vermögen des Wassers bey den Horizontal-Rädern am gröſten seyn, wenn es möglich, daß man denselben einen Horizontal-Trieb geben könte. Da nun aber dieses nicht möglich (§. 3. Hydr.), so muß man behaupten, daß das Wasser bey den Horizontal-Rädern um desto mehr vermag, je mehr dieser Trieb mit der Horizontal-Linie übereinkommt. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 57. Wenn die Schauffeln auf den Horizontal-Rädern perpendiculär stehen, und gegen den Stoß des Wassers eine hohle Figur haben, so vermag das Wasser bey diesen Rädern mehr, als wo das Gegentheil.

Beweiß.

Sind die Schauffeln gegen den Stoß des Wassers hohl, so kan das Wasser nicht so geschwinde

de von den Schauffeln abfallen, als wenn ſie nicht hohl. Folglich vermag das anſtoſſende Waſſer in dem erſten Fall mehr als in dem letzten. Stehen die Schauffeln auf dem Rade perpendiculär, ſo liegen ſie ſo viel in der Directions-Linie des Waſſers, als möglich, wenn eine Circul-Bewegung erfolgen ſoll (§. 53. 55.). Folglich wird auch eine ſolche Lage der Schauffeln erfodert, wenn das Vermögen des Waſſers ſtarck ſeyn ſoll (§. 51. Somat.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 58. Stößt das Waſſer an die Schauffeln, nach ihrer Peripherie, ſo vermag es mehr, als wenn es an die Schauffeln nach den Zapffen ſtößt, womit ſie an dem Rade befeſtiget.

Beweiß.

Die Entfernung der Krafft wird in dem erſten Fall gröſſer, als in dem zweyten (§. 47. Mech.). Folglich muß auch in dem erſten Fall das Vermögen der Krafft des Waſſers gröſſer ſeyn, als in dem zweyten (§. 101. Mech.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 59. Wenn die Länge der Schauffeln eines Rotae di-
obertſchlächtigen Waſſer-Rades gröſſer ſind, rectae.
als die Breite von der Rinne, wodurch das Waſſer auf das Rad herabflieſſet, ſo vermag bey dieſen Rädern das Waſſer mehr, als wo das Gegentheil.

Beweiß.

Vermöge der Erfahrung breitet ſich das Waſſer aus, ſo bald es aus der Rinne flieſſet. Sollte nun die Länge der Schauffeln nicht gröſſer ſeyn, als die

Breite

Breite der Rinne, so würde bey dem Herausfliessen vieles Wasser nicht auf das Rad fallen. Da auch bey diesem Fall des Wassers viel Wasser mehr vermag, als weniges (§. 64. Dyn.), so ist klar, daß das Wasser bey den oberschlächtigen Rädern mehr vermag, wenn die Länge der Schauffeln grösser, als die Breite der Rinne, woraus das Wasser auf das Rad herab fliesset, als wenn das Gegentheil. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 60. Aus dieser Ursache werden die Schauffeln insgemein um ein Drittheil länger gemacht, als die Rinne breit ist.

Lehr-Satz.

§. 61. Bey einem oberschlächtigen Wasser-Rade vermag das Wasser mehr, wenn die Schauffeln eine mit dem Wasser proportionirliche Weite haben, als wenn die Schauffeln zu enge.

Beweiß.

Dieser Satz kan auf gleiche Art, wie der Satz §. 59. erwiesen werden.

Lehr-Satz.

§. 62. Bey einem oberschlächtigen Wasser-Rade vermag das Wasser mehr, wenn die Schauffeln hinten zugemacht, als wenn sie offen.

Beweiß.

Wenn das fallende Wasser zugleich mit seiner Schwere würcken kan, so vermag es mehr, als wenn es nur mit derjenigen Krafft würcken muß, welche es durch den Fall erhalten (§. 34. Dyn.).

Sind

Sind die Schauffeln bey den oberſchlächtigen Waſſer-Rädern hinten zugemacht, ſo kan das Waſſer länger auf den Schauffeln liegen bleiben, als wenn ſie offen, und alſo zugleich mit ſeiner Schwere die Bewegung des Rades befördern (§. 174. und 10. Mech.), folglich vermag bey dieſen Rädern das Waſſer mehr, wenn die Schauffeln hinten zugemacht, als wenn ſie offen ſind. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 63. Bey einem oberſchlächtigen Waſſer-Rad vermag das Waſſer mehr, wenn die Schauffeln nicht zu tieff gemacht, als wenn ſie ſehr tieff.

Beweiß.

Je tieffer die Schauffeln, deſto geringer iſt die Entfernung der Krafft (§. 47. Mech.), und alſo auch deſto geringer das Vermögen des Waſſers (§. 101. Mech.). W. Z. E. W.

Erklärung.

§. 64. Unterſchlächtige Waſſer-Räder werden in Staber-Zeug, Panſter-Zeug und Straub-Zeug eingetheilet. Ein unterſchlächtiges Waſſer-Rad heiſt ein Staber-Zeug, oder Staber-Rad, wenn die Schauffeln nach der Linie des Radii von dem Rade zwiſchen die Wangen oder Felgen eingeſetzet ſind, und nur einen Gang treibet. Panſter-Zeug oder Panſter-Rad iſt von dem Staber-Rad nur in Anſehung der Gröſſe unterſchieden, und treibet gemeiniglich zwey Gänge. Insgemein macht man ein Staber-Rad 12. Fuß hoch und 12. bis 13. Zoll weit, ein Panſter-Rad aber 16. Fuß hoch und 16. bis 19. Zoll weit. Läufft das Panſter-Rad auf einem feſten Lager, ſo heiſt es ein Stock-

Pänster, kan es aber nach jeder Höhe des Wassers gerichtet werden, so heist es ein Zieh-Pänster. Endlich wird das unterschlächtige Wasser-Rad ein Straub-Zeug oder Straub-Rad genennet, wenn die Schauffeln auf der Stirne eingesetzet, und am Ende mit Stecken und Stäben wider die Gewalt des Wassers verwahret werden.

Anmerckung.

§. 65. Ueberleget, was von der Verfertigung der horizontal- und oberschlächtigen Wasser-Rädern, wie auch von der Entfernung der Krafft bey den Rädern ausgeführet, so werdet ihr ohne ferneres Erinnern den Bau der unterschlächtigen Wasser-Räder beurtheilen können.

Lehr-Satz.

§. 66. Der Grund, wornach bey dem Bau der Mühlen die Art der Wasser-Räder zu errichten, und deren Grösse zu bestimmen, ist die Art der Bewegung des Wassers und die Grösse der Krafft, mit welcher es ein Rad treiben kan.

Beweiß.

Das erste folget aus dem §. 66. Dyn. und das übrige aus dem §. 34. Dyn.

Anmerckung.

§. 67. Ich könte nun untersuchen, wie viel Wasser zur Bewegung eines jeden Rades erfodert wird. Und daß zur Bewegung der Horizontal-Räder das wenigste Wasser nöthig. Weil aber dieses aus dem Erklärten leicht zu beurtheilen, so habe zu meiner gegenwärtigen Absicht, vermöge welcher nur die Haupt-Gesetze der Mathematischen Wissenschafften zu erklären, genug ausgeführet.

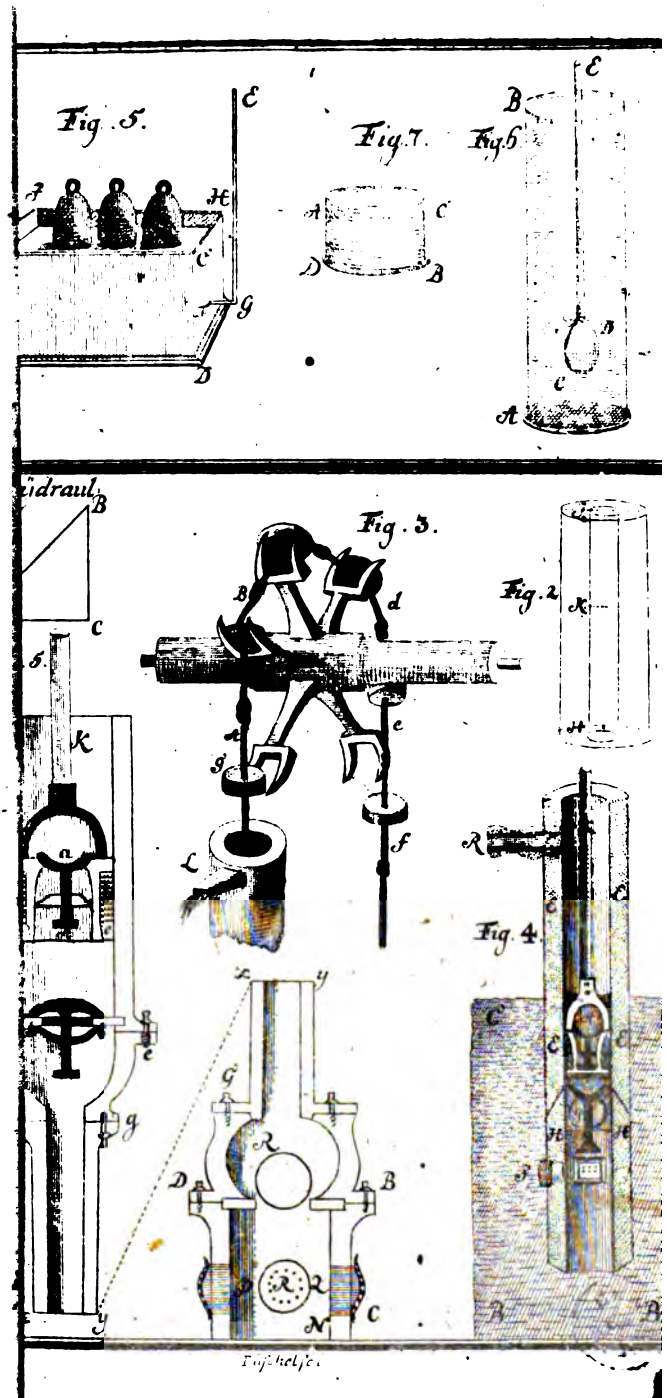
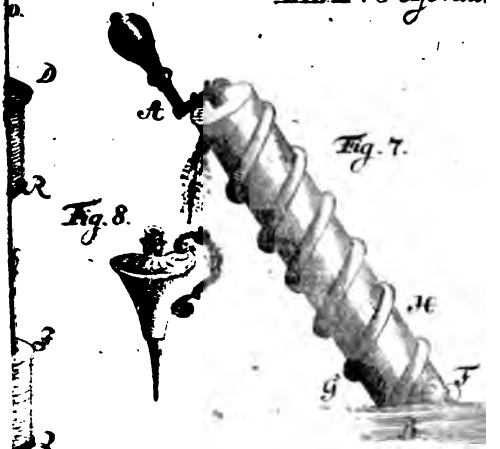
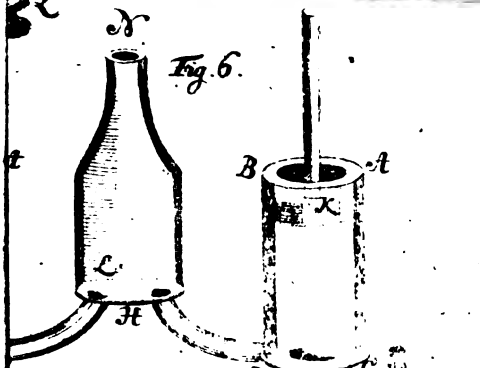
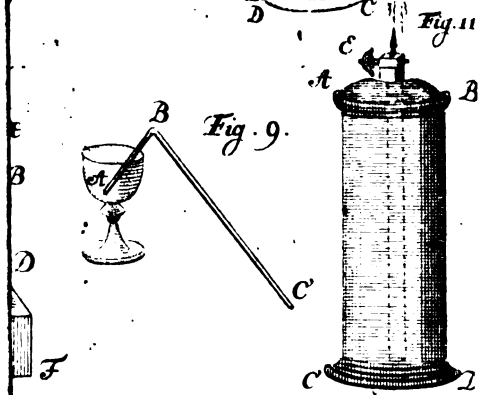


Fig. 5.
Fig. 7.
Fig. 6
Fig. 3.
Fig. 2
Fig. 4.
idraul.







UNIV. OF MICH.

ELEMENTA OPTICES CATOPTRICES ET DIOPTRICES

Das ist

Erste Gründe

Der Wissenschaft von Erfindung der Grösse in den Würckungen des Lichts und Schattens, insoweit es durch gerade, zurückgeworffene und gebrochene Linien fortgepflantzet wird.

ELEMENTA
OPTICES CATOPTRICES
ET
DIOPTRICES

Das ist

Erste Gründe

Der Widerscheinlehr von Erfindung der
Brylle in den Gesichtungen des Lichts und
Schattens, insonderheit so durch gerade, durch-
sichtige und gebrochene Linien for-
gestellet werden.

Erſte Gründe
Von
Erfindung der Gröſſe in den Wirckungen des Lichts.
Erſter Abſchnitt.
Von
Erfindung der Gröſſe in den Wirckungen des Lichts, inſoweit es durch gerade Linien fortgepflantzet wird.

Erklärung.

§. 1.

Was wir durch das Wort Licht verſtehen, das iſt einem jeden bekannt. Worin aber das Licht beſtehet, dies iſt eine Frage, welche ſo leicht nicht zu beantworten. Es gehöret dieſe Unterſuchung für die Erforſcher der Natur. Ich werde daher nur diejenigen Merckmahle beſchreiben, welche ich zu meiner gegenwärtigen Abſicht gebrauche. Durch einen Strahl verſtehet man den Weg, durch welchen das Licht von einem Punct nach dem andern fortgepflantzet wird.

Lehr-Satz.

§. 2. Der Strahl iſt eine gerade Linie.

Beweiß.

Laſſet durch ein kleines Löchlein, in der Gröſſe

einer Linſe, das Licht der Sonnen in einen verfinſterten Ort hineinfallen, ſo werdet ihr deutlich wahrnehmen, daß das Licht in einer geraden Linie fortgehet. Folglich muß der Strahl eine gerade Linie ſeyn (§. 1.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 3. Ohne Licht kan nichts geſehen werden. Folglich können wir keine Sache ſehen, wenn nicht von derſelben das Licht nach unſerm Auge in einer geraden Linie kan geführet werden.

Lehr-Satz.

§. 4. Licht kan ohne Lufft ſeyn.

Beweiß.

Pumpet die Lufft aus der Glocke, welche auf den Teller der Lufft-Pumpe geſetzet iſt, ſo habt ihr einen Raum, welcher leer von Lufft. Da ihr nun dennoch alles, was unter der Glocke lieget, ſehen könnet, ſo iſt nicht zu läugnen, daß, ohne Lufft Licht ſeyn könne (§. 2.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 5. Licht kan aus der Bewegung der ſubtilen ſten Materie, welche in der Lufft iſt, entſtehen.

Hauksbee hat in machina pneumatica einen phosphorum experimentum gemacht

Beweiß.

Nehmet eine hohle gläſerne Kugel, welche an der einen Seite eine Oeffnung hat, und befeſtiget an dieſer einen Hahn, damit ihr die Kugel verſchlieſſen könnet, daß weder Lufft hinein noch heraus dringen kan. Pumpet mit der Lufft-Pumpe aus dieſer Kugel die Lufft, ſo genau als es möglich iſt, und verſchlieſſet den Hahn, daß keine Lufft wieder hinein dringen kan. Setzet dieſe Kugel durch Hülffe einer Machine, in einem verfinſterten Orte, in eine ſehr ſchnelle Bewegung, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß in der

Ku-

Kugel, ſo lange dieſe Bewegung ſehr ſchnell iſt, Licht, welches aber, ſo bald dieſe Bewegung langſam wird, oder aufhöret, wiederum vergehet. Nun iſt in der Kugel nichts als die ſubtileſte Materie, welche die Lufft in ſich faſſet. Demnehero haben wir einen vollkommenen Grund zu behaupten, daß aus einer ſehr ſchnellen Bewegung der ſubtileſten Materie, welche die Lufft in ſich faſſet, Licht entſtehen könne.

Anmerckung.

§. 6. Was bey Hervorbringung dieſer Erfahrung zu beobachten, das will ich in den Vorleſungen umſtändlich zeigen.

Zuſatz.

§. 7. Wollt ihr die ſubtileſte Materie, welche die Lufft in ſich faſſet, Aether nennen, ſo könnt ihr behaupten, daß aus einer ſehr ſchnellen Bewegung des Aethers, Licht entſtehen könne.

Anmerckung.

§. 8. Schlieſſet nicht, wo dieſes wahr, ſo folget, wo eine ſehr ſchnelle Bewegung des Aethers, da iſt Licht. Es folget nur, wo kan Licht ſeyn. Eine ſchnelle Bewegung des Aethers hat unter verſchiedenen Umſtänden unterſchiedene Merckmahle haben; wollt ihr alſo aus den Begriffen beſtimmen, wann und wo Licht ſeyn müſſe, ſo müſſet ihr zuvor die Merckmahle beſtimmen, welche in der Bewegung des Aethers, wenn hieraus ein Licht entſtehen ſoll, zu finden.

Lehr-Satz.

§. 9. Das Licht kan nicht eine ſolche Sache ſeyn, welche für ſich beſtehet.

Beweiß.

Wenn in ein Zimmer die Sonne vollkommen hell ſcheinet, ſo nehmet Fenſter-Laden, welche kein Licht durchlaſſen, und verſchlieſſet mit dieſen die Fenſter. So bald die Fenſter verſchloſſen, wird nicht das geringſte Licht im Zimmer zurück bleiben. Wie iſt dieſes möglich, wenn das Licht eine Sache

ſeyn ſoll, die für ſich beſtehen kan? Sollte dieſes ſeyn, ſo müßte doch zum wenigſten in einem Augenblick das Licht in dem verſchloſſenen Zimmer zurück bleiben. Es folget alſo aus der Erfahrung, daß das Licht nicht eine ſolche Sache ſey, welche für ſich beſtehet. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 10. Wollt ihr einwenden, wenn dieſes, wie iſt es möglich, daß man Licht in feſte Körper, und feſte Körper in Licht verwandeln könne: Siehe Newton Optic. Lib. III. Qu 30. p. 302; ſo bitte, ihr wollet das, was ſcheinet, von dem, was iſt, abſondern, ſo wird kein Widerſpruch übrig bleiben.

Lehr-Satz.

§. 11. Das Licht iſt nichts anders, als eine gewiſſe Art in einer ſehr ſchnellen Bewegung des Aethers.

Beweiß.

Aus einer ſehr ſchnellen Bewegung des Aethers kan Licht entſtehen (§. 5. 7.). Da nun aber nicht eine jede ſchnelle Bewegung des Aethers Licht hervorbringet (§. 8.), ſo muß in der ſchnellen Bewegung des Aethers eine gewiſſe Art ſeyn, wenn daraus das Licht entſtehen ſoll. Es iſt ferner das Licht keine Sache, welche für ſich beſtehen kan (§. 9.), und alſo haben wir vollkommenen Grund zu behaupten, daß das Licht nichts anders als eine gewiſſe Art in der ſehr ſchnellen Bewegung des Aethers ſey. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 12. Ich könnte dieſes auch mit den chymiſchen Verſuchen beweiſen, ich befürchte aber, daß hiedurch die Gräntzen der Mathematik verletzen möchte. Dieſes iſt auch die Urſache, warum ich jetzo die Natur des Lichts nicht weiter unterſuche.

Lehr-Satz.

§. 13. In einem Strahl iſt das Bild von der

derjenigen Sache, welche den Weg des Lichts bestimmet. Oder in einem Strahl ist das Bild von der Sache, woraus der Strahl fährt.

Beweis.

Lasset den Strahl auf eine Fläche fallen, welche denselben nicht durchläst, so werdet ihr allezeit das Bild von der Sache finden, woraus der Strahl fliesset. Da nun nichts vorhanden, welches diese Sache abbilden kan, als das Licht; so müssen wir, vermöge der Erfahrung, dem Strahl die Eigenschafft geben, daß er das Bild der Sache, woraus er fliesset, mit sich führet. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 15. Und dieses bestätiget, daß aus einem Punct nach verschiedenen Gegenden Strahlen fliessen müssen.

2. Zusatz.

§. 15. Weil nun diese Strahlen, welche nach verschiedenen Gegenden aus einem Puncte fliessen, gerade linien sind, welche in einem Punct zusammen stossen, so folget, daß dieselben, wenn sie nicht in einem fortgehen, einen Winckel machen, dessen Spitze der Punct ist, woraus sie fliessen (§. 27. Geom.). Folglich gehen solche Strahlen immer weiter auseinander, je weiter sie kommen (§. 103. Geom.).

3. Zusatz.

§. 16. Und hieraus erhellet, daß das Licht von einer Sache immer schwächer werden müsse, je weiter die Strahlen, so aus derselben fliessen, kommen.

Lehr-Satz.

§. 17. Wird dem Lichte nach einer entgegen gesetzten Richtung ein Widerstand gesetzet, so muß es schwächer werden.

Beweiß.

Wird der Bewegung einer Sache, nach einer entgegengeſetzten Richtung, ein Widerſtand geſetzet, ſo wird die Bewegung ſchwächer (§. 71. Dyn.). Das Licht iſt eine beſtimmte Bewegung des Aethers (§. 11.). Folglich muß es ſchwächer werden, wenn ihm nach entgegengeſetzter Richtung ein Widerſtand geſetzet wird. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 18. Dannenhero kan hieraus erkläret werden, was die Erfahrung lehret, warum nemlich das Licht in der Luft abnimmt.

Lehr-Satz.

§. 19. Wenn aus verſchiedenen Dingen Strahlen flieſſen, welche in einem Punct zuſammen kommen, ſo wird die Fortpflantzung des einen durch den andern Strahl nicht gehindert.

Beweiß.

Tab. I. Optic. Fig. 1.

Laſſet die Strahlen, welche aus verſchiedenen Dingen ABC flieſſen, durch eine kleine Oeffnung D in ein verfinſtertes Zimmer auf die Fläche HIKL fallen; ſo wird ein jeder Strahl, nachdem er wieder von den andern abgeſondert, die Sache auf der geſetzten Fläche abbilden in abc. Darum dieſes unmöglich iſt, wenn die Fortpflantzung des einen Strahls von dem andern ſolte gehindert werden (§. 14. Dyn.); ſo erhellet daß der eine Strahl die Fortpflantzung des andern nicht hindert. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 20. Wenn verſchiedene Strahlen, welchen kein Widerſtand geſetzet wird, parallel gehen, ſo muß das Licht, wenn es für ſich betrachtet wird, allenthalben gleich ſtarck ſeyn.

Beweiß.

Gehen die Strahlen parallel, ſo fällt der eine dem

Licht

Licht des andern weder vermindern, noch vermehren (§. 22. Geom.). Wird diesen Strahlen kein Widerstand gesetzet, so ist auch ausser diesen Strahlen kein Grund von der Veränderung in der Grösse des Lichts (§. 456. Dyn. und §. 11. Opt.). Und also haben wir völligen Grund zu behaupten, daß die Grösse dieses Lichts in einem unveränderten Zustande bleiben müsse. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 21. Wenn gleich starcke Strahlen, welche aus einem Puncte fliessen, von einander gehen, und keine äusserliche Ursachen vorhanden sind, welche in der Grösse des Lichts eine Veränderung machen können, so wird das Licht immer schwächer, und zwar in einer verkehrten zusammengesetzten Verhältniß der Entfernungen von dem Puncte, woraus die Strahlen fliessen. Radii divergentes.

Beweis.

Das erste erhellet aus dem §. 15. Das zweyte kan auf folgende Art erwiesen werden. Weil die Strahlen, welche aus dem Puncte A fliessen, gleich starck, und keine äusserliche Ursache vorhanden ist, welche in der Stärcke des Lichts eine Veränderung hervorbringen könne, so kan die Abnahme des Lichts nur von der Weite bestimmet werden, in welcher die Strahlen auseinander gehen. Die Strahlen sind gerade Linien (§. 2.). Folglich müssen diejenigen, welche in einer kleinen Entfernung gleichweit auseinander gehen, auch in einer grösseren Entfernung einerley Weite behalten (§. 101. Geom.). Nehmet an, daß FCG und DBE innere Peripherien von der Helffte hohler Kugeln, auf welche die Licht-Strahlen fallen, und daß die Strahlen alle gleich starck sind; so werdet ihr vermöge des vorhergehenden behaupten müssen, daß sich die Stärcke des Lichts auf der halben Kugel-Fläche FCG zur Stärcke des Tab. I. Optic. Fig. 2.

Lichts auf der halben Kugel-Fläche DBE umgekehrt wie die halben Kugel-Flächen verhalten. Da sich nun diese halbe Kugel-Flächen zu einander verhalten, wie die halben Circul, durch deren Bewegung sie entstanden (§. 342. Geom.), und die halben Circul in einer zusammengesetzten Verhältniß ihrer Diametrorum (§. 290. Geom.); so ist auch die Stärcke des Lichts auf der halben Kugel-Fläche PDG, und die Stärcke des Lichts auf der halben Kugel-Fläche DBE umgekehrt in einer zusammengesetzten Verhältniß der Entfernungen von dem Puncte, woraus die Strahlen fliessen (§. 19. und 20. Geom.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 22. Hieraus erhellet,

1) daß das Licht um deſto stärcker sey, je mehrere Strahlen bey einander sind.

2. Zusatz.

§. 23. 2) Daß die Abnahme des Lichts von gleichstarcken Strahlen, welche aus einander fahren, durch folgende Progression auszudrücken

1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$ und so weiter.

Lehr-Satz.

Radii convergentes. §. 24. Wenn gleich starcke Strahlen, welche aus verschiedenen Puncten fliessen, zusammen lauffen, und keine äuſserlichen Ursachen vorhanden sind, wodurch die Gröſſe des Lichts könne verändert werden, so wird das Licht immer stärcker, und zwar in einer verkehrten und zusammengesetzten Verhältniß der Entfernungen von dem Puncte, in welchem die Strahlen zusammen stossen.

Beweiß.

Tab. I. Optic. Fig. 3. Es erhellet aus dem Beweiß des §. 21, daß die Stärcke des Lichts auf der Circul-Fläche EGF zur

Stärcke

Stärcke des Lichts auf der Circul-Fläche ACB, wie CB^2 zu GF^2. Da nun $CB:GF=DC:DG$ (§. 193. 192. Geom.), folglich $CB^2:GF^2=DC^2:DG^2$ (p. 172. b. 1. Rechn.); so verhält sich auch die Stärcke des Lichts auf der Circul-Fläche EGF, zur Stärcke des Lichts auf der Circul-Fläche ACB, wie DC^2 zu DG^2. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 25. Machet aus der §. 23. gesetzten Progression eine anwachsende, so habt ihr eine Progression, durch welche ihr den Anwachs des Lichts unter gesetzten Bestimmungen ausdrücken könnet.

Erklärung.

§. 26. Einen Körper, welcher keine Licht-Strahlen durchläst, wollen wir, um unsere Gedancken kurtz auszudrücken, einen dunckelen Körper nennen. Ein Körper, durch welchen die auffallende Strahlen führen können, heist ein durchsichtiger Körper. Und ein Körper, welcher die Licht-Strahlen hervorbringet, wird ein leuchtender Körper genennet.

Zusatz.

§. 27. Wenn das Licht auf einen dunckelen Körper fällt, so muß dieser den Zufluß des Lichts in dem Raum, welcher dem Licht entgegen gesetzet, verhindern (§. 26. 2.).

Erklärung.

§. 28. Ein solcher Mangel von dem Zufluß des Lichts heist der Schatten. Die völlige Abwesenheit des Lichts wird die Finsterniß genennet.

1. Zusatz.

§. 29. Hieraus erhellet,

1) Daß der schiefe Rande des Schattens möglich;

2) Daß ein dunckeler Körper mit der einem Seite einen

einen Schatten wirfft, wenn er auf der andern Seite von einem leuchtendem Körper erleuchtet wird;

3) Daß der Schatten, welchen ein dichter Körper hinter sich wirfft, desto stärcker sey, je stärcker das Licht, womit er auf der andern Seite erleuchtet wird.

2. Zusatz.

§. 30. Weil der Strahl eine gerade Linie ist (§. 2.), so könnet ihr, wie weit ein dunckeler Körper von einem leuchtendem Körper erleuchtet wird, und die Figur des Schattens, welchen der dunckele Körper wirfft, bestimmen, wenn ihr von der Peripherie des leuchtenden Körpers, über die Peripherie des dunckelen gerade Linien ziehet.

Anmerckung.

§. 31. Hieraus sind unendlich viele Wahrheiten sonder Beschaffenheit der Erleuchtung eines dunckelen Körpers, und des Schattens wahrnehmen. Ich will einige, welche zur weitern zu gebrauchen sind, bestimmen, von welchen hergegebenen Figuren unmittelbar den Beweis geben. Zeit ist zu setzen, daß A der leuchtende und B der dunckele Körper sey.

3. Zusatz.

Tab. I. Opt. Fig. 4.

§. 32. Die Helffte einer leuchtenden Kugel, welche gleich einer dunckelen ist, erleuchtet die Helffte von der dunckelen Kugel, und diese wirfft einen Schatten, dessen Figur ein Cylinder (§. 112. und 80. Geom.).

4. Zusatz.

Tab. I. Opt. Fig. 5.

§. 33. Wenn die leuchtende Kugel, welche eine dunckele erleuchtet, gröser ist als diese, so erleuchtet ein kleinerer Theil, als die Helffte von der leuchtenden Kugel, mehr als die Helffte von der dunckelen, und dieser wirfft einen Schatten, dessen Figur ein Kegel (§. 112. und 82. Geom.).

5. Zusatz.

Tab. I. Opt. Fig. 6.

§. 34. Wenn die leuchtende Kugel, welche eine dunckele erleuchtet, kleiner als diese, so erleuchtet

ein

ein gröſſerer Theil, als die Helffte von der leuchtenden Kugel, weniger als die Helffte von der dunckelen, und dieſer wirfft einen Schatten, deſſen Figur ein abgekürtzter Kegel (§. 112. und 85. Geom.).

Erklärung.

§. 35. Wird der Schatten von einem dunckelem Körper, der perpendiculär auf der Horizontal-Linie ſtehet, auf eine Horizontal-Fläche geworffen, ſo heiſt er ein gerader Schatten. Wird aber der Schatten von einem dunckelem Körper der perpendiculär, an eine Fläche, welche perpendiculär auf der Horizontal-Linie ſtehet, befeſtiget, auf eine Vertical-Fläche geworffen, ſo heiſt er ein verkehrter Schatten.

Umbra recta.

Umbra verſa.

Lehr-Satz.

§. 36. Der gerade Schatten verhält ſich zur Länge des dunckelen Körpers, wovon er geworffen wird, wie der *Cosinus* von der Höhe des leuchtenden Körpers, zu dem *Sinu* von dieſer Höhe.

Tab. I. Opt. Fig. 7.

Beweiß.

Es ſey in D der leuchtende Körper, ſo iſt der Winckel DBC ſeine Höhe, und DE der Sinus. Folglich BE = HI (§. 154. 181. Geom.) der Cosinus von dieſer Höhe (§. 181. 182. Geom.). Es ſey ferner GB ein dunckeler Körper, welcher perpendiculär auf der Horizontal-linie ſtehet, ſo iſt BF der gerade Schatten (§. 35. 36.). Da nun BF : GF = BE : DE (§. 193. Geom.); ſo verhält ſich der gerade Schatten zur Länge des dunckelen Körpers, wie der Cosinus von der Höhe des leuchtenden Körpers, zu dem Sinu von dieſer Höhe. W. Z. E. W.

I. Zuſatz.

§. 37. Wird der Winckel DBE gröſſer, ſo wird der Sinus DE gröſſer, folglich der Cosinus DH kleiner werden (§. 181. 183. Geom.). Demnach erhellet,

hellet, daß der gerade Schatten, welcher von einem dunckelem Körper geworffen wird, in seiner Länge abnimmt, wenn die Höhe des leuchtenden Körpers zunimmt, und daß die Länge des Schattens zunimmt, wenn die Höhe des leuchtenden Körpers abnimmt. (§. 36.).

2. Zusatz.

§. 38. Es erhellet ferner, daß sich die Höhen zweyer dunckeler Körper zu einander verhalten, wie die gleichen Schatten, welche sie zu gleicher Zeit nach einerley Gegend werffen, wenn sie von einem leuchtenden Körper auf der einen Seite erleuchtet werden (§. 40. A. M.).

Lehr-Satz.

§. 39. Wenn ein leuchtender Körper in einerley Höhe verursachet, daß ein dunckeler Körper einen verkehrten, und ein anderer einen geraden Schatten wirfft, so verhalten sich die Längen dieser Schatten wechselsweise, wie die Längen der dunckelen Körper.

Beweiß.

Tab. I. Opt. Fig. 8. Es sey AC der dunckele Körper, welcher den verkehrten, und DB der dunckele Körper, welcher den geraden Schatten wirfft, so ist DA der verkehrte, und BE der gerade Schatten (§. 35. 2.). Da nun A = B (§. 35.), und die Winckel bey D einander gleich (§. 117. Geom.), so ist AC : DA = BE : DB (§. 192. Geom.). W. z. E. W.

Aufgabe.

§. 40. Aus der Höhe eines dunckelen Körpers und dessen geraden Schatten, die Höhe des leuchtenden Körpers, z. E. die Höhe der Sonne über den Horizont zu finden.

Auflösung.

Tab. I. Opt. Fig. 7. Wenn GF die Höhe des dunckeln Körpers, und BE der gerade Schatten (§. 29.), so ist der Winckel

DBC

DBC, die Höhe des leuchtenden Körpers. Ihr findet demnach die Höhe dieses leuchtenden Körpers, wenn ihr in dem rechtwinklichten Triangel BGF den Winckel B suchet. Diesen könnet ihr nach dem §. 7. Trigonom. finden.

Lehr-Satz.

§. 41. Der gerade und verkehrte Schatten, welche von dunckelen Körpern, so vollkommen einerley, vermittelst einerley Höhe des leuchtenden Körpers geworffen werden, sind in einer zusammengesetzten Verhältniß, wie der *Cosinus* zu dem Sinu von der Höhe des leuchtenden Körpers. Tab. I. Opt. Fig. 8.

Beweis.

Es sey der gerade Schatten = a, der dunckele Körper = b, so ist der verkehrte Schatten (§. 39. Opt. und §. 130. A. M.) = $\frac{ab}{a}$. Demnach (§. 218. pag. 172. n. 1. Rech.), so ist der gerade Schatten zu dem verkehrten, wie das Quadrat von dem geraden Schatten, zu dem Quadrat von der Länge des dunckelen Körpers. Der gerade Schatten verhält sich zu der Länge des dunckelen Körpers, wie der Cosinus von der Höhe des leuchtenden Körpers, zu dem Sinu von dieser Höhe (§. 36.). Folglich ist das Quadrat von dem geraden Schatten, zu dem Quadrat von der Länge des dunckelen Körpers, wie das Quadrat von dem Cosinu der Höhe des leuchtenden Körpers, zu dem Quadrat von dem Sinu dieser Höhe (§. 218. pag. 172. n. 1. Rech.), und also ist klar, daß sich der bestimmte gerade Schatten zu dem verkehrten verhalte, wie das Quadrat von dem Cosinu der Höhe des leuchtenden Körpers, zu dem Quadrat von dem Sinu dieser Höhe (§. 40. A. M.).

Lehr-Satz.

Tab. I. Opt. Fig. 9.

§. 42. Die geraden Schatten, welche von einem dunckelem Körper vermittelſt veränderter Höhe des leuchtenden geworffen werden, verhalten ſich zu einander, wie die Cotangenten von dieſen veränderten Höhen.

Beweiß.

Es ſey TS der dunckele Körper, TZ der eine, und TV der andere gerade Schatten, welche er vermittelſt der veränderten Höhe des leuchtenden Körpers wirfft (§. 29.), ſo iſt die eine Höhe des leuchtenden Körpers der Winckel TZS, und die andere Höhe TVS. Nehmet an, daß TS der Sinus totus, ſo iſt TZ der Tangent von dem Winckel TSZ, und TV der Tangent von dem Winckel TSV (§. 173. 181. Geom.). Da nun TSZ das Complementum von TZS, und TSV das Complementum von TVS (§. 180. 145. 146. Geom.), Folglich ſind TZ und TV die Cotangenten von den veränderten Höhen (§. 180. Geom.). Woraus erhellet, daß ſich dieſe gerade Schatten zu einander verhalten, wie die Cotangenten von den veränderten Höhen des leuchtenden Körpers. W. Z. E. W.

Der 2. Abſchnitt.

Elementa Dioptrices

Von Erfindung der Gläſer, und der Wirkungen des Lichts bey gebrochenen Strahlen.

Erklärung.

Punctum Incidentiæ et Linea ſeu Axis incidentiæ.

Wenn der Strahl auf einen Körper fällt, wird der Punct, auf welchen der Strahl fällt, der Einfalls-Punct genennet, und die

pen-

pendicul-Linie, welche auf den Körper durch den Einfalls-Punct gezogen wird, heist die Einfalls-Linie. Fig. 10. HC Fig. 11. DC

Lehr-Satz.

§. 44. Wenn der Strahl des Lichts aus einer dichteren Materie in eine dünnere; oder aus einer dünneren Materie in eine dichtere fähret, so wird er von der vorigen Linie abweichen, und zwar im ersten Falle von der Einfalls-Linie, und im andern Falle gegen die Einfalls-Linie.

Beweiß.

Füllet ein conisches Glaß mit Wasser, und haltet es dergestalt an C, daß der Strahl des Lichts EF, welches durch die kleine Oeffnung in das verfinsterte Gemach hineinfällt, in F das Wasser berühret, so werdet ihr augenscheinlich wahrnehmen, daß der Strahl im Wasser aus der geraden Linie EG weichet, und gegen die Einfalls-Linie in der Linie FL fortgehet. Ihr werdet ferner wahrnehmen, daß der Strahl, wenn er aus dem Wasser in die Lufft fähret, aus der geraden Linie FM an LN weichet, und also von der Einfalls-Linie LO weggehet. Wiederhohlet diesen Versuch mit einem geschliffenen Kegel, der ganz maßiv ist, wiederhohlet denselben mit einem dreyeckigten gläsernen Prismate: ihr werdet allezeit einerley Würckung finden. Folglich bestätiget die Erfahrung den angegebenen Lehr-Satz. Tab. I. Optic. Fig. 10.

Erklärung.

§. 45. Dieses Abweichen der Strahlen von der vorigen Linie, in welcher sie waren, wird das Brechen der Strahlen oder die Refraction genennet. Der Strahl AB heist bis an den Einfalls-Punct B der einfallende Strahl (*Radius incidens*); wenn dieser aus dem Punct B herausfährt und gebrochen wird, so wird er nemlich BC der gebrochene Strahl (*Ra-* Tab. I. Optic. Fig 11.

(*Radius refractus*) genennet. Und in Ansehung dessen heist der Einfalls-Punct, der Brechungs-Punct (*Punctum refractionis*).

Erklärung.

§. 46. Wenn die Einfalls-Linie oder Axe DB durch den Einfalls-Punct B verlängert wird, so heist sie, nemlich BE, die Brechungs-Linie oder Axe (*Axis refractionis*).

Erklärung.

§. 47. Der Winckel, welcher von dem einfallenden Strahl BA mit der Fläche BI, worauf er fällt, gemacht wird, ABI, heist der Einfalls-Winckel (*Angulus incidentiae*). Der Winckel, welcher von dem einfallenden Strahl AB, und der Einfalls-Axe BD gemacht wird, nemlich DBA, wird der Neigungs-Winckel (*Angulus inclinationis*) genennet.

Erklärung.

§. 48. Der Winckel, welchen der verlängerte einfallende Strahl MB mit dem gebrochenen Strahl BC macht, nemlich der Winckel MBC, heist der Refractions Winckel (*Angulus refractionis*). Und der Winckel CBE, welchen der gebrochene Strahl BC mit der Brechungs-Axe BE macht, wird der gebrochene oder refringirte Winckel (*Angulus refractus*) genennet.

1. Zusatz.

§. 49. Wenn der Strahl des Lichts aus einer dichteren Materie in eine dünnere, und aus einer dünneren in eine dichtere fähret, so wird er gebrochen, und zwar im ersten Fall von der Einfalls-Linie, und in dem andern gegen die Einfalls-Linie (§. 44. 45.).

2. Zusatz.

§. 50. Die untere Luft ist dichter als die obere (§. 13. Abrom.). Wenn demnach der Strahl

des

des Lichts aus der oberen Lufft in die untere, oder aus der unteren Lufft in die obere fährt, so wird er gebrochen, und zwar im erstem Falle gegen die Einfalls-Linie, im andern Falle aber von der Einfalls-Linie (§. 49.).

Lehr-Satz.

§. 51. Die *Sinus* von dem Inclinations- und gebrochenem Winckel haben beständig einerley Verhältniß gegen einander. Tab. II. Optic. Fig. 12.

Beweiß.

Die Wahrheit dieses Lehr-Satzes kan nach Keplers Exempel (Diopt. L. 1. prop. 3.) durch die Erfahrung auf folgende Art bestätiget werden.

1) Nehmet einen gläsernen Würffel BF, welcher auf allen Seiten recht eben geschlieffen und poliret.

2) Setzet zwey wohlgehobelte Bretter NIPO und NIBA rechtwincklicht zusammen, so daß die Höhe von NIBA gleich der Höhe des Würffels, die Breite aber gröſſer als die Breite des Würffels.

3) Setzet den Würffel an das aufgerichtete Bret NIBA, und kehret es gegen die Sonne, und mercket mit einem Bley-Stiffte auf dem Bretlein INOP den Punct L, wo der Schatten von dem Bretlein NIBA ausserhalb dem Würffel aufhöret, ingleichen den Punct K, wo er innerhalb dem Würffel sich endiget.

4) Traget den Triangel CHL auf das Papier, schneidet von der Linie LH aus L nach H die Linie LK, und ziehet die Linie CK: so ist CL der einfallende oder ungebrochene, und CK der gebrochene Strahl. C der Einfalls-Punct. CH die Einfalls-Axe, folglich HCL der Inclinations-Winckel, HCK der gebrochene Winckel (§. 43. ff.). Tab. II. Optic. Fig. 13.

5) Weil die Linie CH unveränderlich bleibet, so beschreibet mit dieser aus C einen Bogen, welcher die Linie CK in M und CL in I schneidet, so ist der

Perpendicul GM der Sinus von dem gebrochenen, IN aber der Sinus von dem Inclinations-Winckel (§. 181. Geom.).

6) Meſſet dieſe Sinus auf einem verjüngtem Maaß-Stabe. Wenn ihr nun dieſen Verſuch auf verſchiedene Art anſtellet, ſo werdet ihr finden, daß dieſe Sinus beſtändig einerley Verhältniß zu einander haben.

7) Nehmet an ſtatt des vorigen Würffels einen hohlen gläſernen Würffel. Füllet dieſen nach und nach mit verſchiedenen flüßigen Materien, und unterſuchet alsdenn, wie zuvor, die Brechung der Strahlen, ſo werdet ihr gleichfalls finden, daß bey einerley Materie die Sinus von dem Inclinations- und von dem gebrochenen Winckel einerley Verhältniß behalten.

1. Zuſatz.

§. 52. Wie groß iſt dieſe Verhältniß? Hugenius in Dioptr. und Newton in Optic. haben bekräftiget, daß bey der Strahlen-Brechung aus der Lufft in das Glaß IN : MG = 3 : 2. Das iſt; der Sinus des gebrochenen Winckels iſt ⅔ von dem Sinu des Inclinations-Winckels. Hingegen bey der Strahlen-Brechung aus dem Glaſe in die Lufft iſt IN : GM = 2 : 3. Das iſt; der Sinus des Inclinations-Winckels iſt ⅔ von dem Sinu des gebrochenen Winckels.

Anmerckung.

§. 53. Ich werde nur das Brechen des Lichts durch geſchlieffenen Gläſern beſchreiben; weil das übrige zu meiner gegenwärtigen Abſicht nicht erfodert wird. Doch zur Erläuterung will ich einige Verhältniſſe anführen. Carteſius in Tr. de Meteor. hat angemercket, daß MG : IN = 3 : 4 wenn das Licht aus der Lufft in das Waſſer gebrochen wird. Newton bewenſet in der Optic, daß MG : IN = 3200 : 3201 wenn das Licht in der Lufft gebrochen wird, und ſo weiter. Wollt ihr hiebey überlegen, was in der Aëromeerie von der Schwere der Lufft, und in der Hydroſtatic von der Schwere des Waſſers ausgeführet, ſo wer-

werdet ihr ohne ferneres Erinnern gestehen, daß diese Verhältniß nicht allgemein, und daß es unmöglich, allgemeine Verhaltnisse von dem Brechen des Lichts im Wasser und in der Lufft festzusetzen.

2. Zusatz.

§. 54. Hieraus erhellet, daß das Licht stärcker gebrochen wird, wenn es sehr schief einfällt, als wenn es nicht so schief einfället.

3. Zusatz.

§. 55. Doch ist hiebey vermöge der Erfahrung, welche nach dem §. 51. kan erhalten werden, zu mercken,

1) Daß der Strahl, welcher perpendiculär einfällt, ungebrochen durchgehet.

2) Wenn der Inclinations-Winckel kleiner als 20. Grad, so ist der gebrochene Winckel aus der Lufft in das Glaß bey nahe der dritte Theil von dem Inclinations-Winckel.

3) Wenn der Inclinations-Winckel 20. Grad, so ist der gebrochene Winckel aus der Lufft in das Glaß 6° 48′ 25″ folglich um 8′ 25″ grösser als der dritte Theil von dem Inclinations-Winckel.

4) Wenn der Inclinations-Winckel 30. Grad, so ist der gebrochene Winckel aus der Lufft in das Glaß 30′ 31″ grösser als der dritte Theil von dem Inclinations-Winckel, und so weiter. Siehe Wolfii Elem. Diopt. §. 32. ff.

Erklärung.

§. 56. Glaß schleiffen ist so viel als der Fläche des Glases eine gewisse Figur geben. Machen daß das Glaß einen hellen Glantz bekomme, heißt das Glaß poliren.

1. Zusatz.

§. 57. Hieraus erhellet, daß bey dem Glaß schleiffen auf drey Stücke zu sehen;

1) Auf die Beschaffenheit des Glases.

2) Auf die Beschaffenheit der Machine, womit das Glaß zu schleiffen.

3) Auf die Hand-Arbeit.

2. Zusatz.

§. 58. Die Beschaffenheit des Glases ist aus der Absicht zu beurtheilen. Weil nun diese, daß durch dasselbe die Strahlen auf eine gleichförmige Art sollen gebrochen werden, so folget, daß ein solches Glaß vollkommen durchsichtig, helle und durchaus gleich dichte seyn muß.

Anmerckung.

§. 59. In den Fürlesungen werde zeigen, wie diese Eigenschafften des Glases zu untersuchen.

3. Zusatz.

§. 60. Bey der Machine sind die Flächen, warnach das Glaß zu schleiffen, oder die Schaalen, von der Machine für sich betrachtet, das ist, von der Schleif-Mühle zu unterscheiden. Was zu beyden erfodert wird, solches ist wiederum aus der Absicht zu bestimmen. Und also erhellet in Ansehung der Schaale, daß ihre innere Fläche diejenige Figur haben müsse, welche die äussere Fläche des Glases bekommen soll; und in Ansehung der Mühle, daß sie also zu verfertigen, daß durch deren Hülffe die Schaale in eine gleichförmige Bewegung könne gesetzet werden.

Anmerckung.

§. 61. In den Fürlesungen werde sämtlich zeigen:

1) Wie solche Schaalen zu verfertigen.

2) Wie die Mühle zu verfertigen.

3) Die Hand-Griffe, welche bey dem Schleiffen zu beobachten.

4) Wie die Gläser zu poliren.

Indessen kan mit Nutzen gelesen werden, was Hertel, in der Kunst Glaß zu schleiffen, beschrieben.

Er-

Erklärung.

§. 62. Die Flächen eines geschlieffenen Glases sind entweder ebene oder krumme. Ist das erste, so werden sie glatte Gläser genennet. Ist das zweyte, so sind sie entweder erhaben, oder hohl. Wenn jenes, so sind es erhabene Gläser, und wenn dieses, hohle Gläser. Lens plana. Lens conuexa. Lens concaua.

Zusatz.

§. 63. Es sind demnach alle geschlieffene Gläser entweder auf beyden Seiten platt, oder auf beyden Seiten erhaben (Lens conuexo-conuexa); oder auf beyden Seiten hohl (Lens concauo-concaua); oder auf der einen Seite platt und auf der andern erhaben (Lens plano-conuexa); oder auf der einen Seite platt, und auf der andern hohl (Lens plano-concaua); oder auf der einen Seite hohl und auf der andern erhaben (Meniscus).

Erklärung.

§. 64. Die Axe eines geschlieffenen Glases ist diejenige gerade Linie, welche in die Axe von dem Körper, woraus das Glaß geschnitten worden, fällt. Oder die Axe des Körpers, woraus das Glaß geschnitten worden, ist die Axe von dem geschlieffenen Glase.

Anmerckung.

§. 65. Es können so wohl hohle als auch erhabene Gläser aus sphärischen, elliptischen, hyperbolischen, paraboliſchen und andern Körpern geschnitten werden, und die Gläser werden daher sphärische, elliptische, hyperbolische und paraboliſche Gläser genennet. Doch ist zu mercken, daß man nur sphärische Gläser verstehet, wenn von geschlieffenen Gläsern, ohne eine besondere Art zu bestimmen, die Rede. Im folgenden will ich nur von den sphärischen Gläsern handeln.

Zusatz.

§. 66. Die Axe der Kugel, von deren Fläche die Fläche des geschlieffenen Glases ein Theil ist, bestimmet

die Grösse in der Krümme der Fläche des Glases (§. 280. Geom.). Daher wird gesaget, es ist ein Glaß von drey Ruthen, wenn die Axe drey Ruthen hat: es ist ein Glaß von drey Schuhen, wenn die Axe drey Schuh. Und so weiter.

Erklärung.

Lens convexo convexa

§. 67. Ist ein Glaß auf beyden Seiten erhaben, so wird gesaget, daß es gleichförmig erhaben, wenn von beyden Seiten die Axen gleich. Woraus unmittelbar zu begreiffen, was gleichförmig hohle Gläser sind.

Aufgabe.

§. 68. Durch Zeichnung zu finden, wie ein einfallender Strahl in einem gegebenen Glase gebrochen wird.

Auflösung.

1) Beschreibet mit den gegebenen Radiis die Bögen der hohlen, oder der erhabenen Flächen; oder ziehet gerade Linien, wenn die Gläser platt sind, damit ihr den Durchschnitt des Glases bekommet.

2) Ziehet den Strahl auf das Glaß nach der Art, wie er einfallen soll.

3) Auf den Einfalls-Punct ziehet eine gerade Linie, die auf dem Glase perpendiculär stehet. So bekommt ihr den Inclinations-Winckel (§. 47.).

4) Diesen theilet in drey gleiche Theile, so könnet ihr den Strahl ziehen, wie er im Eingange gebrochen wird (§. 52.).

5) Suchet auf gleiche Art den Inclinations-Winckel im Ausgange.

6) Theilet ihn in zween Theile, so könnet ihr den Strahl finden, wie er im Ausgange gebrochen wird.

1. Zusatz.

§. 69. Wenn ihr in dem Zeichnen genau verfahret,

fahret, so werdet ihr folgende Sätze, welche auch aus dem §. 11. zu erweisen, durch die Erfahrung bestimmen können.

1) Wenn das Glaß auf beyden Seiten platt ist, so werden die Strahlen hinter dem Glase mit den einfallenden parallel gebrochen.

2. Zusatz.

§. 70. 2) Ist das geschliefferte Glaß erhaben, so werden die Strahlen, welche mit der Axe parallel einfallen, nach geschehener Brechung mit der Axe wiederum zusammen stossen, und zwar in der Weite des Diametri von dem Glase, wenn es auf einer Seiten platt und auf der andern erhaben: in der Weite des halben Diametri, wenn es auf beyden Seiten erhaben: und in der Weite des vierten Theils, wenn das Glaß eine ganze Kugel.

3. Zusatz.

§. 71. Hieraus erhellet, a) daß die erhabenen Gläser durch das Brechen der Strahlen, das Licht vermehren (§. 16.), und zwar in einer verkehrten und zusammengesetzten Verhältniß der Entfernung des Glases von dem Punct, in welchem die Strahlen zusammen lauffen; welcher Punct der Brenn-Punct (Focus) genennet wird (§. 24.); b) daß die erhabenen Gläser die Strahlen, welche aus einem Punct fliessen, wiederum zusammen bringen.

4. Zusatz.

§. 72. 3) Ist das geschliefferte Glaß auf der Seite, wo die Strahlen ausfahren, hohl, so werden die Strahlen von der Axe weg gebrochen, und weichen nach der Refraction immer mehr und mehr von ihr ab, je weiter sie fortgehen.

5. Zusatz.

§. 73. Hieraus erhellet a) daß die hohlen Gläser

durch das Brechen der Strahlen das Licht immer schwächer machen, und zwar in einer zusammengesetzten und verkehrten Verhältniß der Entfernungen der Flächen, womit die gebrochenen Strahlen aufgefangen werden, von dem Glase (§. 21.); b) daß die hohlen Gläser die Strahlen, welche aus einem Punct fliessen, zerstreuen.

Anmerckung.

§. 74. Wäre es nicht meine Absicht Anfängern die mathematischen Lehr-Sätze zu erklären, so hätte diese Zusätze aus den inneren Gründen der Mathematik gefolgert. Wer verstehet, wie nach den Regeln der Logik durch die Verbindung der Zeichen Wahrheiten zu erfinden, der wird auch diesen Weg, welchen zur Untersuchung der Dioptrischen Lehr-Sätze gebrauchet, nicht verachten.

Erfahrung.

§. 75. Fanget den hellen Strahl des Lichts, der durch ein kleines Löchlein in ein verfinstertes Gemach hinein fällt, mit einem dreyeckigtem prismatischem Glase auf, so werdet ihr, wenn ihr das Glaß recht haltet, die schönsten Regenbogen-Farben sehen. Fanget die Strahlen hinter dem Glase auf, wo ihr wollet, so werdet ihr beständig diese Farben wahrnehmen. Fanget den einen Strahl z. E. den rothen wiederum mit einem dreyeckigtem prismatischem Glase auf, so werdet ihr wahrnehmen, daß dessen Farbe niemahls verändert wird. Lasset das gefärbte Licht durch ein erhabenes Glaß fallen, so werden die Strahlen hinter dem Glase, wo sie noch weit von einander sind, auch nach der Refraction ihre Farben behalten. Hingegen in dem Brenn-Punct werdet ihr keine Farben, sondern Licht sehen, wenn ihr das Licht in dem Brenn-Punct mit dem Papier auffanget. Hinter dem Brenn-Punct fahren die Strahlen wieder weit auseinander, und machen abermahl

Farben.

Farben. Die gefärbten Strahlen haben einen andern Weg als das eingefallene Licht, und stehen über einander.

Anmerckung.

§. 76. Lasset das Licht in ein mit Wasser gefülltes conisches Glaß fallen, so werdet ihr gleiche Empfindungen bekommen.

1. Zusatz.

§. 77. Aus dieser Erfahrung erhellet

1) Daß sich das Licht in Farben verändert, wenn die Strahlen durch das Brechen von einander gesondert werden (§. 45.).

2. Zusatz.

§. 78. 2) Daß sich die Farben in Licht verwandeln, wenn sie mit einander vermenget werden. (§. 71.).

3. Zusatz.

§. 79. 3) Daß die Farben, in welche das Licht verwandelt, unterschieden, wenn sie durch das Brechen in verschiedenen Winckeln von einander gesondert.

4. Zusatz.

§. 80. 4) Daß die Farbe eines Strahls, welcher in einem bestimmten Winckel von dem Licht abgesondert, unveränderlich.

5. Zusatz.

§. 81. 5) Daß das Licht in einem gefärbten Strahl schwächer, als wenn alle gefärbte Strahlen mit einander vermenget, und ein weisses Licht machen (§. 21.).

Der

Der 3. Abschnitt.

Von dem Gesichte und Beurtheilung der Grösse der Dinge durch das Gesichte.

Erklärung.

§. 82.

Das Auge bestehet aus verschiedenen Häuten und Feuchtigkeiten. Die erste Haut ist wie ein durchsichtiges Horn, und wird daher die Horn-Haut (Cornea) genennet. Mit ihr ist an dem hinteren Theil des Auges eine andere zähe Haut (Sclerotica) verknüpffet, welche die harte Haut genennet wird. Unter der Horn-Haut ist eine färbige Haut (Vuea), diese hat in der Mitten ein Circul-rundtes Loch (Pupilla), welches man den Stern nennet. Mit der farbigen Haut ist eine schwartze (Choroides) verknüpffet, welche an der harten anlieget. Endlich über die schwartze ist hinten an dem Auge ein zartes netzförmiges Häutlein (Retina), welches wie ein Netz zusammen fället, wenn man es absondert, hingegen sich wie ein leinenes Tuch ausspannet, wenn es innerhalb dem Wasser beneget wird. Den hintersten und gröſten Theil des Auges füllet die gläserne Feuchtigkeit (Humor vitreus) aus. Mitten in dem Auge unter dem Stern lieget die crystallina Feuchtigkeit (Humor cristallinus), die einem erhabenen geschlieffenen Glase ähnlich. Endlich den Raum zwischen der crystallinen Feuchtigkeit und der Horn-Haut erfüllet eine wässerige Feuchtigkeit (Humor aqueus), die bald herausfliesset, wenn die Horn-Haut verletzet wird.

Zusatz.

§. 83. Durch die crystalline Feuchtigkeit werden die Strahlen, welche aus einem Punct fliessen, und in das Auge fahren, zusammengebracht (§. 71.).

Er-

Erfahrung.

§. 84. Haltet die cryſtalline Feuchtigkeit für ein angezündetes Licht, oder gegen ein Fenſter, und dahinter ein Papier. Rücket mit dem Papiere nach und nach gegen jene zu, ſo werdet ihr das Licht mit der Bewegung der Flamme, ingleichen das Fenſter mit ſeinen Glaß-Scheiben, ſehr ſubtil aber umgekehrt darauf abgebildet ſehen. Gleiche Würckungen entſtehen durch ein erhobenes Glaß.

Zuſatz.

§. 85. Die Körper, von welchen Strahlen in das Auge fallen, mahlen ſich alſo auf das netzförmige Häutlein durch Hülffe der cryſtallinen Feuchtigkeit ab, wie ſich die Körper auf ein weiſſes Tuch oder Papier abmahlen, wenn von ihnen durch Hülffe eines erhabenen Glaſes die Strahlen auf das Tuch oder Papier geworffen werden. Folglich kan man dieſer Begebenheit auf jene geſchloſſen werden.

Anmerckung.

§. 86. Hieraus iſt unmittelbar zu begreiffen, 1) wie ein künſtliches Auge zu verfertigen; 2) warum das Auge eine künſtliche verfinſterte Kammer zu nennen. Siehe meine Diſſertation de oculo, quod ſit camera obſcura maxime artificioſa.

Lehn-Satz.

§. 87. Eine Sache wird alſo von uns geſehen, wie das Bild beſchaffen, welches ſie in dem Auge abmahlet.

Zuſatz.

§. 88. Hieraus erhellen folgende Sätze:

1) Ein Körper wird deutlich geſehen; wenn das Bild im Auge deutlich.

2) Zween Körper ſehen gleich groß aus; wenn ihre Bilder im Auge gleich groß ſeyn.

3) Wir sehen eine Sache in der Bewegung; wenn deren Bild im Auge beweget wird.

4) Wenn von einer Sache kein Bild im Auge abgemahlet wird, so kan sie auch von uns nicht gesehen werden.

5) Je mehr Licht von einem Körper in das Auge fällt, desto heller siehet der Körper aus.

Lehr-Satz.

§. 89. Soll eine Sache, welche in der Ferne ist, deutlich gesehen werden, so muß die crystallische Feuchtigkeit dem netzförmigen Häutlein näher seyn, als wenn eine Sache, welche in der Nähe, deutlich soll gesehen werden.

Beweiß.

Machet in das Fenster einer verfinsterten Kammer eine kleine Oeffnung, und setzet in dieselbe ein erhabenes Glaß, hinter dieses haltet eine weisse Fläche, so werdet ihr wahrnehmen, daß in der Entfernung der weissen Fläche von dem Glase, in welcher sich auf derselben nahe Dinge deutlich abbilden, keine Dinge, welche in der Ferne stehen, deutlich abgebildet werden; wollt ihr hingegen von diesen eine deutliche Abbildung haben, so müßt ihr die weisse Fläche dem Glase näher bringen. Diese Erfahrung kan auch durch den Gebrauch eines künstlichen Auges erhalten werden. Was bey der verfinsterten Kammer das erhabene Glaß, solches ist in dem Auge die crystalline Feuchtigkeit: und was bey der verfinsterten Kammer die weisse Fläche, das ist in dem Auge das netzförmige Häutlein (§. 85.). Folglich muß das netzförmige Häutlein der crystallinen Feuchtigkeit näher seyn, wenn Dinge in der Ferne, als wenn Dinge in der Nähe deutlich sollen gesehen werden (§. 88.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 90. Soll demnach ein Auge sowohl in der Ferne als auch in der Nähe deutlich sehen, so muß

in

in demſelben die cryſtalline Feuchtigkeit ihre Entfernung von dem netzförmigen Häutlein verändern können.

Anmerckung.

§. 91. Ein *Presbyta* kan Dinge in der Ferne, nicht aber in der Nähe deutlich ſehen. Ein *Myops* kan Dinge in der Nähe, nicht aber in der Ferne deutlich ſehen. Folglich kan aus dem §. 90. begriffen werden, wie ein Presbyta und ein Myops möglich. Der Grund von dieſem kan auch in der Geſtalt der cryſtallinen Feuchtigkeit enthalten ſeyn.

Erklärung.

§. 92. Durch den optiſchen Winckel verſtehet man denjenigen, welcher entſtehet, wenn man von den äuſſerſten Puncten einer Sache nach dem Mittel-Punct des Sterns im Auge gerade Linien ziehet. Angulus opticus ſeu viſorius.

Lehr-Satz.

§. 93. Die Gröſſe des optiſchen Winckels beſtimmet die Gröſſe, in welcher wir eine Sache ſehen.

Beweiß.

Dieſes kan auf gleiche Art bewieſen werden, wie der Satz §. 89. erwieſen worden.

Zuſatz.

§. 94. Es ſehen demnach zwo Sachen gleich groß aus, wenn ihre optiſchen Winckel gleich. Und wenn der optiſche Winckel von A gröſſer, als der optiſche Winckel von B, ſo ſiehet auch A gröſſer aus als B.

Lehr-Satz.

§. 95. Ein Körper ſiehet in der Nähe gröſſer aus, als in der Ferne.

Beweiß.

Es ſey der Körper, welcher ſoll geſehen werden, AC, das Auge in der Nähe D, und das Auge in der Tab. II. Optic. Fig. 14.

der Ferne B. Wenn nun der Winckel ADC > ABC, ſo muß auch die Sache in der Nähe gröſſer ausſehen, als in der Ferne (§. 92. 94.). Daß der Winckel ADC > ABC, ſolches iſt bewieſen, wenn erwieſen worden, daß o > x. Dieſes aber erhellet auf folgende Art. Ziehet durch B und D eine gerade Linie nach AC, ſo iſt ADB ein Triangel, in welchem die eine Linie BD nach G verlängert worden, folglich iſt o = x + y (§. 145. Geom.). Weil nun dieſes, ſo iſt o > x (§. 13. A. M.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 96. Ihr werdet einwenden, daß dieſes ſehr offt wider die Erfahrung, zumahl eine brennende Fackel in der Weite öffters gröſſer ausſiehet als in der Nähe. Ich geſtehe dieſe Erfahrung. Es widerſpricht aber ſolche dem erwieſenen Lehr-Satz in keinem Stücke, zumahl dieſe Begebenheit nicht von der Sache, ſondern von einigen Neben-Umſtänden kommet. Welches auf folgende Art zu begreiffen. Laſſet einen Sonnen-Strahl durch ein kleines Loch in einen verfinſterten Ort fallen, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß die Lufft-Stäublein von dem Lichte einen Glantz bekommen. Derowegen iſt nicht zu zweiffeln, daß die Lufft um das Licht einen ſtarcken Glantz bekommet. In der Nähe können wir dieſen von der Flamme unterſcheiden. Weil aber die Flamme in der Ferne ſchwächer ausſiehet (§. 88.), ſo halten wir den Glantz der Lufft mit für einen Theil der Flamme: und dieſes verurſachet, daß uns die Fackel in der Weite gröſſer ſcheinet als in der Nähe.

Erklärung.

§. 97. Durch die ſcheinbare Gröſſe eines Körpers verſtehen wir diejenige, welche durch den optiſchen Winckel beſtimmet wird.

Lehr-Satz.

§. 98. Die Corangenten von den halben ſcheinbaren Gröſſen einer Sache, das iſt, von dem halben optiſchen Winckel, welche aus verſchiedenen Puncten geſehen wird, verhalten ſich zu einander, wie die Entfernungen der Sache

von

von den angenommenen Puncten, aus welchen ſie geſehen wird.

Beweiß.

Theilet die optiſchen Winckel B und D in zwey gleiche Theile durch BG, ſo iſt m ein rechter Winckel (§. 132. Geom.), und o = ½ D, und x = ½ B. Weil m ein rechter Winckel, ſo könnet ihr annehmen, daß AG der Sinus totus (§. 182. Geom.). Folglich iſt DG der Tangent von dem Winckel n, und BG der Tangent von dem Winckel n + y (§. 173. Geom.). Da nun o + n = 90°, und x + y + n = 90° (§. 194. Geom.), ſo iſt DG der Cotangent von der halben ſcheinbaren Gröſſe in o, und BG der Cotangent von der halben ſcheinbaren Gröſſe in x (§. 97. und §. 180. Geom.). Und alſo erhellet, daß ſich die Entfernungen zu einander verhalten, wie die Cotangenten von den halben ſcheinbaren Gröſſen. W. Z. E. W. Tab. II. Opt. Fig. 14.

Zuſatz.

§. 99. Hieraus erhellet,

1) Wie aus der halben ſcheinbaren Gröſſe, und der Entfernung des Körpers von dem Auge, die halbe wahre Gröſſe des Körpers;

2) Wie aus der halben wahren Gröſſe, und der Entfernung des Körpers von dem Auge, die halbe ſcheinbare Gröſſe des Körpers;

3) Wie aus dem Winckel, unter welchem ein Körper geſehen wird, und der Helffte von deſſen wahren Gröſſe, die Entfernung des Körpers von dem Auge zu finden.

Lehr-Satz.

§. 100. Wenn zwey Körper von verſchiedener Gröſſe unter einem Winckel geſehen werden, ſo verhalten ſie ſich gegen einander, wie ihre Weiten von dem Auge, womit ſie geſehen werden.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 55.

Es werde der Körper BC und DE unter dem Winckel BAC geſehen, ſo könnet ihr annehmen, daß BC mit DE parallel, Folglich iſt der Winckel o = x (§. 143. Geom.), und alſo der Triangel BAC ∽ dem Triangel EAD (§. 162. Geom.). Ziehet aus A nach BC eine perpendicul Linie AG, ſo iſt AF die Höhe des Triangels AED, und AG die Höhe des Triangels ABC (§. 56. Geom.). Folglich iſt BC:DE = AG:AF (§. 211. Geom.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 101. Es iſt ED:BC = AF:AG (§. 100.). Solt ihr demnach ſuchen, wie weit ein gegebener Körper von dem Auge wegzuſetzen, wenn er ſo groß ſcheinen ſoll, als ein andrer Körper, welcher gröſſer oder kleiner als jener, in einer beſtimmten Weite ſcheinet, ſo werdet ihr dieſes durch vorhergehenden Lehr-Satz leicht dewerckſtelligen können. Dieſer Satz beweiſet ſeinen Nutzen in der Perſpectiv.

Lehr-Satz.

§. 102. Wenn das Auge zwiſchen einem erhabenen Glaſe und dem Brenn-Punct, oder auch in dem Brenn-Punct iſt, ſo ſiehet es dadurch die Sachen, aber gröſſer als ſie ſind.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 16.

Es ſey die Sache, welche geſehen wird, CD, das erhabene Glaß AB, und das Auge in dem Brenn-Punct F. Da nun der Punct C den Strahl perpendiculär auf das Glaß fallen läſt, und alſo ungebrochen durchgehet (§. 55.), ſo werdet ihr den Punct C in der Linie CF ſehen (§. 3.). Da ferner der Punct D ſeinen Strahl ſchief auf das Glaß wirfft, ſo wird er in der Linie FE gebrochen (§. 70. 71.), folglich ſehet ihr den Punct D in der Linie Fd (§. 3.). Und alſo wird verur-

teilt

telſt des erhabenen Glaſes der Körper CD unter dem Winckel CFd geſehen, welchen ihr ohne dem Glaſe unter dem Winckel CFD ſehen würdet. Da nun dieſer Winckel kleiner als jener, ſo iſt es klar, daß unter dieſen Umſtänden die wahre Gröſſe des Körpers kleiner, als die ſcheinbare (§. 97. 94.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

Es iſt zu mercken, daß es ein anderes, die Sache ſehen, ein anderes, das Bild der Sache ſehen.

1. Zuſatz.

§. 103. Je näher der Punct F hinter dem Glaſe, je gröſſer wird der optiſche Winckel CFd, und folglich ſcheinet die Sache CD gröſſer. Je mehr demnach der Diameter der erhabenen Fläche abnimmt, deſto mehr vergröſſern die Gläſer die Sachen, welche dadurch geſehen werden.

2. Zuſatz.

§. 104. Hieraus iſt es zu begreiffen, warum zu den Vergröſſerungs-Gläſern die kleinesten halbirrlichen Gläſer, ja die allerkleinſten Kügelein gebraucht werden.

Lehr-Satz.

§. 105. Wenn ihr die Strahlen, ſo aus einem Cörper flieſſen, und durch ein erhabenes Glaß gebrochen werden, hinter dem Brenn-Punct des Glaſes mit einer Fläche, die das Licht nicht durchläßt, auffanget, ſo werdet ihr auf dieſer Fläche das Bild von dem Cörper, aber umgekehrt ſehen.

Beweiß.

Fanget die Strahlen, welche aus dem Körper AB flieſſen, mit dem erhabenem Glaſe CD auf, ſo werden ſie durch das Glaß gebrochen (§. 44.), und in dem Brenn-Punct F verſammlet (§. 70. 71.). Aus dieſem aber der Strahl AF nach b, und der Strahl BF nach a

Tab. II. Opt. Fig. 17.

(§. 19.). Folglich iſt das Bild von dem Punct B in b, und das Bild von dem Punct A in a (§. 13.). Wenn ihr demnach hinter dem Brenn-Punct die Strahlen mit einer Fläche, die das Licht nicht durchläſt, auffanget, ſo müßt ihr auf dieſer Fläche das Bild von dem Körper, aber umgekehrt, ſehen (§. 87.). W. z. E. W.

Zuſatz.

§. 106. Aus dieſem Beweiß erhellet ferner, daß das Bild von dem Körper immer gröſſer werde, je weiter die Fläche, womit die Strahlen aufgefangen werden, von dem Brenn-Puncte entfernet.

Lehr-Satz.

§. 107. Durch ein hohles Glaß erſcheinen die Sachen nicht verkehret, aber kleiner als ſie ſind.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 12.

Es ſey AB der Körper, welcher geſehen wird, und CD das hohle Glaß. Der Punct A werffe ſeinen Strahl perpendiculär auf das Glaß CD, ſo gehet er ungebrochen durch das Glaß nach F (§. 55.). Der Punct B werffe ſeinen Strahl ſchief auf das Glaß, ſo wird er von der Luft gebrochen (§. 72. 73.). Folglich ſtöſſet dieſer mit der Linie AF nicht in dem Punct G zuſammen, in welchem ſie zuſammen kommen würden, wenn der Körper AB ohne Glaß ſollte geſehen werden, ſondern in dem Punct F (§. 2.). Und alſo ſehen wir den Körper AB durch das Glaß in dem Winckel AFb, welchen wir ohne Glaß in dem Winckel AGB ſehen würden. Da nun der Winckel AGB gröſſer als AFb (§. 141. Geom.), ſo erhellet, daß durch ein hohles Glaß die Körper nicht verkehrt, aber kleiner als ſie ſind, erſcheinen (§. 93.). W. z. E. W.

Zuſatz.

§. 108. Auch hieraus erhellet, daß die hohl-Gläſer

ſer die Körper um deſto mehr verkleinern, je kleiner die Kugel, von welcher ſie genommen.

Erklärung.

§. 109. Ein Fern-Glaß iſt ein optiſches Inſtrument, durch deſſen Hülffe Körper, ſo in der Ferne gelegen, deutlich können geſehen werden. Das Glaß, welches in den Fern-Gläſern gegen die Sache gekehret wird, nennt man das Objectiv-Glaß; die andern aber, welche gegen das Auge ſtehen, die Augen-Gläſer. Tubus

1. Zuſatz.

§. 110. Hieraus erhellet, daß die Fern-Gläſer ſowohl in Anſehung ihrer Abſicht, als auch in Anſehung der Gläſer, aus deren Zuſammenſetzung ſelbige verfertiget ſind, zu unterſcheiden. In Anſehung des erſten, ſollen ſie die Sachen entweder nur dadurch deutlicher vorſtellen, weil die Gläſer das Licht, welches in einander verwickelt, von einander abſondern; oder dadurch, weil die Gläſer den optiſchen Winckel zugleich vergröſſern.

2. Zuſatz.

§. 111. Wie beydes durch erhabene Gläſer, und auch zum Theil durch hohle Gläſer zu erhalten, ſolches kan aus dem §. 71. 73. 102. 106. 107. unmittelbar begriffen werden.

3. Zuſatz.

§. 112. In Anſehung der Gläſer, ſind ſie entweder alle von einerley Art oder nicht. Wenn dieſes, ſo iſt entweder das Objectiv-Glaß ein erhabenes, und das Ocular-Glaß ein hohles, oder jenes iſt hohl und dieſes erhaben. Aus dem erſten entſtehen die Galliläiſchen oder Holländiſchen Fern-Gläſer, deren Würckung aus dem §. 71. 102. 106. 107. zu beurtheilen. Aus dem zweyten entſtehen vermöge der Erfahrung Fern-Gläſer, deren Würckung der Abſicht der Fern-Gläſer zuwider.

4. Zusatz.

§. 113. Wenn das Objectiv- und Ocular-Glaß von einerley Art ist, so sind entweder beyde Gläser erhaben, oder beyde Gläser hohl. Wenn dieses, so wird das Fern-Glaß wiederum unvollkommen. Ist jenes, so entstehen astronomische Fern-Gläser. Die Würckung von diesen Fern-Gläsern ist wiederum aus dem §. 71. 72. 102. 106. zu beurtheilen.

Anmerckung.

§. 114. Vermöge der Erfahrung sind folgende Verhältnisse des Objectiv- und Ocular-Glases bey den Fern-Gläsern am besten.

1) Wenn es ein holländisches Fern-Glaß.

Objectiv-Glaß so auf beyden Seiten erhaben.	Ocular-Glaß so auf beyden Seiten hohl.
4 Schuhe.	4½ Zoll.
5.	5½.
8.	5½.
10.	5½.
12.	5½.

2) Wenn es ein astronomisches Fern-Glaß.

Objectiv-Glaß.	Ocular-Glaß.
2¼ Schuhe.	1¼ Zoll.
10.	4½.
12.	3.
30.	3 3/10.

Aufgabe.

§. 115. Zu erforschen, wieviel ein Fern-Glaß die Sachen vergrössere.

Auflösung.

Richtet das Fern-Glaß nach einer Reihe Ziegel auf dem Dache, und sehet zu, wieviel Ziegel durch das Fern-Glaß so groß, als die gantze Reihe, aussehen, so wisset ihr, wie viel das Fern-Glaß im Diame-

ter

ter vergröſſert. Weil ſich nun die Circul verhalten, wie die Quadrate, und die Kugeln wie die Cubi ihrer Diametrorum (§. 293. 336. Geom.), ſo könnt ihr leicht finden, wie vielmahl die Fläche, und wie vielmahl der Körper ſelbſt vergröſſert werde.

Aufgabe.

§. 116. Zu erforſchen, wie vielmahl ein erhabenes Glaß für ſich betrachtet, das iſt, ein Vergröſſerungs-Glaß die Sachen vergröſſere.

Auflöſung.

1) Beſchreibet auf einem weiſſen Papiere eine ſehr zarte Linie, welche ihr durch das Vergröſſerungs-Glaß gantz überſehen könnet.

2) Mit dem einen Auge ſehet durch das Vergröſſerungs-Glaß und das andere behaltet offen, ſo werdet ihr das Bild in der Luffte unweit dem Auge ſchweben ſehen.

3) Nehmet einen Zirckel, und faſſet die Länge der erſcheinenden Linie, und traget ſelbige auf das Papier. (Die Hand-Griffe, ſo hiezu erfodert werden, will in den Fürleſungen zeigen.)

4) Nehmet mit dem Zirckel die Gröſſe der gezeichneten Linie und ſehet zu, wie vielmahl ihr ſie auf die gefundene Linie tragen könnet. Hiedurch findet ihr, wie offt der Diameter der Sache durch euer Glaß vergröſſert wird. Indem ſich nun die Diametri wie ihre Circul-Flächen, und die Quadrata Diametrorum wie die Kugeln zu einander verhalten (§. 293. 336. Geom.), ſo könnet ihr hiedurch leicht finden, wie viel euer Glaß die Fläche von dem Körper, und den Körper ſelbſt vergröſſert.

Lehr-Satz.

§. 117. Wenn die Entfernung zweyer Körper unter einem unendlich kleinen Winckel geſehen

sehen wird, so müssen uns die Körper nahe bey einander zu stehen scheinen.

Beweiß.

Wird die Entfernung zweyer Körper unter einem unendlich kleinem Winckel gesehen, so ist die Entfernung der Bilder dieser Körper in dem Auge unendlich klein (§. 93.), folglich für nichts zu halten (§. 142. A. M.). Es ist demnach eine nothwendige Folge, daß uns diese Körper nahe bey einander zu stehen scheinen (§. 87.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 118. Erhellet aus diesem Beweiß, daß aus dem §. 98. K. vieles zu folgern, woraus könne erkläret werden, warum wir verschiedene Körper in einer solchen und nicht in einer anderen Lage sehen.

Zusatz.

§. 119. Durch diesen Lehr-Satz können folgende Sätze unmittelbar bestätiget werden.

1) Wenn eine gerade Linie gerade auf den Mittel-Punct des Sterns im Auge fällt, so erscheinet die Linie als ein Punct.

2) Wenn eine ganz dünne Fläche mit der Schärffe gerade gegen das Auge lieget, so erscheinet die Fläche als eine Linie.

3) Wenn die eine Seite des Körpers gerade gegen das Auge gerichtet, so erscheinet der Körper als eine Fläche.

4) Eine Kugel, welche weit von dem Auge entfernet, siehet aus wie ein Circul. *e. g. der Mond*

5) Eckigte Körper, welche weit von dem Auge entfernet, erscheinen als runde Körper, und so weiter.

Lehr-Satz.

§. 120. Ist die scheinbare Grösse des Raums, dadurch sich ein Körper beweget, unendlich klein, so scheint der Körper stille zu stehen.

Beweiß.

Iſt die ſcheinbare Gröſſe des Raums, dadurch ſich ein Körper beweget, unendlich klein, ſo iſt die Veränderung des Orts von dem Bilde im Auge für nichts zu halten (§. 142. A. M.). Und alſo können wir durch das Geſicht keine Bewegung verſpüren (§. 88.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 121. Hieraus könnet ihr erklären, warum uns die Sachen, welche ſich in der Nähe ſehr langſam oder in einer groſſen Weite ſehr geſchwinde bewegen, ſtille zu ſtehen ſcheinen.

Lehr-Satz.

§. 122. Wenn ſich zwey Körper, welche ungleich weit von dem Auge entfernet, mit gleicher Geſchwindigkeit bewegen, ſo wird der weitere ſich langſamer zu bewegen ſcheinen, als der nähere.

Beweiß.

Es ſey das Auge in O, der eine Körper in V und der andere in T. Beyde Körper ſollen ſich gleich geſchwinde bewegen, ſo wird der Körper V nach u kommen, indem ſich der Körper T nach t beweget (§. 18. Dyn.). Folglich ſehet ihr den Raum, welchen der Körper T beſchrieben, unter dem Winckel SOM, und den Raum, welchen der Körper V beſchrieben, unter dem Winckel SON. Weil nun jener Winckel kleiner als dieſer, ſo muß auch der Raum, welchen der Körper T beſchrieben, kleiner ſcheinen, als der Raum, welchen der Körper V beſchrieben (§. 94.). Und alſo erhellet, daß der weitere Körper ſich langſamer zu bewegen ſcheinet, als der nähere (§. 19. Dyn.). W. Z. E. W. Tab. II. Optic. Fig. 19.

Zuſatz.

§. 123. Und alſo gewinnet es unter dieſen Umſtänden das Anſehen, als wenn der weite Körper T in der Bewegung zurück bliebe.

Anmerckung.

§. 124. Merckt, daß ihr durch eine solche Zeichnung alle Veränderungen in der scheinbaren Bewegung der Körper bestimmen könnet. Einige, welche in der Astronomie zu gebrauchen, will noch besonders anführen.

Lehr-Satz.

Tab. II. Opric. Fig. 19.

§. 125. Wenn sich das Auge O mit einem Körper V nach einer Gegend beweget, aber geschwinder als er; so kan er ihm zurücke zu gehen scheinen.

Beweiß.

Wenn das Auge in O und der Körper in V, so sehet ihr den Körper in S. Gehet das Auge nach P in der Zeit, in welcher sich der Körper nach u beweget, so werdet ihr den Körper in Q sehen, und also hat es das Ansehen, als wenn der Körper zurück gegangen. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 126. Wenn das Auge in Ansehung unsers Leibes, und der Leib in Ansehung eines andern Körpers unbeweglich ist, beyde aber mit diesem schnell fort beweget werden, so scheinen sich die zu beyden Seiten unbewegliche Körper uns entgegen zu bewegen.

Beweiß.

Ueberleget, wie die vorhergehende Lehr-Sätze erwiesen worden, so werdet ihr auch diesen aus dem §. 88. pt. 3. unmittelbar folgern können.

Der 4. Abschnitt.

Von

Catoptric

Erfindung der Grösse in den Würckungen des Lichts bey zurückgeworffenen Strahlen.

Lehr-Satz.

§. 127.

Wenn das Licht an eine Fläche stösset, welche selbiges nicht durchläst, so muß es in dem Win-

Winckel wieder zurück prallen, in welchem es eingefallen.

Beweiß.

Das Licht ist eine gewisse Art in einer sehr schnellen Bewegung des Aethers (§. 11.). Stößt also das Licht an eine Fläche, welche selbiges nicht durchläst, so stößt der in Bewegung gesetzte Aether an diese Fläche. Folglich muß das Licht in dem Winckel zurück prallen, in welchem es eingefallen (§. 73. Dyn.). W. Z. E. W.

Erfahrung.

§. 128. Die Erfahrung bestätiget, daß Flächen, welche oben platt oder poliret, hinten aber einen schwartzen oder undurchsichtigen Grund haben, die Strahlen des Lichts nicht durchlassen, sondern zurück werffen.

Erklärung.

§. 129. Alle Flächen, welche oben platt oder poliret und einen undurchsichtigen Grund haben, werden Spiegel genennet.

1. Zusatz.

§. 130. Fanget demnach den Strahl des Lichts mit einem Spiegel auf, so wird er in dem Winckel wieder zurück prallen, in welchem er auf den Spiegel gefallen (§. 127. 128.).

2. Zusatz.

§. 131. Fällt der Strahl auf den Spiegel perpendiculär, so prallet er in sich selbst zurück. Folglich wird hiedurch die Stärcke des Lichts vermehret (§. 22.).

Erklärung.

§. 132. Die Spiegel bekommen von der Beschaffenheit ihrer Flächen ihre Benennung. Ist diese eben, so heist es ein platter Spiegel; ist die Fläche

der Ferne B. Wenn nun der Winckel ADC > ABC, so muß auch die Sache in der Nähe gröſſer aussehen, als in der Ferne (§. 92. 94.). Daß der Winckel ADC > ABC, solches ist bewiesen, wenn erwiesen worden, daß o > x. Dieses aber erhellet auf folgende Art. Ziehet durch B und D eine gerade Linie nach AC, so ist ADB ein Triangel, in welchem die eine Linie BD nach G verlängert worden, folglich ist o = x + y (§. 145. Geom.). Weil nun dieses, so ist o > x (§. 13. A. M.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 96. Ihr werdet einwenden, daß dieses sehr offt wider die Erfahrung, zumahl eine brennende Fackel in der Weite öffters gröſſer aussiehet als in der Nähe. Ich gestehe diese Erfahrung. Es widerspricht aber solche dem erwiesenen Lehr-Satz in keinem Stücke, zumahl diese Begebenheit nicht von der Sache, sondern von einigen Neben-Umständen kommet. Welches auf folgende Art zu begreiffen. Lasset einen Sonnen-Strahl durch ein kleines Loch in einen verfinsterten Ort fallen, so werdet ihr wahrnehmen, daß die Lufft-Stäublein von dem Lichte einen Glantz bekommen. Derowegen ist nicht zu zweiffeln, daß die Lufft um das Licht einen starcken Glantz bekommet. In der Nähe können wir diesen von der Flamme unterscheiden. Weil aber die Flamme in der Ferne schwächer aussiehet (§. 88.), so halten wir den Glantz der Lufft mit für einen Theil der Flamme: und dieses verursachet, daß uns die Fackel in der Weite gröſſer scheinet als in der Nähe.

Erklärung.

§. 97. Durch die scheinbare Gröſſe eines Körpers verstehen wir diejenige, welche durch den optischen Winckel bestimmet wird.

Lehr-Satz.

§. 98. Die Corangenten von den halben scheinbaren Gröſſen einer Sache, das ist, von dem halben optischen Winckel, welche aus verschiedenen Puncten gesehen wird, verhalten sich zu einander, wie die Entfernungen der Sache

von

von den angenommenen Puncten, aus welchen ſie geſehen wird.

Beweiß.

Theilet die optiſchen Winckel B und D in zwey gleiche Theile durch BG, ſo iſt m ein rechter Winckel (§. 132. Geom.), und $o = \frac{1}{2} D$, und $x = \frac{1}{2} B$. Weil m ein rechter Winckel, ſo könnet ihr annehmen, daß AG der Sinus totus (§. 182. Geom.). Folglich iſt DG der Tangent von dem Winckel n, und BG der Tangent von dem Winckel $n + y$ (§. 173. Geom.). Da nun $o + n = 90°$, und $x + y + n = 90°$ (§. 194. Geom.), ſo iſt DG der Cotangent von der halben ſcheinbaren Gröſſe in o, und BG der Cotangent von der halben ſcheinbaren Gröſſe in x (§. 97. und §. 180. Geom.). Und alſo erhellet, daß ſich die Entfernungen zu einander verhalten, wie die Cotangenten von den halben ſcheinbaren Gröſſen. W. Z. E. W.

Tab. II. Opt. Fig. 14.

Zuſatz.

§. 99. Hieraus erhellet,

1) Wie aus der halben ſcheinbaren Gröſſe, und der Entfernung des Körpers von dem Auge, die halbe wahre Gröſſe des Körpers;

2) Wie aus der halben wahren Gröſſe, und der Entfernung des Körpers von dem Auge, die halbe ſcheinbare Gröſſe des Körpers;

3) Wie aus dem Winckel, unter welchem ein Körper geſehen wird, und der Helffte von deſſen wahren Gröſſe, die Entfernung des Körpers von dem Auge zu finden.

Lehr-Satz.

§. 100. Wenn zwey Körper von verſchiedener Gröſſe unter einem Winckel geſehen werden, ſo verhalten ſie ſich gegen einander, wie ihre Weiten von dem Auge, womit ſie geſehen werden.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 15. Es werde der Körper BC und DE unter dem Winckel BAC gesehen, so könnet ihr annehmen, daß BC mit DE parallel. Folglich ist der Winckel o = x (§. 143. Geom.), und also der Triangel BAC ∽ dem Triangel EAD (§. 162. Geom.). Ziehet aus A nach BC eine perpendicul Linie AG, so ist AF die Höhe des Triangels AED, und AG die Höhe des Triangels ABC (§. 56. Geom.). Folglich ist BC:DE = AG:AF (§. 211. Geom.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 101. Es ist ED:BC = AF:AG (§. 100.). Solt ihr demnach suchen, wie weit ein gegebener Körper von dem Auge wegzusetzen, wenn er so groß scheinen soll, als ein anderer Körper, welcher gröſſer oder kleiner als jener, in einer bestimmten Weite scheinet, so werdet ihr dieses durch vorhergehenden Lehr-Satz leicht bewerckstelligen können. Dieser Satz beweiset seinen Nutzen in der Perspectiv.

Lehr-Satz.

§. 102. Wenn das Auge zwischen einem erhabenen Glase und dem Brenn-Punct, oder auch in dem Brenn-Punct ist, so siehet es dadurch die Sachen, aber gröſſer als sie sind.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 16. Es sey die Sache, welche gesehen wird, CD, das erhabene Glaß AB, und das Auge in dem Brenn-Punct E. Da nun der Punct C den Strahl perpendicular auf das Glaß fallen läst, und also ungebrochen durchgehet (§. 55.), so wird ihr den Punct C in der Linie CE sehen (§. 3.). Da ferner der Punct D seinen Strahl schief auf das Glaß wirfft, so wird er in der Linie FE gebrochen (§. 70. 71.), folglich sehet ihr den Punct D in der Linie Fd (§. 3.). Und also wird vermittelst

ſes des erhabenen Glaſes der Körper CD unter dem Winckel CFd geſehen, welchen ihr ohne dem Glaſe unter dem Winckel CFD ſehen würdet. Da nun dieſer Winckel kleiner als jener, ſo iſt es klar, daß unter dieſen Umſtänden die wahre Gröſſe des Körpers kleiner, als die ſcheinbare (§. 97. 94.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

Es iſt zu mercken, daß es ein anderes, die Sache ſehen, ein anderes, das Bild der Sache ſehen.

1. Zuſatz.

§. 103. Je näher der Punct F hinter dem Glaſe, je gröſſer wird der optiſche Winckel CFd, und folglich ſcheinet die Sache CD gröſſer. Je mehr demnach der Diameter der erhabenen Fläche abnimmt, deſto mehr vergröſſern die Gläſer die Sachen, welche dadurch geſehen werden.

2. Zuſatz.

§. 104. Hieraus iſt es zu begreiffen, warum zu den Vergröſſerungs-Gläſern die kleineſten kugelichten Gläſer, ja die allerkleinſten Kügelein gebraucht werden.

Lehr-Satz.

Wenn ihr die Strahlen, ſo aus einem Cörper flieſſen, und durch ein erhabenes Glaß gebrochen werden, hinter dem Brenn-Punct des Glaſes mit einer Fläche, die das Licht nicht durchläſſt, auffanget, ſo werdet ihr auf dieſer Fläche das Bild von dem Cörper, aber umgekehrt ſehen.

Beweiß.

Fanget die Strahlen, welche aus dem Körper AB flieſſen, mit dem erhabenen Glaſe CD auf, ſo werden ſie durch das Glaß gebrochen (§. 44.), und in dem Brenn-Punct F verſammlet (§. 70. 71.). Aus dieſem folget der Strahl BF nach b, und der Strahl AF nach a

Tab. II. Opt. Fig. 17.

(§. 19.). Folglich ist das Bild von dem Punct B in b, und das Bild von dem Punct A in a (§. 13.). Wenn ihr demnach hinter dem Brenn-Punct die Strahlen mit einer Fläche, die das Licht nicht durchläßt, auffanget, so müßt ihr auf dieser Fläche das Bild von dem Körper, aber umgekehrt, sehen (§. 87.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 106. Aus diesem Beweiß erhellet ferner, daß das Bild von dem Körper immer grösser werde, je weiter die Fläche, womit die Strahlen aufgefangen werden, von dem Brenn-Puncte entfernet.

Lehr-Satz.

§. 107. Durch ein hohles Glaß erscheinen die Sachen nicht verkehret, aber kleiner als sie sind.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 18.

Es sey AB der Körper, welcher gesehen wird, und CD das hohle Glaß. Der Punct A werffe seinen Strahl perpendiculär auf das Glaß CD, so gehet er ungebrochen durch das Glaß nach F (§. 55.). Der Punct B werffe seinen Strahl schief auf das Glaß, so wird er von der Luft gebrochen (§. 72. 73.). Folglich stößet dieser mit der Linie AF nicht in dem Punct G zusammen, in welchem sie zusammen kommen würden, wenn der Körper AB ohne Glaß sollte gesehen werden, sondern in dem Punct F (§. 2.). Und also sehen wir den Körper AB durch das Glaß in dem Winckel AFb, welchen wir ohne Glaß in dem Winckel AGB sehen würden. Da nun der Winckel AGB grösser als AFb (§. 1. Geom.), so erhellet, daß durch ein hohles Glaß die Körper nicht verkehrt, aber kleiner als sie sind, erscheinen (§. 93.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 108. Auch hieraus erhellet, daß die hohle Glä-

ser

ſer die Körper um deſto mehr verkleinern, je kleiner die Kugel, von welcher ſie genommen.

Erklärung.

§. 109. Ein Fern-Glaß iſt ein optiſches Inſtrument, durch deſſen Hülffe Körper, ſo in der Ferne gelegen, deutlich können geſehen werden. Das Glaß, welches in den Fern-Gläſern gegen die Sache gekehret wird, nennet man das Objectiv-Glaß; die andern aber, welche gegen das Auge ſtehen, die Augen-Gläſer. Tubus

1. Zuſatz.

§. 110. Hieraus erhellet, daß die Fern-Gläſer ſo wohl in Anſehung ihrer Abſicht, als auch in Anſehung der Gläſer, aus deren Zuſammenſetzung ſelbige verfertiget ſind, zu unterſcheiden. In Anſehung des erſten, ſollen ſie die Sachen entweder nur dadurch deutlicher vorſtellen, weil die Gläſer das Licht, welches in einander verwickelt, von einander abſondern; oder dadurch, weil die Gläſer den optiſchen Winckel zugleich vergröſſern.

2. Zuſatz.

§. 111. Wie beydes durch erhabene Gläſer, und auch zum Theil durch hohle Gläſer zu erhalten, ſolches kan aus dem §. 71. 73. 102. 106. 107. unmittelbar begriffen werden.

3. Zuſatz.

§. 112. In Anſehung der Gläſer, ſind ſie entweder alle von einerley Art oder nicht. Wenn dieſes, ſo iſt entweder das Objectiv-Glaß ein erhabenes, und das Ocular-Glaß ein hohles, oder jenes iſt hohl und dieſes erhaben. Aus dem erſten entſtehen die Galliläiſchen oder Holländiſchen Fern-Gläſer, deren Würckung aus dem §. 71. 102. 106. 107. zu beurtheilen. Aus dem zweyten entſtehen vermöge der Erfahrung Fern-Gläſer, deren Würckung der Abſicht der Fern-Gläſer zuwider.

4. Zusatz.

§. 113. Wenn das Objectiv- und Ocular-Glaß von einerley Art ist, so sind entweder beyde Gläser erhaben, oder beyde Gläser hohl. Wenn dieses, so wird das Fern-Glaß wiederum unvollkommen. Ist jenes, so entstehen astronomische Fern-Gläser. Die Würckung von diesen Fern-Gläsern ist wiederum aus dem §. 71. 72. 102. 106. zu beurtheilen.

Anmerckung.

§. 114. Vermöge der Erfahrung sind folgende Verhältnisse des Objectiv- und Ocular-Glases bey den Fern-Gläsern am besten.

1) Wenn es ein holländisches Fern-Glaß.

Objectiv-Glaß so auf beyden Seiten erhaben.	Ocular-Glaß so auf beyden Seiten hohl.
4 Schuhe.	4½ Zoll.
5.	5⅛.
8.	5½.
10.	5⅞.
12.	5½.

2) Wenn es ein astronomisches Fern-Glaß.

Objectiv-Glaß.	Ocular-Glaß.
2¼ Schuhe.	1½ Zoll.
10.	4½.
12.	3.
30.	3 3/10.

Aufgabe.

§. 115. Zu erforschen, wieviel ein Fern-Glaß die Sachen vergrössere.

Auflösung.

Richtet das Fern-Glaß nach einer Reihe Ziegel auf dem Dache, und sehet zu, wieviel Ziegel durch das Fern-Glaß so groß, als die gantze Reihe, aussehen, so wisset ihr, wie viel das Fern-Glaß im Diame-

ter

ter vergröſſert. Weil ſich nun die Circul verhalten wie die Quadrate, und die Kugeln wie die Cubi ihrer Diametrorum (§. 293. 336. Geom.), ſo könnt ihr leicht finden, wie vielmahl die Fläche, und wie vielmahl der Körper ſelbſt vergröſſert werde.

Aufgabe.

§. 116. Zu erforſchen, wie vielmahl ein erhabenes Glaß für ſich betrachtet, das iſt, ein Vergröſſerungs-Glaß die Sachen vergröſſere.

Auflöſung.

1) Beſchreibet auf einem weiſſen Papiere eine ſehr zarte Linie, welche ihr durch das Vergröſſerungs-Glaß gantz überſehen könnet.

2) Mit dem einen Auge ſehet durch das Vergröſſerungs-Glaß und das andere behaltet offen, ſo werdet ihr das Bild in der Lufft unweit dem Auge ſchweben ſehen.

3) Nehmet einen Zirckel, und faſſet die Länge der erſcheinenden Linie, und traget ſelbige auf das Papier. (Die Hand-Griffe, ſo hiezu erfodert werden, will in den Fürleſungen zeigen.)

4) Nehmet mit dem Zirckel die Gröſſe der gezeichneten Linie und ſehet zu, wie vielmahl ihr ſie auf die gefundene Linie tragen könnet. Hiedurch findet ihr, wie offt der Diameter der Sache durch euer Glaß vergröſſert wird. Indem ſich nun die Diametri wie ihre Circul-Flächen, und die Quadrata Diametrorum wie die Kugeln zu einander verhalten (§. 293. 336. Geom.); ſo könnet ihr hiedurch leicht finden, wirckel euer Glaß die Fläche von dem Körper, und den Körper ſelbſt vergröſſert.

Lehr-Satz.

§. 117. Wenn die Entfernung zweyer Körper unter einem unendlich kleinen Winckel geſehen

sehen wird, so müssen uns die Körper nahe bey einander zu stehen scheinen.

Beweiß.

Wird die Entfernung zweyer Körper unter einem unendlich kleinem Winckel gesehen, so ist die Entfernung der Bilder dieser Körper in dem Auge unendlich klein (§. 93.), folglich für nichts zu halten (§. 142. A. M.). Es ist demnach eine nothwendige Folge, daß uns diese Körper nahe bey einander zu stehen scheinen (§. 87.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 118. Es erhellet aus diesem Beweiß, daß aus dem §. 93. A. vieles zu folgern, woraus könne erkläret werden, warum wir verschiedene Körper in einer solchen und nicht in einer anderen Lage sehen.

Zusatz.

§. 119. Durch diesen Lehr-Satz können folgende Sätze unmittelbar bestätiget werden.

1) Wenn eine gerade Linie gerade auf den Mittel-Punct des Sterns im Auge stößt, so erscheinet die Linie als ein Punct.

2) Wenn eine gantz dünne Fläche mit der Schärffe gerade gegen das Auge lieget, so erscheinet die Fläche als eine Linie.

3) Wenn die eine Seite des Körpers gerade gegen das Auge gerichtet, so erscheinet der Körper als eine Fläche.

4) Eine Kugel, welche weit von dem Auge entfernet, siehet aus wie ein Circul. e. g. der Mond.

5) Eckigte Körper, welche weit von dem Auge entfernet, erscheinen als runde Körper, und so weiter.

Lehr-Satz.

§. 120. Ist die scheinbare Grösse des Raums, dadurch sich ein Körper beweget, unendlich klein, so scheint der Körper stille zu stehen.

Be-

Beweiß.

Iſt die ſcheinbare Gröſſe des Raums, dadurch ſich ein Körper beweget, unendlich klein, ſo iſt die Veränderung des Orts von dem Bilde im Auge für nichts zu halten (§. 142. A. M.). Und alſo können wir durch das Geſicht keine Bewegung verſpüren (§. 88.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 121. Hieraus könnet ihr erklären, warum uns die Sachen, welche ſich in der Nähe ſehr langſam oder in einer groſſen Weite ſehr geſchwinde bewegen, ſtille zu ſtehen ſcheinen.

Lehr-Satz.

§. 122. Wenn ſich zwey Körper, welche ungleich weit von dem Auge entfernet, mit gleicher Geſchwindigkeit bewegen, ſo wird der weitere ſich langſamer zu bewegen ſcheinen, als der nähere.

Beweiß.

Es ſey das Auge in O, der eine Körper in V und der andere in T. Beyde Körper ſollen ſich gleich geſchwinde bewegen, ſo wird der Körper V nach u kommen, indem ſich der Körper T nach t beweget (§. 18. Dyn.). Folglich ſehet ihr den Raum, welchen der Körper T beſchrieben, unter dem Winckel SOM, und den Raum, welchen der Körper V beſchrieben, unter dem Winckel SON. Weil nun jener Winckel kleiner als dieſer, ſo muß auch der Raum, welchen der Körper T beſchrieben, kleiner ſcheinen, als der Raum, welchen der Körper V beſchrieben (§. 94.). Und alſo erhellet, daß der weitere Körper ſich langſamer zu bewegen ſcheinet, als der nähere (§. 19. Dyn.). W. Z. E. W. Tab. II. Optic. Fig. 19.

Zuſatz.

§. 123. Und alſo gewinnet es unter dieſen Umſtänden das Anſehen, als wenn der weite Körper T in der Bewegung zurück bliebe.

Anmerckung.

§. 124. Mercket, daß ihr durch eine solche Zeichnung alle Veränderungen in der scheinbaren Bewegung der Körper bestimmen könnet. Einige, welche in der Astronomie zu gebrauchen, will noch besonders anführen.

Lehr-Satz.

Tab. II. Optic. Fig. 89.

§. 125. Wenn sich das Auge O mit einem Körper V nach einer Gegend beweget, aber geschwinder als er; so kan er ihm zurücke zu gehen scheinen.

Beweiß.

Wenn das Auge in O und der Körper in V, so sehet ihr den Körper in S. Gehet das Auge nach P in der Zeit, in welcher sich der Körper nach u beweget, so werdet ihr den Körper in Q sehen, und also hat es das Ansehen, als wenn der Körper zurück gegangen. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 126. Wenn das Auge in Ansehung unsers Leibes, und der Leib in Ansehung eines andern Körpers unbeweglich ist, beyde aber mit diesem schnell fort beweget werden, so scheinen sich die zu beyden Seiten unbewegliche Körper uns entgegen zu bewegen.

Beweiß.

Ueberleget, wie die vorhergehende Lehr-Sätze erwiesen worden, so werdet ihr auch diesen aus dem §. 88. pt. 3. unmittelbar folgern können.

Der 4. Abschnitt.

Von

Catoptric

Erfindung der Grösse in den Würckungen des Lichts bey zurückgeworffenen Strahlen.

Lehr-Satz.

§. 127.

Wenn das Licht an eine Fläche stösset, welche selbiges nicht durchläst, so muß es in dem Win-

Winckel wieder zurück prallen, in welchem es eingefallen.

Beweiß.

Das Licht ist eine gewisse Art in einer sehr schnellen Bewegung des Aethers (§. 11.). Stößt also das Licht an eine Fläche, welche selbiges nicht durchläst, so stößt der in Bewegung gesetzte Aether an diese Fläche. Folglich muß das Licht in dem Winckel zurück prallen, in welchem es eingefallen (§. 73. Dyn.). W. z. E. W.

Erfahrung.

§. 128. Die Erfahrung bestätiget, daß Flächen, welche oben platt oder poliret, hinten aber einen schwartzen oder undurchsichtigen Grund haben, die Strahlen des Lichts nicht durchlassen, sondern zurück werffen.

Erklärung.

§. 129. Alle Flächen, welche oben platt oder poliret und einen undurchsichtigen Grund haben, werden Spiegel genennet.

1. Zusatz.

§. 130. Fanget demnach den Strahl des Lichts mit einem Spiegel auf, so wird er in dem Winckel wieder zurück prallen, in welchem er auf den Spiegel gefallen (§. 127. 128.).

2. Zusatz.

§. 131. Fällt der Strahl auf den Spiegel perpendiculär, so prallet er in sich selbst zurück. Folglich wird hiedurch die Stärcke des Lichts vermehret (§. 22.).

Erklärung.

§. 132. Die Spiegel bekommen von der Beschaffenheit ihrer Flächen ihre Benennung. Ist diese eben, so heist es ein platter Spiegel; ist die Fläche

erhaben, ein erhabener Spiegel; ist die Fläche hohl, ein Hohl-Spiegel. Woraus zugleich zu begreiffen, was ein sphärischer, ein cylindrischer, ein conischer, ein parabolischer, hyperbolischer, elliptischer Spiegel, und so weiter.

Erklärung.

Tab. II. Opt. Fig. 20. §. 133. Wirfft der Punct A (Punctum radians) einen Strahl auf den Spiegel DE in B, so heist BA der einfallende Strahl, (Radius incidentiae). Der Punct B der Einfalls-Punct (Punctum incidentiae). Der Strahl BC der reflectirte Strahl (Radius reflexus). Der Winckel ABD der Einfalls-Winckel (Angulus incidentiae), der Winckel CBE der Reflections-Winckel (Angulus reflectionis). Die Linie AF, welche aus dem strahlenden Punct auf den Spiegel perpendiculär gezogen wird, heist der Einfalls-*Cathetus* (Cathetus incidentiae). Die Linie CG, welche von dem reflectirten Strahl auf den Spiegel perpendiculär gezogen wird, heist der Reflexions-*Cathetus* (Cathetus reflexionis seu Cathetus oculi). Die Linie BH, welche auf den Einfalls-Punct perpendiculär stehet, wird der Obliquations-*Cathetus* genennet (Cathetus obliquationis). Der Winckel ABH heist die Neigung des einfallenden Strahls, und der Winckel HBC die Neigung des reflectirten Strahls.

Zusatz.

§. 134. Der Einfalls-Winckel ist dem Reflexions-Winckel gleich (§. 131.). Der Einfalls-Winckel macht mit der Neigung des einfallenden Strahls 90°. Und der Reflexions-Winckel macht mit der Neigung des reflectirten Strahls auch 90°. Folglich ist die Neigung des einfallenden Strahls gleich der Neigung des reflectirten Strahls (§. 92. A. M.).

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 135. Wenn der reflectirte Strahl in das Auge fährt, so muß man die Sache, welche den Strahl wirfft, in einer geraden Linie nach dem Einfalls-Punct sehen.

Beweiß.

In dem reflectirten Strahl ist das Bild von dem strahlenden Punct (§. 13.). Fährt also dieser Strahl in unser Auge, so muß die Sache, woraus er fliesset, von uns gesehen werden (§. 87.). Wir können nichts sehen, als durch geradlinigte Strahlen, welche in unsere Augen fahren (§. 3.), und also erhellet, daß wir diese Sache durch den reflectirten Strahl in einer geraden Linie nach dem Einfalls-Punct sehen müssen. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 136. Dieser Beweiß bestätiget zugleich, daß wir durch Hülffe der Spiegel solche Körper sehen können, welche vermöge ihrer Lage keine Strahlen auf unsere Augen werffen.

Anmerckung.

§. 137. Durch Hülffe dieses Lehr-Satzes werde in den Fürlesungen die Structur verschiedener catoptrischer Maschinen erkläret.

Lehr-Satz.

§. 138. In einem Spiegel siehet man den strahlenden Punct, indem der durch den Spiegel verlängerte reflectirte Strahl den verlängerten Einfalls-*Cathetum* schneidet.

Beweiß.

Haltet einen Stab perpendicular an einen Spiegel, er mag platt, erhaben oder hohl seyn, so wird das Bild des Stabes mit ihm eine gerade Linie machen. Und also erhellet, daß wir das Bild einer Sache in einem Spiegel in dem Catheto incidentiae

sehen

ſehen (§. 133.), und wir nun das Bild auch durch den reflectirten Strahl ſehen (§. 135.), ſo iſt klar, daß wir in einem Spiegel den ſtrahlenden Punct da ſehen, wo der verlängerte Cathetus incidentiæ mit dem verlängerten reflectirten Strahl geſchnitten wird. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 139. Wenn man eine Sache in einem platten Spiegel ſiehet, ſo ſcheinet jeder Punct ſo weit hinter dem Spiegel, als er von dem Spiegel wegſtehet.

Beweis.

Tab. II. Optic. Fig. 21.

Nehmet an, daß aus dem Punct A auf den platten Spiegel HG der Strahl in D falle, ſo iſt DC der reflectirte Strahl (§. 133.), folglich B der Punct, in welchem der ſtrahlende Punct A in dem Spiegel geſehen wird (§. 133. 138.). Weil nun bey E rechte Winckel (§. 133.), der Winckel ADE = CDH (§. 124.) = EDB (§. 117. Coroll.), und die Seite DE beyden Triangeln ADE und DEB gemein, ſo iſt auch AE = EB (§. 128. Geom.). Folglich ſcheinet unter dieſen Umſtänden der Punct A ſo weit hinter den Spiegel als er von dem Spiegel wegſtehet. Nehmet ferner an, daß der Punct A ſeinen Strahl auf den Spiegel in L werffe, ſo werdet ihr, wie zuvor, erweiſen können, daß der reflectirende Strahl LI den Einfalls-Cathetum in B ſchneiden muß. Und alſo erhellet, daß der geſetzte Lehr-Satz allgemein. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 140. Hinter einem platten Spiegel erſcheinen die Körper in ihrer wahren Geſtalt und Gröſſe.

2. Zuſatz.

§. 141. Wenn der platte Spiegel horizontal lieget, ſo müſſen in ihm die Körper, welche ihre Strahlen auf denſelben werffen, umgekehrt ſtehen.

3. Zu

3. Zusatz.

§. 142. Wenn der platte Spiegel also gestellet, daß er mit der Horizontal-Linie 45° machet, so müssen die Vertical-Körper in ihm horizontal, und die Horizontal-Körper vertical erscheinen.

4. Zusatz.

§. 143. Wenn der Körper mit dem platten Spiegel parallel stehet, so muß auch in demselben das Bild mit dem Körper parallel stehen.

Anmerckung.

§. 144. Aus diesen Lehr-Sätzen werde in den Vorlesungen den Bau der Spiegel-Zimmer erklären.

Lehr-Satz.

§. 145. In einem sphaerischen Spiegel gehet der Einfalls-*Cathetus*, der Objequations-*Cathetus* und der Reflexions-*Cathetus* durch den Mittel-Punct der Kugel, woraus die Spiegel geschnitten.

Beweiß.

Alle diese Catheti fallen auf die Fläche des Spiegels perpendiculär (§. 133.). Alle gerade Linien, welche auf der Fläche einer Kugel perpendiculär gezogen worden, gehen durch den Mittel-Punct der Kugel (§. 158. Geom.). Folglich müssen auch diese Catheti durch den Mittel-Punct der Kugel gehen, aus welcher der sphärische Spiegel geschnitten. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 146. In einem erhabenen sphärischen Spiegel wird der Einfalls-*Cathetus* von dem reflectirten Strahl zwischen den Mittel-Punct der Kugel und den Tangenen, welcher durch den Einfalls-Punct gezogen worden, geschnitten.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 22.

So wohl der Obliquations-Cathetus GC als auch der Einfalls-Cathetus CE fällt auf die Fläche des Spiegels (§. 133.), und also auf die Fläche, welche den Einfalls-Punct D berühret. Da nun der Tangent AB mit dem Obliquations-Cathero GC einen rechten Winckel machet (§. 171. Geom. §. 133. Optic.), und folglich der Winckel, welcher von dem reflectirten Strahl FD und dem Tangenten AD bestimmt wird, ein spitzer Winckel ist (§. 146. Geom.), so erhellet, daß der reflectirte Strahl FD den Einfalls-Cathetum EC zwischen dem Mittel-Punct der Kugel C und den Tangenten DB schneiden müsse (§. 119. Geom.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 147. In einem erhabenen sphärischen Spiegel erscheinet ein jeder strahlender Punct zwischen den Mittel-Punct des Spiegels und den Tangenten, welcher durch den Einfalls-Punct gezogen worden. (§. 138.).

2. Zusatz.

§. 148. Es kann demnach in einem erhabenen sphärischen Spiegel die Linie KE, sie mag so groß seyn, wie sie will, nicht gröſſer als die Linie KI aussehen. Folglich ist in einem erhabenen sphärischen Spiegel das Bild viel kleiner als die Sache, und auch viel kleiner als der Radius von dem Spiegel (§. 94. 88.).

3. Zusatz.

§. 149. Dieses bestätiget ferner, daß die Körper in einem erhabenen sphärischen Spiegel, welcher aus einer kleineren Kugel geschnitten, kleiner scheinen, als in einem erhabenen sphärischen Spiegel, welcher aus einer gröſſeren Kugel geschnitten.

4. Zusatz.

§. 150. Wenn ihr diese Lehr-Sätze überleget, so werdet ihr vermögend seyn, folgende Gedancken zu rechtfertigen. In dem erhabenen sphärischen Spiegel ist der Winckel bey dem Mittel-Punct der Kugel, welcher von dem Cathero incidentiae et obliquationis bestimmet wird, entweder so groß als der gedoppelte Einfalls-Winckel, oder nicht. Ist das erste, so erscheinet das Bild in der Fläche von dem sphärischen Spiegel. Ist das zweyte, so ist der Winckel bey dem Mittel-Punct entweder gröſſer, als der gedoppelte Einfalls-Winckel, oder kleiner. Ist jenes, so scheinet das Bild auſſer der Fläche des Spiegels, und ist dieses, so muß das Bild hinter der Fläche des Spiegels gesehen werden.

5. Zusatz.

§. 151. Nehmet einen erhabenen cylindrischen Spiegel, so könnet ihr auf dessen Fläche nach der Länge lauter gerade Linien ziehen (§. 80. 8. Geom.), und nach der Breite sind auf dieser Fläche lauter Circul-Peripherien (§. 80. 320. Geom.). Also stellet ein solcher Spiegel nach der Länge einen platten, und nach der Breite einen sphärischen erhabenen Spiegel vor (§. 132.). Verbindet demnach die Würckung des platten Spiegels mit den Würckungen des erhabenen sphärischen Spiegels, so werdet ihr die Wahrheit von folgenden Sätzen gestehen müssen. Gehet die Axe eines erhabenen cylindrischen Spiegels mit der Länge eines Körpers parallel, so muß dieser in jenem lang und schmal erscheinen; gehet aber die Axe des Spiegels mit der Breite des Körpers parallel, so erscheinet dieser in jenem kurtz und breit (§. 140. 148.).

6. Zusatz.

§. 152. Wenn der §. 83. mit in Erwegung gezogen wird, so erhellet, wie zuvor, daß in einem erhabenen conischen Spiegel ein Körper lang, unten breit und oben schmal erscheinet, wenn die Axe des Spiegels mit der Länge des Körpers parallel gehet; und daß in diesem Spiegel ein Körper kurz, nach der Grund-Fläche des Spiegels breit, und nach der Spitze spitz erscheinet, wenn mit der Breite des Körpers die Axe des Spiegels parallel gestellet wird.

Lehr-Satz.

§. 153. Wenn ein Strahl mit der Axe eines sphärischen Hohl-Spiegels parallel einfällt, und unter 60° von der Axe weg ist, so wird er nach der Reflexion mit der Axe vereiniget, in einer geringeren Weite von dem Spiegel, als der vierte Theil des Diameters.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 23.

Es sey C der Mittel-Punct des Spiegels, DB der einfallende, und BF der reflectirte Strahl, so ist CB der Obliquations-Cathetus (§. 133. und §. 169. Geom.), folglich ist $y + m = x + n$ (§. 134.). Da nun $m = n$ (§. 131.), so ist auch $x = y$ (§. 92. A. M.). Weil ferner DB mit Ax parallel, so ist auch $x = 0$ (§. 143. Geom.), folglich $y = 0$ (§. 20. A. M.) $BF = FC$ (§. 138. Geom.). Nun ist $CX = CB$ (§. 21. Geom.) und $BF + FC$ gröſſer, als BC (§. 46. Geom.), folglich ist auch $BF + FC$ gröſſer, als CX (§. 21. A. M.), und also CF gröſſer, als FX (§. 22. A. M.). Folglich wird der reflectirte Strahl mit der Axe des Spiegels vereiniget, in einer geringern Weite von dem Spiegel, als der vierte Theil des Diameters. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 154. Aus dem Beweiß dieses Lehr-Satzes erhellet, daß $z = u$, wenn demnach der Bogen $XE = 60°$, so ist $u = 60°$ (§. 157. Geom.), folglich ist der zurückgeworffene Strahl $EX = EC = CX$ (§. 15. Geom.). Wenn demnach der Strahl mit der Axe des sphärischen Hohl-Spiegels parallel einfällt, und 60° von der Axe des Spiegels weg ist, so fällt der reflectirte Strahl wieder auf den Spiegel.

2. Zusatz.

§. 155. Die Sonnen-Strahlen sind dem Augenschein nach parallel. Wenn ihr demnach die Sonnen-Strahlen mit einem sphärischen Hohl-Spiegel, dessen Ründung unter 120°, auffanget, so müssen sich diese Strahlen in einem engen Raum vor den Spiegel vereinigen, in einer geringeren Weite von dem Spiegel, als der vierte Theil des Diameters.

3. Zusatz.

§. 156. Hieraus ist ferner zu begreiffen:

1) Wie durch die sphärischen Hohl-Spiegel das Licht zu verstärcken (§. 24.).

2) Daß durch einen sphärischen Hohl-Spiegel mehr Licht von der Sonne könne zusammen gebracht werden, wenn er von einer grösseren, als wenn er von einer kleineren Kugel geschnitten.

3) Daß die Entfernung des Brenn-Puncts von einem sphärischen Hohl-Spiegel durch die Grösse des Diameters der Kugel, wovon er geschnitten, bestimmet werde.

Lehr-Satz.

§. 157. Wird das Licht in dem Brenn-Punct des ſphäriſchen Hohl-Spiegels geſetzet, ſo reflectiren alle Strahlen mit der Axe des Spiegels und unter einander ſelbſt parallel.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 23.

Setzet das Licht in F, ſo iſt der einfallende Strahl FB und der reflectirte BD (§. 153. und §. 139.). Da nun BD mit XA parallel (§. 153.), ſo iſt klar, daß alle Strahlen mit der Axe des Spiegels, und folglich unter einander ſelbſt parallel reflectiren (§. 24. Geom.). W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 158. Derowegen bleibet das Licht, welches von dieſem reflectirten Strahl verurſachet wird, allezeit gleich ſtarck, woferne kein Widerſtand geſetzet worden (§. 20.).

2. Zuſatz.

§. 159. Wollet ihr demnach einen weit entlegenen Ort helle erleuchten, ſo ſetzet ein Licht oder eine Lampe in den Brenn-Punct eines ſphäriſchen Hohl-Spiegels, alſo, daß die einfallende Strahlen nach den beſtimmten Ort reflectiren können. Doch iſt zu mercken, daß die Luffe durch ihren Widerſtand das Licht nach und nach ſchwächen.

Anmerckung.

§. 160. Verknüpffet mit dieſem Lehr-Satz dasjenige, was zuvor von den erhabenen Gläſern bewieſen worden, ſo werdet ihr den Bau der Zauber-Laternen begreiffen können.

Lehr-Satz.

§. 161. Der Körper, welcher vor dem sphärischen Hohl-Spiegel in dem Brenn-Punct stehet, kan in diesem Spiegel nicht gesehen werden.

Beweiß.

Wenn der Einfalls-Catherus von dem reflectirten Strahl nicht geschnitten wird, so kan auch in dem Spiegel der Punct, woraus der Strahl fähret, nicht gesehen werden, (§. 138.). Der Einfalls-Catherus gehet unter den angenommenen Umständen mit der Axe des Spiegels parallel (§. 133.), wenn demnach die Strahlen mit der Axe des Spiegels parallel reflectiren, so können sie den Einfalls-Catherum nicht schneiden (§. 22. und 24. Geom.). Folglich können auch die strahlenden Puncte in dem Spiegel nicht gesehen werden. Hieraus erhellet, daß in einem sphärischen Hohl-Spiegel der Körper nicht kan gesehen werden, welchen man in den Brenn-Punct des Spiegels gesetzet (§. 157.). W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 162. Der Körper, welcher zwischen dem sphärischen Hohl-Spiegel und dessen Brenn-Punct stehet, erscheinet hinter dem Spiegel vergrössert und aufgerichtet, und zwar um desto grösser, je näher er dem Brenn-Puncte ist.

Beweiß.

Es sey AX die Axe von dem Spiegel, C der Mittel-Punct, F der Brenn-Punct, und m n der Körper, welcher in dem Spiegel soll gesehen werden, so sind mD und nH die einfallende, DE und HI die reflectirten Strahlen (§. 157.), CM und CN sind die Einfalls-Catheti (§. 133. und §. 149. Geom.). Tab. II. Opt. Fig. 24.

Folglich muß der Punct m in M, und der Punct n in N erſcheinen (§. 138.). Da nun MN gröſſer als nm, ſo iſt klar, daß der Körper hinter dem Spiegel vergröſſert, und aufgerichtet erſcheinen müſſe. W. D. E.

Daß zweyte kan auf gleiche Art, wenn der Körper mn näher an dem Spiegel gerücket, erwieſen werden.

Lehr-Satz.

§. 163. Wenn ein Körper weiter als der Brenn-Punct von dem Spiegel weg iſt, ſo muß er in freyer Lufft erſcheinen, aber verkehret, und näher bey dem Spiegel auch kleiner, je weiter er von dem Brenn-Punct ſtehet.

Beweiß.

Tab. II. Opt. Fig. 25. Es ſey wiederum AX die Axe von dem Spiegel, C der Mittel-Punct, F der Brenn-Punct, und mn der Körper, welcher erſcheinen ſoll, ſo ſind mM und nN die einfallende, DE und HI die reflectirte Strahlen (§. 157.). CK und CL ſind die Einfalls-Cotheti (§. 133. und §. 169. Geom.). Folglich muß der Punct m in M und n in N erſcheinen (§. 138.). W. D. E.

Das zweyte kan wiederum, wie zuvor, erwieſen werden, wenn der Körper weiter von dem Brenn-Punct gerücket worden.

Lehr-Satz.

§. 164. Alle Strahlen, welche auf einen paraboliſchen Spiegel mit der Axe der Parabel parallel fallen, kommen durch die Reflexion in dem Brenn-Punct der Parabel zuſammen.

Beweiß.

Verlängert die Axe von der Parabel AX bis AT gleich derjenigen Abscisse, welche aus einem angenommenen Punct in der Parabel M kan gezogen werden. Ziehet durch T und M, als welches der Einfalls-Punct, den Tangenten TG, so ist in dem Triangel TFM die Seite $TF = x + \frac{1}{4}a$ (§. 13. im Anh. zur Geom.). Da nun auch $FM = x + \frac{1}{4}a$ (§. 14. im Anh. zur Geom.), so ist $TF = FM$ (§. 20. A. M.), folglich ist der Winckel $MTF = TMF$ (§. 136. Geom.). Weil ferner der einfallende Strahl LM mit der Axe der Parabel parallel, folglich der Winckel $LMG = MTF$ (§. 143. Geom.), so ist auch $TMF = LMG$ (§. 20. A. M.). Indem nun LMG der Einfalls-Winckel, so folget, daß TMF der Reflexions-Winckel (§. 133.), und also muß dieser Strahl in dem Brenn-Punct der Parabel reflectiren. Auf gleiche Art kan dieses von allen übrigen Strahlen erwiesen werden, und also erhellet, daß alle Strahlen, welche mit der Axe parallel auf den parabolischen Spiegel fallen, durch die Reflexion in dem Brenn-Punct der Parabel zusammenkommen. W. Z. E. W.

Tab. II. Opt. Fig. 26.

Lehr-Satz.

§. 165. Wenn der Strahl auf einen elliptischen Spiegel aus einem Brenn-Punct F fähret, so muß der reflectirte Strahl in den andern Brenn-Punct G fahren.

Tab. II. Opt. Fig. 27.

Beweiß.

Verlängert den einfallenden Strahl FM nach I, bis MI = MG, theilet ferner den Winckel IMG durch eine gerade Linie CD in zwey gleiche Theile (§. 131. Geom.), und ziehet auf einen in dieser Linie angenommenen Punct, z. E. H gerade Linien

aus I.G und F. Weil o=x, MI=MG, und die Linie MH beyden Triangeln MIH und MHG gemein, so ist IH=HG (§. 126. 128. Geom.). Da nun HI+HF > FI (§. 46. Geom.), so ist auch HF+HG > FI > FM+MG > AB (§. 397. Geom.). Folglich fallen alle Puncte, welche in der Linie CD ohne M über der Peripherie von der Ellipsi (§. 397. Geom.), und also berühret die Linie CD die Ellipsin in dem Punct M. Woraus erhellet, daß der Winckel CMF=IMD (§. 33. und 117. Geom.). Weil nun IMD=DMG (per constr.), so ist auch CMF=DMG (§. 20. A. M.). Wenn demnach CMF der Einfalls-Winckel, so ist DMG der Reflexions-Winckel (§. 133.), und also ist MG der reflectirte Strahl, wenn MF der einfallende Strahl (§. cit.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 166. Der Schall reflectiret wie das Licht (§. 14. Mus.). Es muß demnach der Schall, welcher aus einem Brenn-Punct an die Peripherie von der Ellipsi fähret, nach den andern Brenn-Punct reflectiren.

Fig. 1.

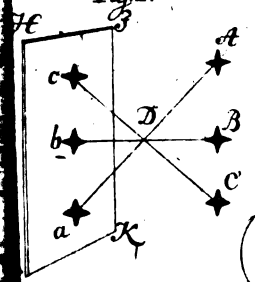


Fig. 4.

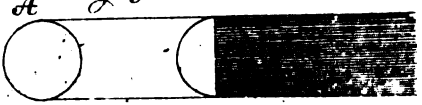


Fig. 5.

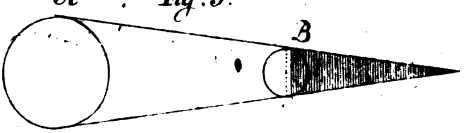


Fig. 2.

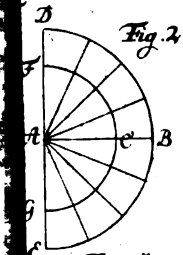


Fig. 6.

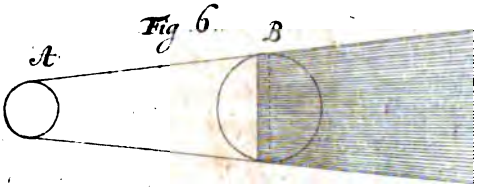


Fig. 3.

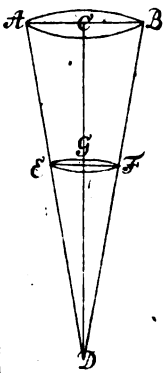


Fig. 9.

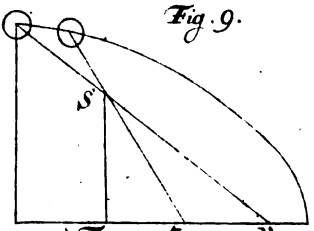


Fig. 8.

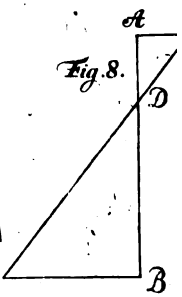


Fig. 10.

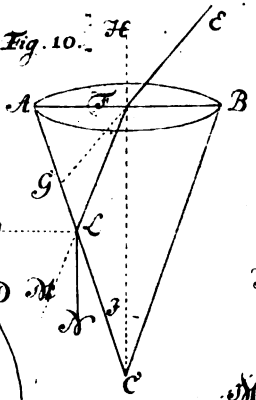


Fig. 7.

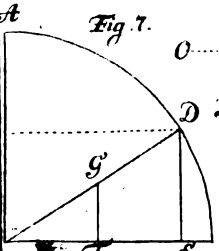


Fig. 11.

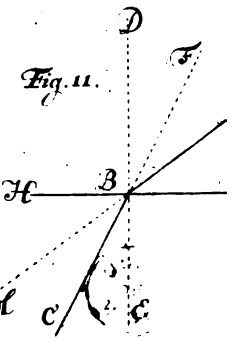


Fig. 13.

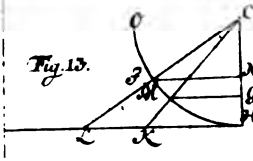


Fig. 15.

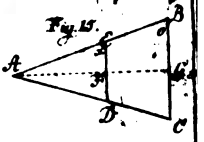


Fig. 12.

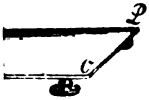


Fig. 16.

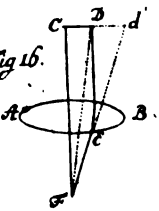
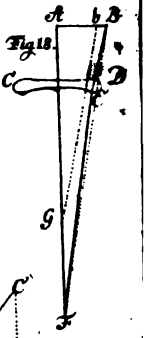


Fig. 18.



7.

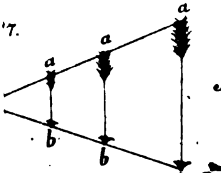
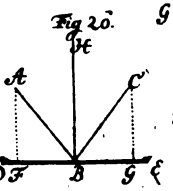


Fig. 20.



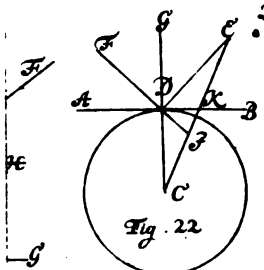


Fig. 19.

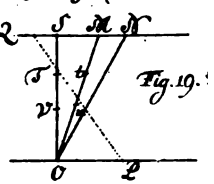


Fig. 22

Fig. 26.

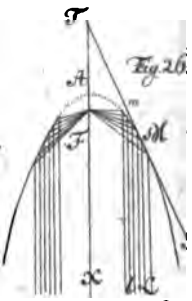


Fig. 27.

24.

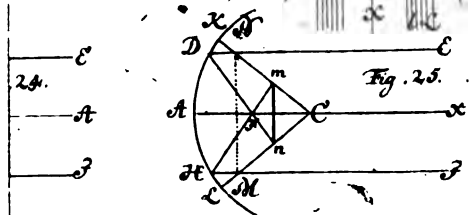


Fig. 25.

ELEMENTA PERSPECTIVAE.

ELEMENTA PHILOSOPHIÆ

Erſte Gründe der Perſpectiv.

Erklärung.

§. 1.

Die Perſpectiv iſt eine Wiſſenſchafft, Dinge auf einer Fläche alſo abzubilden, daß ſie von derſelben alſo können geſehen werden, wie ſie in einer gewiſſen Weite und Höhe des Auges erſcheinen würden.

1. Zuſatz.

§. 2. Bey einer jeden Sache, inſoweit ſolche geſehen wird, können zwey Stücke unterſchieden werden; einmahl die Farben und deren Licht, zweytens die Bildung. Dieſes beſtätiget, daß in einer vollſtändigen Abhandlung der Perſpectiv zwey Stücke zu erklären.

1) Wie die Farben und das Licht auf einer Fläche zu modificiren, wenn es von derſelben auf eine ſolche Art ins Auge fallen ſoll, als wenn es von der Sache ſelbſt in das Auge geworffen worden.

2) Wie die Figur der Dinge auf einer Fläche abzubilden, wenn ſie von dieſer alſo erſcheinen ſoll, als wenn die Sache ſelbſt ſollte geſehen werden.

2. Zuſatz.

§. 3. Ueberleget, was in der Optic Cap. I. II. und IV. von der Fortpflantzung des Lichtes und Schattens, und

des Cap. III. von Beurtheilung der Grössen der Dinge durch das Gesicht ausgeführet worden, dieses wird euch geschickt machen, die Aufgaben in der Perspectiv beständig aufzulösen.

Anmerckung.

§. 4. Ich werde demnach meine Gedancken beweisen können, wenn ich behaupte, daß die Perspectiv nichts anders ist, als eine Anwendung der optischen, catoptrischen und dioptrischen Lehr-Sätze. Eine Fertigkeit Lehr-Sätze in vorkommenden Fall geschickt anzuwenden, erfodert eine Uebung. Und hieraus können wir die Deutung begreiffen, in welcher die Perspectiv erklären werde.

Willkührlicher Satz.

Tab. I. Persp. Fig. 1.

§. 5. Es sey das Auge in O, die Sache, welche soll gesehen werden ACB, so müssen aus den Puncten dieser Sache die Strahlen AO, CO, BO in das Auge fahren (§. 2 und 3. Optic.). Gedencket, als wenn diese Strahlen mit einer Tafel IH aufgefangen würden, so muß von dieser Tafel das Bild a b c also erscheinen, als wenn die Sache ACB selbst gesehen würde (§. 13. 87. Optic.). Aus diesem Grunde haben die Lehrer der Perspectiv angenommen, daß ein Cörper nach der Perspectiv zeichnen, so viel heisse, als denselben auf einer Tafel dergestalt entwerffen, wie er in einer gewissen Weite und Höhe des Auges auf einer durchsichtigen Tafel erscheinet, die zwischen ihm und demselben perpendiculär aufgerichtet worden: und aus diesem Grunde sind in der Perspectiv die verschiedene Eintheilungen der Flächen und Linien entstanden, welche in dem folgenden erklären werde.

Erklärung.

Tab. I. Persp. Fig. 1.

§. 6. Die Strahlen, welche von der abzumahlenden Sache in das Auge geworffen werden, z. E. AO, BO, CO., werden die optischen Strahlen genennet. Durch eine Tafel verstehet man in der Perspectiv,

wenn

wenn nemlich dieses Wort ohne Zusatz gebraucht wird, die durchsichtige Fläche HI, welche wir uns zwischen dem Auge O, und der Sache ABC, welche soll abgebildet werden, gedencken können.

Erklärung.

§. 7. Die Fläche LM, welche horizontal, und auf welcher wir uns die Lage der Sache ABC, welche soll abgemahlet werden, gedencken, heist die geometrische Fläche.

Erklärung.

§. 8. Die Linie NI, welche entstehet, indem die geometrische Fläche LM von der Tafel HI durchschnitten, wird die Fundamental-Linie oder die Grund-Linie genennet. Der Punct F, welcher auf die Tafel durch die Linie, so auf derselben aus dem Auge perpendiculär gezogen, bestimmet wird, heist der Augen-Punct oder der Haupt-Punct (Punctum visus seu oculi). Tab. I. Persp. Fig. 2.

Erklärung.

§. 9. Die Entfernung des Auges von der Tafel, heist die Entfernungs-Linie (Linea distantiae).

Zusatz.

§. 10. Es entstehet demnach die Entfernungs-Linie, wenn man von dem Auge O auf den Augen-Punct F eine gerade Linie ziehet.

Erklärung.

§. 11. Die Linie PQ, welche durch den Augen-Punct F mit der Fundamental-Linie NI auf der Tafel parallel gezogen wird, heist die Horizontal-Linie. Und der Punct P oder Q, welcher von dem Augen-Puncte F so weit entfernet, als das Auge O von eben demselben, wird der Distanz-Punct genennet, Tab. I. Persp. Fig. 2.

Er-

Erklärung.

§. 12. Die Perpendicul-Linie OS, welche von dem Auge O auf die geometrische Fläche gezogen worden, heist die Augen-Höhe.

Erklärung.

Tab. I. Persp. Fig. I.

§. 13. Die Perspectiv einer Figur heist diejenige Figur, welche entstehet, indem die optischen Strahlen von der Tafel geschnitten werden. Z. E. abc ist die Perspectiv von ABC. Woraus leicht zu begreiffen, was die Perspectiv einer Linie, eines Körpers, eines Puncts, und so weiter.

1. Anmerckung.

§. 14. Wollte ich im folgenden die perspectivische Zeichnungen beweisen, so würde ich etwas unternehmen, dessen Beurtheilung nicht für Anfänger. Wollte ich die perspectivische Zeichnungen nur schlechthin erklären, so befürchte, daß eine solche Beschreibung denen, die eine Begierde haben, die Gründe der Dinge einzusehen, verdrießlich. Und also wird es nicht undienlich seyn, wenn, ehe und bevor die Art perspectivische Zeichnungen zu verfertigen beschreibe, von dem Gebrauch der bisher erklärten Linien bey perspectivischen Zeichnungen einige Anmerckungen hersetze.

2. Anmerckung.

§. 15. Es erfodert die Vernunfft, daß wir die Verfertigung einer jeden Sache aus ihrer Absicht beurtheilen. Die Absicht von perspectivischen Zeichnungen ist, daß Dinge auf einer Fläche also vorgestellet werden, wie sie in einer gewissen Weite und Höhe des Auges erscheinen können (§. 1.), und also erhellet, daß bey einer jeden perspectivischen Zeichnung anzunehmen sey

1) Eine Linie, wo die Füsse des Menschen stehen, der die Sache sehen soll. Dieses ist die Grund-Linie (§. 8.).

2) Die Höhe des Auges von der Grund-Linie, das ist die Augen-Höhe (§. 12.).

3) Die Linie, welche durch das Auge mit der Grund-Linie parallel gehet, das ist die Horizontal-Linie (§. 11.). Also kan die Horizontal-Linie nicht weiter von der Grund-Linie, als ein Mensch hoch ist, abstehen.

4) Ein

4) Ein Punct, wohin das Auge gerichtet wird. Dieſes iſt der Augen-Punct (§. 8.).

5) Die Entfernung des Auges von dem Augen-Punct. Dieſes iſt die Entfernungs-Linie, in welcher der Diſtantz-Punct angenommen wird (§. 9. 11.).

3. Anmerckung.

§. 16. Ueberleget, wie §. 5. die Beſchaffenheit der Perſpectiv erkläret worden, ſo werdet ihr leicht begreiffen, wie durch Hülffe dieſer angenommenen Linien und Puncte die Durchſchnitte zu finden, welche eine gegebene Fläche, oder einen gegebenen Körper perſpectiviſch darſtellen. In dieſem Zuſtand der Gedancken betrachtet dasjenige, was von perſpectiviſchen Zeichnungen im folgenden beſchrieben werde, ſo wird euch alles leicht, und nichts unbegreiflich ſeyn. Siehe §. 119. Optic.

Aufgabe.

§. 17. Eine jedwederadlinigte Horizontal-Fläche perſpectiviſch zu zeichnen.

Auflöſung.

1) Beſchreibet die Fläche, wie in der Geometrie gelehret werden.

2) Ziehet zwo Parallel-Linien, die in einer ſolchen Höhe, als man den Augen-Punct geben will, von einander abſtehen. Die untere wird die Fundamental-Fläche, und die obere die Horizontal-Linie.

3) Auf der Horizontal-Linie nehmet nach Gefallen den Augen- und Diſtantz-Punct. Nur iſt zu mercken, daß die Diſtantz-Linie nicht kürtzer ſeyn muß, als die Gröſſe der Sache iſt, ſo ins Perſpectiv ſoll gebracht werden.

4) Auf die Fundamental-Linie traget neben einander die Breite und die Länge der gegebenen Fläche, wenn ſie ein Parallelogrammum, iſt es aber eine andere Fläche, ſo ziehet aus allen Ecken dieſer Fläche Perpendicul-Linien auf die Fundamental-Linie, und

traget

traget diese aus den Durchschnitts-Puncten auf die Fundamental-Linie.

5) Im ersten Fall ziehet aus den Puncten, welche die Breite der Fläche bestimmen, gerade Linien nach dem Augen-Punct; und aus den Puncten, welche die Länge der Fläche bestimmen, gerade Linien nach den Distantz-Punct. Und im zweyten Fall, ziehet aus den Puncten der Fundamental-Linie, auf welche die Perpendicul-Linien fallen, gerade Linien nach den Augen-Punct; und aus den Puncten der Fundamental-Linie, welche durch die aufgetragene Perpendicul-Linien bestimmet worden, gerade Linien nach den Distantz-Puncten.

6) Die Puncte, in welchen die letzte Linien die ersten durchschneiden, ziehet zusammen, so wird das Perspectiv von der gegebenen Fläche bestimmet.

1. Anmerckung.

Tab. I. Persp. Fig. 3.

§. 18. Zur Deutlichkeit will diese Auflösung mit einigen Exempeln erläutern.

1) Ihr sollt den Triangel ABC perspectivisch zeichnen.

a) Beschreibet den Triangel nach den Gesetzen der Geometrie.

b) Ziehet nach Gefallen die Fundamental-Linie DE, und in gehöriger Weite die Horizontal-Linie HK.

c) Auf dieser nehmet den Augen-Punct in V, und den Distantz-Punct in K.

d) Aus den Ecken des Triangels A. B C. ziehet auf die Fundamental-Linie die Linien A a. C c. und B b. perpendiculär.

e) Diese Perpendicul-Linien traget auf die Fundamental-Linie aus 1 in A, aus 2 in C, und aus 3 in B. Ziehet aus 1. 2 und 3. die Linien nach den Augen-Punct. 1 V. 2 V. 3 V. und aus A. B. C. ziehet nach den Distantz-Punct die Linien CK, AK und BK.

f) Die Puncte a. b. c, in welchen diese Linien einander durchschneiden, ziehet zusammen, so ist a b c die perspectivische Zeichnung von dem gegebenen Triangel.

2. An-

2. Anmerckung.

§. 19. 2) Ihr ſollt das Quadrat ABCD perſpectiviſch zeichnen. Tab. I. Perſp. Fig. 4 und 5.

a) Zeichnet das Quadrat ABCD nach den Geſetzen der Geometrie, wie Fig. 4.

b) Ziehet die Fundamental-Linie CE und die Horizontal-Linie VK Fig. 5.

c) Nehmet auf dieſer den Augen-Punct nach Gefallen in V und den Diſtantz-Punct in K.

d) Traget auf die Fundamental-Linie CE aus A nach B die Breite, und aus A nach C die Länge von dem gegebenen Quadrat.

e) Aus A und B ziehet nach den Augen-Punct V, und aus A und C nach den Diſtantz-Punct K gerade Linien.

f) Ziehet die Puncte, in welchen dieſe Linien einander ſchneiden, zuſammen, ſo iſt ABcd die perſpectiviſche Zeichnung von dem gegebenen Quadrat.

3. Anmerckung.

§. 20. 3) Solltihr das Viereck ABCD, in welchem andere FEHG, und NLMI beſchrieben worden, perſpectiviſch zeichnen, ſo werdet ihr aus der Fig. 7. ohne fernerer Erinnerung ſchlieſſen können, daß bey dieſem auf gleiche Art, wie zuvor iſt beſchrieben worden, zu verfahren, wenn alle Breiten PE, EH, HI, IM, MR und alle Längen AE, EQ, QB, auf die Fundamental-Linie BD getragen worden. Tab. I. Perſp. Fig. 6. und 7.

Aufgabe.

§. 21. Eine jede krummlinigte Horizontal-Fläche in Perſpectiv zu bringen.

Auflöſung.

1) Laſſet von der Fundamental-Linie Perpendicul-Linien auf die Peripherie der krummlinigten Fläche fallen.

2) Von den Puncten, welche dieſe Perpendicul-Linien auf die Fundamental-Linie beſtimmen, ziehet gerade Linien nach den Augen-Punct.

3) Dieſe ſchneidet durch gerade Linien, welche von den beyden äuſſerſten Puncten, welche zuvor auf der Fundamental-Linie ſind beſtimmet worden, nach den Diſtantz-Puncten gezogen worden.

4) Durch die Puncte, in welchen dieſe Linien-Sterne ſchneiden, ziehet gerade Linien, ſo werden dieſe die Geſichts-Linien in denen Puncten ſchneiden, durch welche die Peripherie der gegebenen Fläche zu ziehen.

Anmerckung.

§. 22. Fig. 8. Tab. I. in welcher Circul-Flächen perſpectiviſch gezeichnet, wird ohne ferneres Erinnern dieſe Auflöſung erklären.

Aufgabe.

§. 23. Ein jedes Vertical-*Parallelogrammum* perſpectiviſch zu zeichnen.

Auflöſung.

Tab. II. Persp. Fig. 9. und 10.

1) Das Vertical-Parallelogrammum ABCD beſchreibet nach den Regeln der Geometrie.

2) Ziehet nach Gefallen die Fundamental-Linie FD, und die Horizontal-Linie RH. Auf dieſer beſtimmet den Augen-Punct V und den Diſtantz-Punct K.

3) Traget auf die Fundamental-Linie die Breite des Parallelogrammi AD.

4) Auf A richtet eine Linie, welche gleich der Höhe des Parallelogrammi AB, in dem Winckel, welcher gleich dem Winckel des Parallelogrammi.

5) Durch B und A ziehet gerade Linien nach den Augen-Punct, AV und BV.

6) Aus D ziehet eine gerade Linie nach den Diſtantz-Punct K.

7) Wo die Linie AV die Linie DK ſchneidet, da wird die perſpectiviſche Breite Ad beſtimmet. Beſchreibet

aus

aus diesem Puncte d mit AB eine Parallel-Linie bis an die Linie BV, so ist de die perspectivische Höhe. Folglich ist ABed die perspectivische Zeichnung des gegebenen Parallelogrammi.

1. Anmerckung.

§. 24. Verbindet mit dieser Aufgabe diejenige, welche §. 17. ist aufgelöset worden, so werdet ihr begreiffen, wie Flächen, welche in einem Winckel zusammengesetzet, perspectivisch zu zeichnen. Sollt ihr z. E. zwey Breter, welche in einem rechten Winckel zusammengesetzet sind, ins Perspectiv bringen, so nehmet das eine Bret als eine Horizontal- und das andere als eine Vertical-Fläche, so werdet ihr nach vorhin beschriebenen Regeln die Zeichnung verfertigen können. Es sey z. E. in Fig. 11. Tab. II. ABCD das eine Bret, und CDEF das andere, so ist Fig. 12. die perspectivische Zeichnung.

2. Anmerckung.

§. 25. Verbindet ferner mit dieser Aufgabe, was §. 17-20. erkläret worden, so werdet ihr ohne ferneres Erinnern verstehen, wie Thüren, Fenster, und gantze Seiten von einem Gebäude, insoweit solche als Flächen zu betrachten, ins Perspectiv zu bringen.

Aufgabe.

§. 26. Es wird auf einer Tafel ein Punct gegeben, ihr sollt auf demselben die Perspectiv von einer gegebenen Höhe richten.

Auflösung.

Ihr sollt z. E. auf dem Punct C die perspectivische Höhe von DB richten. Tab. II. Persp. Fig. 13.

1) Ziehet die Fundamental- und Horizontal-Linie DE und RH.

2) Auf der Fundamental-Linie zeichnet perpendicular die gegebene Höhe BD, und ziehet von B und D auf einen angenommenen Punct in der Horizontal-Linie, z. E. in T gerade Linien BT und DT.

3) Von dem gegebenen Punct C ziehet parallel mit der Fundamental-Linie eine gerade Linie CK nach DL.

4) Auf K richtet eine Perpendicul-Linie KI bis an die Linie BT. Diese ist die verlangte Höhe, welche in C perpendiculär aufzurichten.

Aufgabe.

§. 27. Ein *Prisma* oder einen spitzen Körper nach der Perspectiv zu zeichnen.

Auflösung.

1) Bringet die Grund-Fläche des Körpers ins Perspectiv (§. 17.).

2) Auf jede Ecke dieser Grund-Fläche richtet die perspectivische Höhe (§. 25.); so sind die Gräntzen des perspectivischen Körpers bestimmet.

1. Anmerckung.

Tab. II. Persp. Fig. 14.

§. 28. Auch diese Auflösung will ich mit einigen Exempeln erläutern. Ihr sollt z. E. einen Würffel perspectivisch zeichnen.

1) Ziehet die Grund-Linie DH und die Horizontal-Linie HR.

2) Zeichnet auf jener das Perspectiv von der Grund-Fläche des gegebenen Cubi (§. 17.) abdc.

3) Suchet durch Hülffe des Triangels IVE, in welchem III die Höhe des gegebenen Würffels, die perspectivische Höhen von den Seiten des Würffels M. 2. L. 1. HH (§. 26.).

4) Diese ziehet perpendiculär auf die Ecken der gezeichneten Grund-Fläche, so ist ghefdcäb der perspectivische Würffel.

2. Anmerckung.

Tab. II. Persp. Fig. 15.

§. 29. Solt ihr eine Pyramide perspectivisch zeichnen, so ziehet,

1) Wie

3) Wie zuvor, die Fundamental- und Horizontal-Linie und bringet die Grund-Fläche ins Perspectiv. (§. 17.) a b c d.

4) Durch Hülfe des Triangels XIII suchet, wie zuvor, die perspectivischen Längen der gegebenen Pyramide EL und IB (§ 26.), so könnet ihr die gegebene Pyramide ins Perspectiv bringen.

Anmerkung.

§. 30. Meyers von perspectivischen Zeichnungen zu führen, würde aus der Ursache meiner Absicht zuwider seyn, weil ich alle Grund-Regeln erkläret habe, aus deren Zusammensetzung alle perspectivische Zeichnungen zu beurtheilen. Daher will nur noch einige Aufgaben von der perspectivischen Vorstellung des Schattens auflösen. Der §. 29. d. Optic lehret, daß bey Bestimmung des Schattens auf drey Stücke zu sehen, auf die Höhe des Lichts, auf die Lage des Körpers, welcher den Schatten wirft, und auf die Fläche, worauf der Schatten geworffen wird. Hieraus könnet ihr die Verknüpffung und die Beschaffenheit von folgenden Aufgaben beurtheilen.

Aufgabe.

§. 31. Den gemeinen Schatten eines Körpers im Perspectiv zu zeichnen, wenn sich das Licht mit Strahlen, die auseinander fahren, ausbreitet. Wie z. E. bey einer Lampe, einer Fackel und dergleichen geschiehet.

Auflösung.

1) Aus dem Mittel-Punct des Lichts ziehet eine Perpendicul-Linie auf die geometrische Fläche.

2) Von allen obersten Ecken des ins Perspectiv gezeichneten Körpers fallen gleichfalls auf diese Fläche Perpendicul-Linien.

3) Aus dem Punct, auf welchen die erste Perpendicul-Linie fällt, ziehet durch die unterste Puncte der

Perpendicul-Linien, so von dem Körper auf die geometrische Fläche gezogen worden, gerade Linien.

4) Aus dem Mittel-Punct des Lichts ziehet durch die obern Spitzen des Körpers gerade Linien. Wo diese selbe schneiden, da sind die Grentzen des Schattens bestimmet (§. 30. Optic.).

1. Anmerckung.

Tab. II. Persp. Fig. 16.

§. 32. Wir sollen z. E. den Schatten, nach der Perspectiv bestimmen, welcher von dem Prismate GABEFD durch Hülffe des Lichts L geworffen wird.

1) Ziehet aus dem Mittel-Punct L die Perpendicul-Linie LM.

2) Die Perpendicul-Linien CF, BE und AD, bestimmen das in Perspectiv gezeichnete Prisma.

3) Ziehet die Linien MG und MH.

4) Ziehet die Linien LG und LH, so ist DGHE das verlangte Zeichnung des Schattens.

2. Anmerckung.

Tab. II. Persp. Fig. 17.

§. 33. Auf gleiche Art dienet vor die Zeichnung des Schattens von der ungleichseitigen Figur ABCD. Setze, H ist das Licht, HI die Linie, so nach der ersten Regel gezogen. AF, CD und BE sind die Linien, die zweyte Regel erfodert. IK, IL und IM sind nach der dritten Regel, und KL, LM, MK nach der vierdten Regel gezogen.

Aufgabe.

§. 34. Den Schatten eines Körpers zu zeichnen, der an eine Wand oder an einen andern Körper fällt.

Auflösung.

Tab. II. Persp. Fig. 18.

1) Suchet den Schatten BCM, welchen die Pyramide ABCD werffen wird, wenn keine Wand entgegen gezogen.

2) Su

2) Auf den Punct L, wo die Wand RSQP die Linie Nd schneidet, richtet eine Perpendicul-Linie EO bis an die Linie LM.

3) Ziehet aus c und b gerade Linien nach O, so ist bOc der Schatten, welchen der Körper an die Wand wirft.

Aufgabe.

§. 35. Aus der gegebenen Weite der Sonne hinter der Tafel von der Vertical-Fläche, und ihrer Höhe über dem Boden, darauf der Körper stehet, den Schatten desselben zu finden. Tab. II. Persp. Fig. 19.

Auflösung.

1) Ziehet die Horizontal-Linie NR, und aus dem Augen-Punct V ziehet die Linie VA perpendicular, und machet sie der Weite des Auges VL gleich.

2) Machet in A einen Winckel VAB, welcher der Weite der Sonnen von der Vertical-Fläche gleich ist.

3) Ziehet die Linie BC perpendicular auf, und machet BC = BA, und den Winckel DCB = der gegebenen Sonnen-Höhe.

4) Wollt ihr nun den Schatten von IH finden, so ziehet durch I und B die Linie BK, und durch H und D die Linie HK, so ist IK die Länge des verlangten Schattens. Die Breite dieses Schattens kan nach der zuvor gezeigten Lehre gefunden werden.

Aufgabe.

§. 36. Aus der gegebenen Weite der Sonne vor der Tafel von der Vertical-Fläche und ihrer Höhe über dem Boden, darauf der Körper ſtehet, den Schatten deſſelben zu finden.

Auflöſung.

Tab. II. Persp. Fig. 28.

1) Ziehet die Horizontal-Linie NS, und in dem Augen-Punct V ziehet die Perpendicul-Linie VA = der Weite des Auges.

2) Machet in A einen Winckel VAB = der Weite der Sonnen von der Vertical-Fläche.

3) In B ziehet die Perpendicul-Linie DB, und machet BC = BA, und den Winckel BCD = der gegebenen Sonnen-Höhe, ſo können ihr, wie in der vorigen Aufgabe, durch Hülffe der Puncte E und D die Länge des Schattens, und alſo auch deſſen Breite finden.

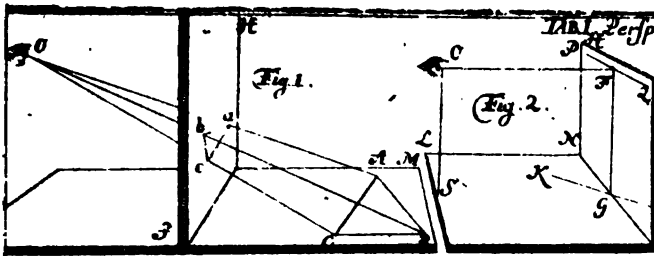


Fig. 1.
Fig. 2.

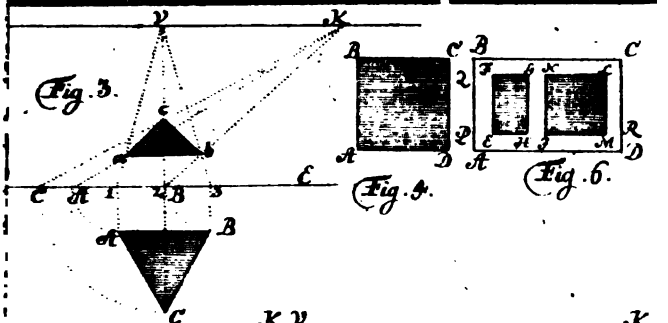


Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 6.

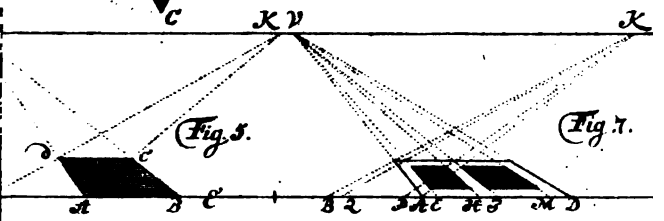


Fig. 5.
Fig. 7.

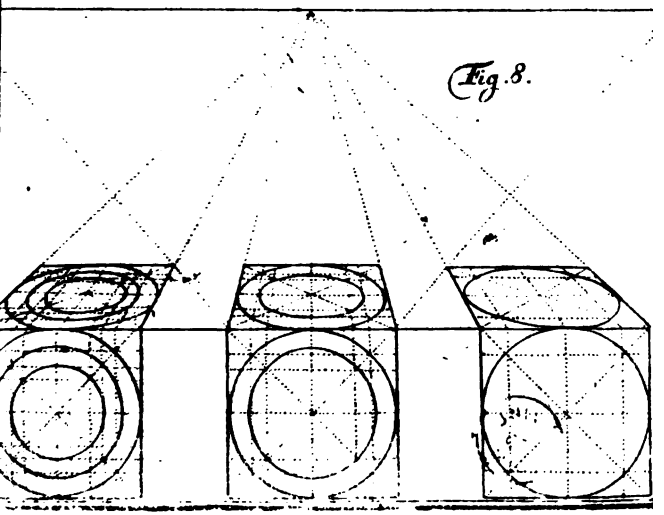


Fig. 8.

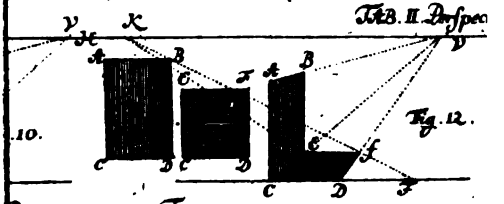


Fig. 12.

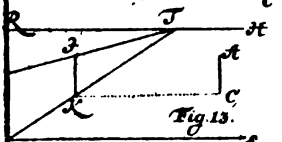


Fig. 13.

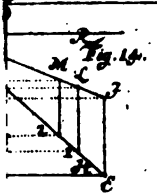


Fig. 14.

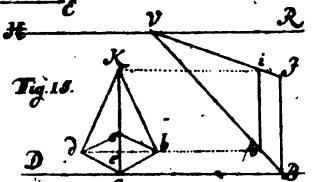


Fig. 15.

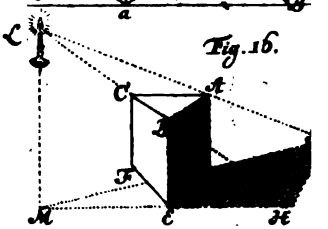


Fig. 16.

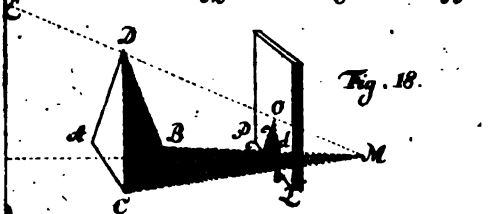


Fig. 18.

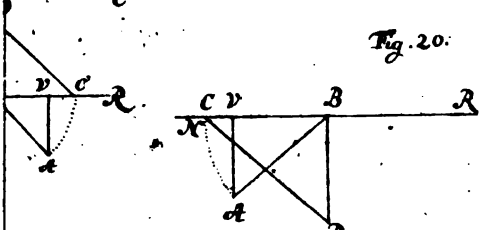


Fig. 20.

UNIV OF MICH

ELEMENTA PYROBOLICES

Oder

Erste Gründe

Von

Erfindung der Grösse in den Würckungen des Feuers.

ELEMENTA PYROBOLICES

oder

Erste Gründe

von

Erfindung der Stücke in dem Feuer-
machen des Feuers.

Erste Gründe
Von der
Erfindung der Grösse in den Würckungen des Feuers.

Erklärung.

§. 1.

Man unterscheidet die Wärme von dem Feuer, indem jene als eine Würckung von diesem angesehen wird. Wenn wir alle Umstände genau überlegen, so müssen wir gestehen, daß die Wärme nichts anders ist, als das Gefühl von Feuer, und also liegt der natürliche Grund von der Grösse der Wärme in der Grösse des Feuers. Ich werde also meiner gegenwärtigen Absicht Genüge thun, wenn ich die Gründe untersuche, wodurch die Grösse des Feuers zu bestimmen.

Lehr-Satz.

§. 2. Feuer kan ohne Luft nicht

Beweis.

Gesetzt unter der Glocken auf der Luft-Pumpe Büchsen-Pulver. Wenn nun die Luft so genau, als es möglich ist, ausgepumpet, so lässet die Flamme Gemahlet vermittelst eines Brenn-Glases durch das Glas auf das Pulver fallen, daß dieses von dem Brenn-

Punct

Pumpe [illegible] wird, ſo wird das Pulver verbrennen, und ein [illegible] ſeyn. Wäre es [illegible] möglich, wenn nicht in [illegible] Raume [illegible] ſeyn könte? Es iſt demnach die Erfahrung, [illegible] ohne Lufft [illegible] ohne. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 3. Das Feuer iſt in der Lufft weit ſtärcker, als in einem Raum der leer von Lufft.

Beweiß.

Werffet in freyer Lufft mit einem Brenn-Glaſe die Sonnen-Strahlen auf das Büchſen-Pulver alſo, daß dieſes von dem Brenn-Punct berühret wird, ſo wird nicht nur das Pulver verbrennen und einen Rauch geben, ſondern es wird auch knallen, und eine Flamme von ſich geben, es iſt demnach die Würckung des Feuers in der Lufft gröſſer, als ohne Lufft; und alſo muß auch das Feuer in der Lufft weit ſtärcker ſeyn, als in einem Raum, der leer von Lufft (§. 34. Dyn.) W. Z. E. W.

Zuſatz.

[illegible]

Lehr-Satz.

§. 4. Ohne ſchnelle Bewegung iſt kein Feuer.

Beweiß.

Dieſes kan auf verſchiedene Art erwieſen werden. Einmahl ſchlieſſe ich alſo: Was nicht da iſt, wo keine ſchnelle Bewegung; aber dadurch eine ſchnelle Bewegung entſtehet; das kan ohne einer ſchnellen Bewegung nicht ſeyn. Nehmet zwey Stücke Eiſen oder Holtz ſchnell an einander, ſo wird Feuer entſtehen, da zuvor kein Feuer geweſen. Und alſo erhel-

erhellet, daß ohne einer schnellen Bewegung kein Feuer seyn könne. Ferner: Was allenthalben, wo es hingebracht wird, schnelle Bewegungen verursachet, das muß ohne einer schnellen Bewegung nicht seyn können. Wo Feuer, da wird eine heftige Bewegung verursachet; ist es in freyer Luft, so dehnet es mit Gewalt die Luft aus; ist es in anderen Körpern, so zerreisset es mit Gewalt die Theile, welche zusammen hängen. Folglich bestätiget die Erfahrung, daß ohne Bewegung kein Feuer seyn könne. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 67. Das Feuer entstehet aus einer sehr schnellen Bewegung des Aethers, wenn dieser in der Bewegung an andere Körper gerieben wird.

Beweiß.

Ohne einer schnellen Bewegung kan kein Feuer seyn (§. 11). In einem Raum, welcher leer von Luft ist, kan Feuer seyn (§. 12). Folglich ist entweder das Feuer eine besondere Substanz, welche dünner als Luft ist, oder es entstehet aus einer sehr schnellen Bewegung des Aethers (§. 7. Opt.). Die erste würden wir ohne Grund behaupten, weil ohne Bewegung kein Feuer wahrgenommen wird. Und also werden wir genöthiget, das letzte zu bejahen. W. D. E.

Unterschen wir dasjenige, was in der Bewegung, wodurch Feuer entstehet, besonders zu finden, so werden wir genöthiget, zu behaupten, daß ohne das Reiben der Körper an einander kein Feuer möglich. Da nun das Feuer aus einer sehr schnellen Bewegung des Aethers entstehet; so habe ich vollständigen Grund zu behaupten, daß das Feuer aus einer sehr schnellen Bewegung des Aethers entstehet, wenn dieser in der Bewegung an andere Körper gerieben wird. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 7. Untersuchet genau alle Umstände bey den electrischen Versuchen, so werden auch diese ins Gleichs gesetzt, welches den Satz zu bestätigen.

1. Zusatz.

§. 8. Je mehr demnach der in mehr schnelle Bewegung gesetzte Aether an andere Körper gerieben wird, desto stärcker muß das Feuer seyn.

2. Zusatz.

§. 9. Je dichter der Körper ist, in welchem das Feuer, desto mehr kan der in eine schnelle Bewegung gesetzte Aether an andere Körper gerieben werden. Folglich muß auch in dichten Körpern das Feuer stärcker seyn, als in andern Körpern, welche nicht so dichte sind (§. 7.).

3. Zusatz.

§. 10. Die untere Lufft ist dichter, als die obere (§. 13. Aerom.). Folglich kan die obere Lufft der Bewegung des Aethers so viel nicht widerstehen, als die untere, und in der unteren Lufft kan der in Bewegung gesetzte Aether mehr, als in der oberen Lufft gerieben werden. Wir können demnach hieraus folgern

1) Warum das Feuer in seinem natürlichen Stande in die Höhe strebet, und auch dahin die nächste Orte führet.

2) Warum das Feuer in der unteren Lufft stärcker; als in der oberen.

4. Zusatz.

§. 11. Wer demnach die Würckung des Feuers, so viel als möglich ist, geniessen will, der muß entweder die Sache, welche soll erwärmet werden, also in die Höhe setzen, daß das Feuer unten anschlagen könne (§. 51. Som.), oder er muß das Feuer entweder seitwärts oder auch unter sich treiben (§. 10.).

1. An-

1. Anmerckung.

§. 12. Hiervon kan vieles bey dem Bau der Küchen-Heerde, und der Oefen erkläret werden.

2. Anmerckung.

§. 13. Feuer und Licht entstehen aus der Bewegung des Aethers. Feuer und Licht sind der Grund von den wichtigsten Begebenheiten in der Natur. Es ist also die Frage, was ist Aether? eine solche, deren Beantwortung den Grund von den wichtigsten Begebenheiten der Natur in sich fasset. Würde ich eine Natur-Lehre schreiben, so würde es meine Schuldigkeit seyn, diese Frage nach allen Kräfften zu beantworten. Jetzo aber will nur denen, die eine Begierde haben, meine Gedancken vom Aether zu erfahren, mit kurtzen berichten, daß ich glaube, der Aether sey nichts anders, als ein vollkommen aufgelöstes Saltz. Bey einer bequemen Gelegenheit werde den Grund dieses Gedanckens vollständig aus einander legen.

Lehr-Satz.

§. 14. Das Feuer wird durch die Lufft in geraden Linien fortgepflantzet.

Beweiß.

Leget an einem bestimmten Orte Feuer, so werdet ihr über denselben in einer geraden Linie die Wärme empfinden. Nehmet eine Feuer-Flamme, so werdet ihr da die Wärme empfinden, wo der Schein von der Flamme. Folglich muß das Feuer in einer geraden Linie fortgepflantzet werden (§. 2. Opt.). Leget das Feuer, und die brennende Flamme setzet unter die Glocke der Lufft-Pumpe, so wird so wohl von dieser, als auch von jenem der Schein verschwinden, so bald die Lufft weggepumpet worden. Folglich bestätiget die Erfahrung, daß das Feuer durch die Lufft in einer geraden Linie fortgepflantzet werde.

Erklärung.

§. 15. Den Weg, wodurch das Feuer fortgepflantzet wird, wollen wir einen Feuer-Strahl nennen.

Zu-

Zuſatz. 1

§. 16. Es iſt demnach des Feuers Strahl eine gerade Linie (§. 14.), wenn nicht das Feuer von einer äuſſerlichen Gewalt in eine krumme Linie getrieben wird.

Lehr-Satz.

§. 17. Wer die Gröſſe des Feuers genau beſtimmen will, der muß auf drey Stücke ſehen, einmahl auf die Geſchwindigkeit in der Bewegung des Aethers, zweytens auf die Vielheit der Feuer-Strahlen, welche bey einander, drittens auf die Dichtigkeit des Körpers, in welchem dieſe Bewegung des Aethers.

Beweiß.

Das erſte lehret der §. 7. Das zweyte erhellet aus dem Begriff der Gröſſe. Das dritte beſtätiget der §. 9. Und daß dieſe drey Stücke hinreichen, die Gröſſe des Feuers genau zu beſtimmen, ſolches iſt aus dem §. 6. unmittelbar zu erweiſen. W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 18. In den Vorleſungen will ich dieſe Eigenſchafften von der Gröſſe des Feuers auch durch die Erfahrung beſtätigen.

Lehr-Satz.

§. 19. Das Feuer wird, wie das Licht, fortgepflantzet.

Beweiß.

Das Feuer iſt eine Bewegung des Aethers, welche durch die Luffft in einer geraden Linie fortgepflantzet wird (§. 14. und 6.). Das Licht iſt auch eine Bewegung des Aethers, welche durch die Luffft fortgepflantzet wird (§. 11 ff. Opt.). Folglich haben wir vollkommenen Grund zu behaupten, daß das Feuer in der Ordnung, wie das Licht, fortgepflantzet werde. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 20. Wo einerley Grund ist, da muß auch einerley folgen. Was demnach von der Erfindung der Gröſſe in den Würckungen des fortgepflantzten Lichts in der Optic ist erwiesen worden, dieß muß auch die Gröſſe in den Würckungen des fortgepflantzten Feuers bestimmen können, wenn nur jene Lehr-Sätze durch die Natur des Feuers, und folglich durch den §. 17. genauer sind bestimmet worden.

2. Zusatz.

§. 21. Dieß giebt uns einen Grund folgende Lehr-Sätze zu behaupten.

1) Wenn verschiedene Feuer-Strahlen, welchen kein Widerstand gesetzet wird, in gleichdichter Materie parallel gehen, so muß das Feuer allezeit gleich starck bleiben (§. 20. Optic.).

3. Zusatz.

§. 22. 2) Wenn gleichstarcke Feuer-Strahlen, welche aus einem Punct durchgehens in gleichdichte Materie flieſſen, auseinander gehen, und keine äusserliche Ursachen vorhanden sind, welche in der Gröſſe des Feuers Veränderungen machen können, so wird das Feuer immer schwächer, und zwar in einer verkehrten und zusammengesetzten Verhältniß der Entfernungen von dem Puncte, woraus die Strahlen flieſſen (§. 21. Optic.).

4. Zusatz.

§. 23. Wenn gleichstarcke Feuer-Strahlen, welche aus verschiedenen Puncten in gleichdichte Materie flieſſen, zusammen lauffen, und keine äusserliche Ursachen vorhanden sind, wodurch die Gröſſe des Lichts könne geändert werden, so wird das Feuer immer stärcker, und zwar in einer verkehrten und zusammengesetzten Verhältniß der Entfernungen von dem Puncte, in welchem die Feuer-Strahlen zusammen flossen (§. 24. Optic.).

Lehr-Satz.

§. 24. Wenn die Feuer-Strahlen aus einer dichteren Materie in eine dünnere, oder aus einer dünneren Materie in eine dichtere fahren, ſo werden ſie gebrochen, und zwar in dem erſten Falle von der Einfalls-Linie, und in dem andern Falle gegen die Einfalls-Linie.

Beweiß.

Das Feuer wird durch die Lufft, wie das Liecht, fortgepflantzet (§. 19.). Dannenhero das Liecht auf die beſtimmte Art gebrochen wird (§. 44. 49. Optic.), ſo muß man auch ein gleiches von den Feuer-Strahlen behaupten.

1. Zuſatz.

§. 25. Hieraus erhellen folgende Sätze.

1) Wenn die Feuer-Strahlen durch ein Glaß fahren, welches auf beyden Seiten platt, ſo werden ſie hinter dem Glaſe mit den einfallenden parallel gebrochen (§. 69. Opt.). Und daher kan die fortgepflantzte Wärme gleichſtarck bleiben (§. 21.).

2. Zuſatz.

§. 26. 2) Wenn die Feuer-Strahlen durch ein geſchlieffenes Glaß fahren, welches erhaben iſt, ſo werden diejenigen, welche mit der Axe parallel einfallen, nach geſchehener Brechung mit der Axe wiederum zuſammen ſtoſſen, und zwar in der Weite des Diametri von dem Glaſe, wenn es auf einer Seiten platt und auf der andern erhaben; in der Weite des halben Diametri, wenn es auf beyden Seiten erhaben; und in der Weite des vierten Theils, wenn das Glaß eine gantze Kugel iſt (§. 70. Optic.). Hieraus folget, daß durch Hülffe erhabener Gläſer die Hitze kanne vermehret werden (§. 23.).

3. Zuſatz.

§. 27. Die Stärcke des Feuers kan durch die Vielheit der Feuer-Strahlen, welche bey einander ſind,

beſtim-

bestimmet werden (§. 173.). Je gröſſer demnach die Fläche von den erhabenen Gläſern, deſto mehr kan durch dieſe die Hitze vermehret werden (§. 26.).

Anmerckung.

§. 28. Hieraus erhellet, warum die erhabene Gläſer Brenn-Gläſer genennet werden.

4. Zuſatz.

§. 29. 2) Iſt das geſchlieffene Glaß auf der Seite, wo die Feuer-Strahlen ausfahren, hohl, ſo werden die Strahlen von der Axe weggebrochen, und weichen nach der Refraction immer mehr und mehr von ihr ab, je weiter ſie fortgehen (§. 72. Optic.). Folglich kan das Feuer durch hohle Gläſer geſchwächet werden (§. 22.).

Anmerckung.

§. 30. Dieſes beſtätiget, daß aus Hohl-Gläſern keine Brenn-Gläſer zu verfertigen.

Lehr-Satz.

§. 31. Die Feuer-Strahlen prallen von einem Spiegel in dem Winckel wieder zurück, in welchem ſie auf den Spiegel gefallen.

Beweiß.

Die Strahlen des Lichts prallen von einem Spiegel in dem Winckel wieder zurück, in welchem ſie auf den Spiegel gefallen (§. 130. Opt.). Die Feuer-Strahlen werden, wie die Strahlen des Lichts, fortgepflantzet (§. 19.). Folglich müſſen auch die Feuer-Strahlen von einem Spiegel in dem Winckel wieder zurück prallen, in welchem ſie auf den Spiegel gefallen. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 32. Dieſes beſtätiget 1) daß die Feuer-Strahlen, welche mit der Axe eines ſphäriſchen Hohl-Spiegels parallel einfallen, und unter 60° von der Axe

wo sie nach der Reflexion mit der Axe vereiniget werden, in einer geringern Weite von dem Spiegel, als der vierte Theil des Diameters (§. 153. Geom.). Und also können auch die sphärischen Hohl-Spiegel die Stärcke des Feuers vermehren (§. 23.).

2. Zusatz.

§. 33. Je gröſſer demnach die Fläche des sphärischen Hohl-Spiegels, auf welchen die Feuer-Strahlen unter 60° von der Axe mit der Axe parallel können geworffen werden, desto mehr sind sie geschickt, die Krafft des Feuers zu vermehren (§. 17.).

3. Zusatz.

§. 34. Die Sonnen-Strahlen sind Feuer-Strahlen. Da nun jene der Augenscheine nach parallel, so müssen alle, welche auf einen solchen sphärischen Hohl-Spiegel mit der Axe parallel fallen, in einem engen Raum zusammen gebracht werden. Weil nun hiedurch die Krafft des Feuers vermehret wird, so ist es kein Wunder, daß, ob gleich die Strahlen vorhin nur warm machten, sie jetzo gar anzünden, ja, wenn die Fläche des Spiegels groß ist, harte Körper schmeltzen.

1. Anmerckung.

§. 35. Dieses ist die Ursache, warum solche Hohl-Spiegel Brenn-Spiegel genennet werden. Und also können ihr auf dem vorhergehenden die Vollkommenheit der Brenn-Spiegel beurtheilen. Ferner, weil das Brennen der Sonnen-Strahlen durch diese Spiegel bloß daher rühret, weil sie durch die Reflexion in einem engen Raum zusammen gebrochen werden (§. 33.), so kan man Brenn-Spiegel aus faulem Holtze oder Pappen machen, so vergüldet oder polieret oder auch mit Stroh belegen wird.

2. Anmerckung.

§. 36. Mercket die Lehre von den Brenn-Spiegeln vor dem Brennen Schmeltz-Oefen

4. Zusatz.

§. 37. 2) Werden die Feuer-Strahlen aus dem Brenn-Puncte auf die Fläche des sphärischen Hohl-Spiegels unter 60 Grad der Axe getroffen, so reflectiren sie alle mit der Axe des Spiegels und unter einander selbst parallel (§. 1770 Opric.), und also kan durch Hülffe dieser Brenn-Spiegel das Feuer in gleicher Dicke nach einem Ort fortgepflantzet werden.

Anmerckung.

§. 41. Merckt hieraus die Art derer Hohl-Oefen, womit Zimmer zu erwärmen.

5. Zusatz.

§. 39. 3) Alle Feuer-Strahlen, welche auf einen parabolischen Spiegel mit der Axe der Parabel parallel fallen, kommen durch die Reflexion in dem Brenn-Puncte der Parabel zusammen (§. 164. Opric.). Und also erhellet, daß durch parabolische Spiegel das Feuer noch stärcker könne vermehret werden, als durch sphärische Hohl-Spiegel (§. 17.).

Anmerckung.

§. 40. Folglich sind auch elliptische Oefen, wenn man durch das Feuer schmeltzen will, bequemer, als diejenigen, welche als sphärische Hohl-Spiegel gebauet.

6. Zusatz.

§. 41. 4) Wenn die Feuer-Strahlen auf einen elliptischen Spiegel aus einem Brenn-Puncte fahren, müssen sie in den andern Brenn-Punct wieder zurück fahren (§. 167. Opric.).

Anmerckung.

§. 42. Folglich sind elliptische Spiegel nützlich zu gebrauchen, wenn man das Feuer von einem Ort nach dem andern fortpflantzen will.

Lehr-Satz.

§. 43. Die Stärcke des Feuers wird in gleich dichter Lufft und bey gleichvielen Feuer-Strahlen durch das Blasen des Windes vermehret.

Beweis.

Was in gleichdichter Lufft und bey gleichvielen Feuer-Strahlen die Geschwindigkeit in der Bewegung des Liechtes vermehret, das vermehret auch in derselben die Stärcke des Feuers (§. 7.). Durch das Blasen des Windes wird die Geschwindigkeit in der Bewegung des Liechtes vermehret (§. 39. Aërom. §. 69. Dyn.). Folglich wird in gleichdichter Lufft und bey gleichvielen Feuer-Strahlen die Stärcke des Feuers durch das Blasen des Windes vermehret. W. z. E. W.

1. Zusatz.

§. 40. Indem die Würckung allezeit der würckenden Kraft gleich (§. 24. Dyn.), so erhellet aus diesem letzten Satze, daß sich die Verstärckungen des Feuers, welche in gleichdichter Lufft und bey gleichvielen Feuer-Strahlen durch das Blasen des Windes verursachet werden, zueinander verhalten, wie die Verstärckungen des Windes.

2. Zusatz.

§. 41. Wer demnach verlanget, daß in gleichdichter Lufft bey gleichvielen Feuer-Strahlen das Feuer nach und nach in einer Progression soll verstärcket werden, der muß den Wind, wodurch das Feuer geblasen wird, in einer solchen Progression verstärcken.

3. Zusatz.

§. 42. Durch das Feuer wird die Lufft ausgedehnet (§. 46. Aërom.), mithin verdünnet. Das Feuer treibet folglich die Lufft in einen solchen Zustand, da sie eine Elasticität (§. 10.) bekommt. Hieraus erhellet, daß der äussere Lufft-Kreyß in das Feuer dringen müsse, wenn es nicht gehindert wird, die ausdehnende Lufft in die Höhe zu treiben. Hieraus ist vollständig zu begreiffen, wie man den Wind, der das Feuer blaset, in einer Progression verstärcken könne (§. 39. Aërom.).

Als

Anmerckung.

§. 47. Merket diesen Lehr-Satz, wenn ihr bey chymischen Oefen das Feuer durch Stäbe verstärcket, und wenn ihr bey Stuben-Oefen der Lufft-Röhre, so warme Lufft in die Stube bringet, bey den Stuben-Oefen hergegen wollet.

Erklärung.

§. 48. Wenn das eingeschlossene Feuer aus der engen Oeffnung die ausgedehnte Lufft treibet, und die untere Lufft durch eine andere Oeffnung mit Gewalt in das Feuer dringet, so wird die Linie, in welcher die ausgedehnte Lufft getrieben wird, der Zug des Feuers genennet.

Lehr-Satz.

§. 49. Das Feuer hat nach der Gegend die stärckeste Hitze, wohin dessen Zug gehet.

Beweiß.

Wo gleichviel Feuer-Strahlen in gleich dichter Lufft, da muß das Feuer seine gröste Hitze nach der Gegend äussern, wohin die stärckeste Bewegung gehet (§. 17.). Nun aber gehet die stärckeste Bewegung dahin, wohin der Zug des Feuers gehet (§. 48. und §. 51. Somatol.). Folglich muß auch das Feuer nach dieser Gegend die stärckeste Hitze äussern. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 50. Je länger demnach der Zug des Feuers in einem Zimmer, desto mehr kan das Feuer in demselben würcken. Wenn sich der Zug wieder unter sich brechen muß, so kan er länger werden, als wenn er gerade fortgehet. Setzen also das Feuer könte in einem Zimmer würcken, wenn sich der Zug wieder unter sich bricht, als wenn er gerade fortgehet.

Anmerckung.

§. 51. Auch dieses ist eine Regel, woraus die Vollkommenheit von den Stuben-Oefen zu beurtheilen.

Erfahrung.

§. 52. Ist das Feuer in einem festen Körper, so wird

würcket es leichter und viel ſtärcker in andere feſte Cörper, welche mit jenen unmittelbar verknüpffet ſind, als in die umſtehende Lufft. Fähret hingegen das Feuer aus dem feſten Cörper in die freye Lufft, ſo breitet ſich die Hitze leichter in derſelbigen aus, als ſie in andere feſte Cörper wiederum hinein dringet.

Anmerckung.

§. 53. Was ich hier aus der Erfahrung angenommen, ſolches kann auch aus der Reflexion und Refraction der Feuer-Strahlen beweiſen, wenn es meine gegenwärtige Abſicht erfoderte.

Zuſatz.

§. 54. Soll ſich demnach das in einem Ofen eingeſchloſſene Feuer leicht in ein Zimmer ausbreiten, ſo muß man den Ofen ſo viel als es möglich iſt alſo bauen, daß von den Wänden des Zimmers keine feſte Cörper den Ofen berühren.

1. Anmerckung.

§. 55. Dieſes iſt die Urſache, warum man das Feuer in dem Ofen gerne auf einen Roſt leget, und warum man den Ofen in einem Zimmer nicht gerne auf einem Holtz, ſondern auf eine eiſerne Platte ſetzet, welche durch Füſſe von dem Boden abgeſondert.

2. Anmerckung.

§. 56. Verſtehet ihr dasjenige, was ich von der Gröſſe in den Würckungen des Feuers ausgeführet, ſo werdet ihr ohne ferneres Erinnern den Bau von allerley Art Oefen und Camminen beurtheilen können. Dahero trage Gelegenheit weitläufftigen zu ſeyn, und erinnere euch zu Locum Vitruvii *Vulcanum familiarem*.

3. Anmerckung.

§. 57. Verbindet mit dasjenige, was ich von der Gröſſe in den Würckungen des Feuers erwieſen habe, dasjenige, was ich von der Art und Weiſe, wie durch die Lufft Machinen zu bewegen §. 61. ff. Aërom. erkläret, ſo werdet ihr die Bewegung der Machinen durch das Feuer ohne weiteres Erinnern beſtimmen können. Hierbey kan mit Nutzen gelesen werden, was *Leupold in Theatro Mach. gener. Cap. XIX.* von der Krafft des Feuers angemercket.

ELEMENTA ARCHITECTVRAE CIVILIS

Das ist

Erſte Gründe

Von

der bürgerlichen Bau-Kunſt.

ELEMENTA
ARCHITECTURAE
CIVILIS

Erſte Gründe der bürgerlichen Bau-Kunſt

Erſter Abſchnitt.

Von der bürgerlichen Bau-Kunſt überhaupt.

Erklärung.

§. 1.

Ein jeder Raum, der durch die Kunſt zu einer gewiſſen Abſicht eingeſchloſſen worden iſt, heiſt ein Gebäude.

1. Zuſatz.

§. 2. Es iſt demnach die Abſicht eines Gebäudes der Grund, wornach deſſen Verfertigung zu beurtheilen.

2. Zuſatz.

§. 3. Ferner erhellet, daß man den Gebäuden nach ihren unterſchiedenen Abſichten verſchiedene Benennungen geben könne.

Erklärung.

§. 4. Die Vollkommenheit des Gebäudes beſtehet in einer Uebereinſtimmung der Stücke, welche ſich in demſelben befinden, mit deſſen Haupt-Abſicht.

Dieſe Uebereinſtimmung der Stücke in einem Gebäude iſt entweder alſo beſchaffen, daß ohne derſelben die Haupt-Abſicht des Gebäudes nicht beſtehen kan, oder dieſelben ohne jener beſtehen. Das erſte machet die weſentliche, und das andere die zufällige Vollkommenheit des Gebäudes.

Lehr-Satz.

§. 5. In einem vollkommenen Gebäude müſſen alle zufällige Vollkommenheiten mit der weſentlichen übereinſtimmen.

Beweis.

In einem vollkommenen Gebäude müſſen alle Stücke mit deſſen Haupt-Abſicht übereinſtimmen (§. 2.). Da nun durch eine ſolche Uebereinſtimmung die weſentliche Vollkommenheit eines Gebäudes beſtimmet (§. 4.), ſo iſt klar, daß alle zufällige Vollkommenheiten mit der weſentlichen übereinſtimmen müſſen, wenn das Gebäude ein vollkommenes Gebäude zu nennen. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 6. Hieraus erhellet, daß auch alle zufällige Vollkommenheiten eines Gebäudes nach deſſen Haupt-Abſicht zu beſtimmen.

Erklärung.

§. 7. Ein Gebäude iſt bequem, wenn man in demſelben alle Verrichtungen, welche deſſen Abſicht erfodert, ohne Hinderniſſe vornehmen kan.

Zuſatz.

§. 8. Es iſt demnach die Bequemlichkeit die weſentliche Vollkommenheit eines Gebäudes (§. 4.).

2. Zuſatz.

§. 9. Je beſſer und je leichter die Abſicht eines Gebäudes in demſelben kan ausgeführet werden, deſto gröſſer iſt die Bequemlichkeit, und alſo auch die weſentliche Vollkommenheit des Gebäudes.

Erklärung.

§. 10. Der Grund von den zufälligen Vollkommenheiten eines Gebäudes wird entweder aus den Regeln der Sparsamkeit, oder aus den Regeln des Wohlstandes genommen. Die Gesetze der Sparsamkeit erfodern ein Gebäude also aufzuführen, daß es zu der gesetzten Absicht so lange, als es möglich ist, (a) könne gebraucht werden; und die Gesetze des Wohlstandes, daß durch die Empfindung eine Uebereinstimmung in der Zusammensetzung könne wahrgenommen werden. Die Beobachtung des ersten macht ein Gebäude fest, und die Beobachtung des zweyten, schöne.

1. Zusatz.

§. 11. Die Dauer ist ein Zeichen von der Festigkeit eines Gebäudes. Je länger demnach die Zeit, durch welche man in dem Gebäude die Verrichtungen, welche die Absicht erfodert, vornehmen kan, desto fester ist das Gebäude.

2. Zusatz.

§. 12. Je weniger äusserliche Umstände vermögend sind, die Theile eines Gebäudes und deren Zusammensetzung zu zerstören, desto gröſſer ist die Festigkeit eines Gebäudes.

3. Zusatz.

§. 13. Je leichter ein Gebäude wider die Gewalt äusserlicher Umstände kan vertheidiget werden, desto weniger sind diese vermögend, die Theile eines Gebäudes und deren Zusammensetzung zu zerstören; also giebt auch dieses einen Grund, die Festigkeit eines Gebäudes zu beurtheilen.

(a) Anmerckung.

Diese Möglichkeit muß mit nach den Kosten, welche man zum Bauen verwendet, abgemessen werden. Die Ersparung der Kosten kann ein Gebäude von geringer Dauer vollkommener machen als ein anderes, das lange dauret.

Er-

Erklärung.

§. 14. Was wir bey einem Gebäude empfinden, ist entweder in dem Gebäude, oder ausser demselben, und also haben wir vollständigen Grund die Schönheit eines Gebäudes in eine innerliche und äusserliche einzutheilen (§. 10.).

Zusatz.

§. 15. Soll ein Gebäude vollkommen seyn, so muß die äusserliche Schönheit mit der innerlichen, und beyde zusammen mit der Festigkeit und Bequemlichkeit des Gebäudes übereinstimmen (§. 5. 8. 10.).

Anmerckung.

§. 16. Aus dieser allgemeinen Betrachtung der Baukunst erhellet, daß bey einer vollständigen Ausführung dieser Wissenschafft auf drey Stücke zu sehen, erstlich auf die Bequemlichkeit, zweytens auf die Festigkeit, und drittens auf die Schönheit des Gebäudes. Von jedem Punct werde die ersten Gründe in einem beständigen Zusammenhang erläutern.

Der 2. Abschnitt.

Von der bürgerlichen Bau-Kunst insbesondere.

Das 1. Capitel.

Von der Bequemlichkeit eines Gebäudes.

Lehr-Satz.

§. 17.

Der Bequemlichkeit eines Gebäudes erste Regel.

Die Bequemlichkeit eines Gebäudes erfodert, daß dessen Theile in derjenigen Ordnung gelegen werden, in welcher sie die Ausführung der Absicht des Bau-Herrn erleichtern können.

Be-

Beweiß.

Soll ein Gebäude bequem seyn, so muß man diejenigen Verrichtungen, welche dessen Absicht erfodert, ohne Hinderniß darinnen vornehmen können (§. 7.). Würde dieses geschehen können, wenn die Theile des Gebäudes nicht in derjenigen Ordnung geleget, in welcher sie die Ausführung der Absicht des Bau-Herrn erleichtern können? Und also erhellet, daß die Bequemlichkeit eines Gebäudes eine solche Ordnung der Theile, als benahmet worden, erfodere. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 18. Soll demnach in einem Gebäude ein Theil dem andern dienen, so müssen diese also geordnet werden, daß man aus dem einem leicht in den andern kommen könne.

Erklärung.

§. 19. Sind in einem Gebäude verschiedene Geschosse, so erfodert die Bequemlichkeit, daß man in dem Gebäude gewisse Stücke anlege, vermittelst welcher man aus dem einem leicht in das andere gelangen kan. Diese Stücke eines Gebäudes werden Treppen genennet.

Lehr-Satz.

§. 20. Die Bequemlichkeit eines Gebäudes erfodert bey den Treppen 1) daß sie genugsam Licht haben; 2) daß man mit gewöhnlichen Schritten herunter und hinauf gehen könne; 3) daß ihr Raum demjenigen proportionirlich, was auf denselben herunter und hinauf soll getragen werden. Zweyte Regel.

Beweiß.

Fehlet das erste bey den Treppen, so verursachet die Finsterniß, daß man nicht leicht aus einem Geschoß in das andere kommen kan. Fehlet das zweyte, so muß man, wenn man aus einem Geschoß in das andere gehen will, auf eine ungewöhnliche Art die Füsse heben, welches

welches nicht nur der Geschwindigkeit im Gehen zuwi-
der, sondern auch ein Umstand, welcher sehr leicht das
Fallen verursachen kan (§. 27. Mech.). Fehlet nun
das dritte, so folget unmittelbar, daß die Absicht,
warum die Treppe gebauet, ohne viele und unnöthige
Mühe nicht könne erhalten werden. Sollte demnach
eine von den angegebenen Vollkommenheiten bey dem
Treppen-Bau fehlen, so wird man in dem Gebrauche
verhindert werden, diejenige Verrichtungen, welche
dessen Absicht erfodert, zu unternehmen. Und also erfo-
dert die Bequemlichkeit eines Gebäudes die angegebene
Vollkommenheiten der Treppen (§. 7.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 21. Wenn man mit der zweyten Vollkommen-
heit einer Treppe die Erfahrung verbindet, so folget,
daß die Stuffen von einerley Höhe und Breite, und
höchstens 6 Zoll hoch, und 12 bis 14 Zoll breit seyn
müssen.

Anmerckung.

§. 22. In Ansehung der dritten Vollkommenheit werden
die Treppen in Haupt- und Neben-Treppen eingetheilet.
In Ansehung der Figur, sind die Treppen entweder gerade
oder Wendel-Treppen, und jene werden entweder von zwey,
drey und mehr Armen gemacht, so durch Ruhe-Plätze unter-
schieden sind, daher sie auch gebrochene Treppen genennet
werden, oder die Verbindung der Stuffen gehet in einem fort.
Die gebrochene Treppen haben entweder verschiedene Auf-
tritte, welche in dem Ruhe-Platz wiederum zusammen kom-
men, und werden daher doppelte oder vielfache Treppen ge-
nennet, oder es ist nur ein Auftritt vorhanden, dadurch ei-
che Treppen entspringen. Von jeder Art werde umständ-
in den Anmerckungen reden. Indessen kan mit Nutzen gele-
werden, was Sturm in seiner vollständigen Anweisung zu
Stadt-Thoren und Brücken ꝛc. und Vignola in der Civil-Bau-
Kunst p. m. 177 und 184. von dem Treppen-Bau ausgeführt.

Lehr-Satz.

Dritte Re-gel. §. 23. Soll ein Gebäude bequem seyn, so wird
ferner erfodert, daß alle Oeffnungen so wohl
den

dem Gebäude selbst, als auch in den Abtheilungen des Gebäudes, so wohl in der Breite, als auch in der Höhe also einzurichten, daß dadurch alles, wozu sie gemacht worden, ohne Hinderniße gehen könne.

Beweiß.

Dieses folget unmittelbar aus dem Begriff von der Bequemlichkeit (§. 7.).

1. Zusatz.

§. 24. Hieraus kan das Wesentliche bey dem Bau der Thüren und Fenster beurtheilet werden.

2. Zusatz.

§. 25. Und also folget, daß die Weite der Haupt-Thüre, das ist derjenigen, wodurch man in das Gebäude kommet, nicht kleiner seyn müsse, als die Weite der Haupt-Treppe.

3. Zusatz.

§. 26. Die mittelmäßigen Thüren, das sind diejenigen, wodurch man in die Haupt-Zimmer des Gebäudes kommt, müssen nicht unter 4. Schuh breit, und nicht unter 8. Schuh hoch seyn.

4. Zusatz.

§. 27. Die Bey-Thüren, das sind diejenigen, wodurch man aus dem einem Zimmer in das andere kommt, müssen den mittelmäßigen Thüren gleich seyn.

5. Zusatz.

§. 28. Die geheimen Thüren können schmäler seyn, als die Bey-Thüren.

6. Zusatz.

§. 29. Die Absicht der Fenster ist entweder einfach oder gedoppelt, es ist nehmlich die Absicht der Fenster entweder nur diese, daß dadurch in den eingeschlossenen Raum Licht soll geführet werden, oder man will

zugleich durch dieſelben bequem hinaus ſehen. Je höher die Fenſter, jemehr Licht wird dadurch in das Zimmer gebracht; will man bequem hinaus ſehen, ſo müſſen ſich auf der Bruſt-Lehne zwo Perſonen bequem neben einander lehnen können. Und alſo erfodert die erſte Abſicht, daß ſich die Höhe der Fenſter nach der Gröſſe des eingeſchloſſenen Raums, welcher ſoll erleuchtet werden, richten müſſe. Und die zweyte Abſicht, daß die Bruſt-Höhe der Fenſter nicht unter 3, und die Breite der Fenſter nicht unter 4 Schuh.

Anmerckung.

§. 30. Mehrers ſuche bey dem Vignola in der Civil-Bau-Kunſt p. m. 140. ff., und in des Goldmanns Bau-Kunſt.

Lehr-Satz.

Vierte Regel. §. 31. Die Bequemlichkeit eines Gebäudes erfodert ferner, daß man die Verrichtungen, welche deſſen Abſicht erfodert, ohne Verletzung der Geſundheit darinnen vornehmen könne.

Beweiß.

Denn ſollte dieſes nicht ſeyn, ſo würde man in den nöthigen Verrichtungen gehindert werden. Dieſes aber iſt der Grund, wodurch man bewogen wird, ein Gebäude unbequem zu nennen (§. 7.).

1. Zuſatz.

§. 32. Stinckende Lufft ſchadet der Geſundheit, folglich erfodert die Bequemlichkeit eines Gebäudes, daß diejenigen Theile, in welchen man ſeine Geſchäffte ausführen will, alſo angeleget werden, daß nicht nur ſtinckende Lufft darinnen vermieden, ſondern auch zu gewiſſen Zeiten friſche Lufft könne hinein gebracht werden (§. 31.).

2. Zu

2. Zusatz.

§. 33. Hieraus folget, die wesentliche Absicht eines Gebäudes erfodere

1) Daß die Oeffnungen in einem Zimmer, nemlich Thüren und Fenster also gegen einander zu setzen, daß bey deren Eröffnung die Lufft durchwehen könne.

2) Daß die Thüren und Fenster so groß zu machen, daß bey deren Eröffnung hinreichende Lufft in das Zimmer dringen könne.

Anmerckung.

§. 34. Aus dieser Regel von der Bequemlichkeit eines Gebäudes, kan auch die Anlage der geheimen Gemächer in ordentlichen Wohn-Häusern bestimmet werden. Diese werden entweder von den ordentlichen Wohn-Zimmern weit abgeleget, oder nicht. Das erste ist wider das allgemeine Gesetze von der Bequemlichkeit (§. 18.). Das zweyte würde dem §. 31. widersprechen, wenn keine Mittel zu bestimmen, wodurch der Gestanck aus dem Gebäude zu führen. Die stinckende Dünste steigen in der Lufft in die Höhe. Dieses ist der Grund, wodurch die Lufft-Röhren, welche bey den geheimen Gemächern mit Nutzen zu gebrauchen, erfunden worden, und durch deren Anwendung die geheimen Gemächer nahe bey den ordentlichen Wohn-Zimmern können gebauet werden. Mehrers von diesem in den Vorlesungen.

3. Zusatz.

§. 35. Die Gesundheit erfodert eine proportionirliche Wärme in der Lufft. Also folget auch aus dieser vierten Regel von der Bequemlichkeit eines Gebäudes, daß bey dessen Aufführung dahin zu sehen, daß in den Zimmern eine ihren Absichten proportionirliche Wärme könne erreget werden.

Anmerckung.

§. 36. Beydes wird durch wohl angelegte Oefen und Camine erhalten, deren Bau nachdem zu beurtheilen, was in der Pyrobolic von der Grösse in den Würckungen des Feuers ist erkläret worden.

4. Zusatz.

§. 37. Alles Feuer, wodurch Zimmer in einem Gebäude erwärmet werden, würcket gewisse Ausdünstungen, welche, wenn sie nicht aus dem Zimmer geführet werden, der Gesundheit des wohnenden zuwider sind. Es folget also aus dem Begriff von der Bequemlichkeit, daß man sowohl in dem Gebäude, als auch in dessen Abtheilungen verschiedene Oefnungen machen müsse, durch welche diese Ausdünstungen aus dem Gebäude können geführet werden (§. 35.).

1. Anmerckung.

§. 38. Dieses ist der Grund von den Zug-Löchern, und von den Feuer-Mauern oder Schorsteinen; von deren Bau, wenn solcher wesentlich betrachtet wird, keine allgemeine Regeln zu geben, als welche aus dem Zuge der Dünste zu folgern. Wollte ich z. E. als eine wesentliche und allgemeine Regel von dem Bau der Schorsteine angeben, daß er über den Forst müsse hinaus geführet werden, so würde die Erfahrung bald die Allgemeinheit meiner Regel umstossen, vermöge welcher man die Feuer-Mauern mit weit grösserem Vortheile in einen Keller geführet. Ueberleget demnach, was §. 48. ff. Pyrob. von dem Zuge des Feuers, §. 39. und 64. Aërom. von den Würckungen des Windes, und §. 66. ff. Dyn. von der Bewegung der Körper durch andere ausgeführet, so werdet ihr das Wesentliche von dem Bau der Zug-Löcher und Schorsteine ohne ferneres Erinnern beurtheilen können.

2. Anmerckung.

§. 39. In den Fürlesungen will ich erklären

1) Warum und wie die Feuer-Mauern zu schleiffen.
2) Wie viele Feuer-Mauern in eins zu bringen.
3) Wie die Zungen, wenn viele Feuer-Mauern zusammengebracht werden, zu bauen.
4) Wie die Feuer-Mauern zu bedecken.
5) Was bey dem Bau des Rauchfanges zu beobachten.

Erklärung.

Ichnographia.

§. 40. Durch den Grund-Riß eines Gebäudes verstehet man einen solchen Riß, in welchem die Lage der Theile eines Gebäudes, und der Raum, den ein jeder auf dem Erdboden einnimmt, angezeiget worden.

Aus-

Aufgabe.

§. 41. Den Grund-Riß von einem aufzuführendem Gebäude zu verfertigen.

Auflösung.

1) Zeichnet den Platz, worauf das Gebäude zu führen, nach den Regeln der Geometrie.

2) Zergliedert die Absicht des Bau-Herrn.

3) Die Regeln von der Bequemlichkeit eines Gebäudes bestimmet durch diese Absicht; so werdet ihr sowohl die Lage, als auch die Grösse der Theile, nach ihrer Länge und Breite, auf den gezeichneten Platz anzeigen können.

Anmerckung.

§. 42. Soll der Grund-Riß vollkommen seyn, so müssen zugleich die Regeln von der Festigkeit und von der Schönheit eines Gebäudes mit angewendet werden. Hiervon in dem folgenden.

Das 2. Capitel.

Von der Dauerhafftigkeit und Festigkeit eines Gebäudes.

Erklärung.

§. 43.

Die Festigkeit eines Gebäudes kan aus einem zu doppelten Grund beurtheilet werden, indem man das Gebäude sowohl für sich, als auch in Ansehung äusserlicher Umstände betrachten kan. Die Festigkeit eines Gebäudes für sich betrachtet, wollen wir dessen innerliche, und die Festigkeit des Gebäudes in

Ansehung äusserlicher Umstände dessen äusserliche Festigkeit nennen.

1. Zusatz.

§. 44. Verbindet mit diesem den Begriff von einem Gebäude (§. 1.), so werdet ihr sogleich gestehen, daß die Beurtheilung von der innerlichen Festigkeit eines Gebäudes aus der Beschaffenheit des Grundes, worauf das Gebäude geführet, aus der Beschaffenheit der Materialien, woraus es gebauet, und endlich aus der Art und Weise, wie die Materialien zusammengesetzet, zu folgern.

2. Zusatz.

§. 45. Ferner werdet ihr gestehen, daß die äusserliche Festigkeit eines Gebäudes daraus zu beurtheilen, ob es wider die Anfälle des Regens, wider die Anfälle des Feuers, und endlich wider die Anfälle des Windes leicht könne vertheidiget werden (§. 13.).

Lehr-Satz.

Von der innerlichen Festigkeit eines Gebäudes erste Regel.

§. 46. Die Festigkeit eines Gebäudes erfodert, daß der Grund, worauf es ist gebauet worden, nicht nur breiter, als das Gebäude, sondern auch also beschaffen sey, daß er dem Drucke des Gebäudes sattsam widerstehen könne.

Beweis.

Das erste erhellet aus dem §. 29. Mech. Das zweyte kan auf folgende Art erwiesen werden. Das Gebäude drücket mit seiner Schwere rechtwinklicht gegen die Erde (§. 50. Mech.); sollte nun der Grund diesem Drucke nicht sattsam widerstehen können, so würde das Gebäude niedersincken. Weil nun dieses verursachet, daß sich die Verbindung der Theile auseinander giebet, so ist es klar, daß ein solcher Grund der Festigkeit des Gebäudes zuwider sey (§. 10.).

Zu

Zusatz.

§. 47. Ein Gebäude wird auf die Fläche des Erdbodens aufgeführet. Ist diese weich, so kan sie dem Drucke des Gebäudes nicht sattsam widerstehen. Folglich erfodert die erste Regel von der inneren Festigkeit eines Gebäudes die Beobachtung folgender Sätze.

1) Grabet die Fläche des Erdbodens, worauf ein Gebäude soll geführet werden, so tief, bis sie vollkommen hart.

2) Diese Höhlungen füllet mit fest verbundenen Körpern, welche von keiner Feuchtigkeit können verzehret werden.

Anmerckung.

§. 48. Von den Ursachen, aus welchen die Festigkeit des Erdbodens zu beurtheilen, und von der Verbindung solcher Körper, die keine Feuchtigkeit verzehret, will ich in den Fürlesungen reden. Siehe Vitruvium Lib. I. Cap. V. Lib. III. Cap. III. und Leupold im Theatro Hydrotech. §. 190. ff.

Lehr-Satz.

§. 49. Wenn der Grund eines Gebäudes nicht auf allen Seiten gleich starck ist, so erfodert die Festigkeit, daß das Gebäude also aufgerichtet werde, daß es nach der festen Seite mehr, als nach der andern drücke. Zweyte Regel.

Beweis.

Geschiehet das Gegentheil, so kan der schwächste Theil des Grundes dem Drucke des Gebäudes nicht genugsam widerstehen (§. 24. Dyn.); folglich wird sich das Gebäude nach der schwächsten Seite des Grundes niedersencken. Da nun auch dieses verursachet, daß die Verbindung der Theile auseinander gehet; so folget die Wahrheit von dieser Regel unmittelbar aus dem Begriffe von der Festigkeit des Gebäudes.

Zuſatz.

§. 50. Machet demnach unter dieſen Umſtänden, daß das Gebäude den ſchwächſten Theil des Grundes weniger als den ſtärckſten Theil berühre, welches theils durch die Unterlagen, theils durch die Gewölbe, theils durch das Hänge-Werck kan erhalten werden. Von jenem Stücke will ich, ſo weit es meine Abſicht erfodert, in den Fürleſungen reden.

Lehr-Satz.

Dritte Regel.

§. 51. Die innere Feſtigkeit eines Gebäudes erfodert ferner, daß man bey dem Gebrauche der Materialien nicht nur ihre innere Beſchaffenheit, ſondern auch die Umſtände, wohin ſie geleget werden, unterſuche, damit ein jedes in ſolchem Orte könne geſetzet werden, wo es am wenigſten durch das Feuer, Waſſer, durch die Witterung der Lufft, durch ſeine eigene Laſt, und durch deſſen Gebrauch könne verſchlimmert und verheeret werden.

Beweiß.

Daß eine Sache, für ſich betrachtet, oder auch unter gewiſſen Umſtänden dauerhafft ſeyn könne, welche unter anderen Umſtänden leicht kan verſchlimmert und verheeret werden, ſolches wird ein jeder geſtehen, der zugiebt daß etwas für ſich betrachtet möglich ſeyn könne, was unter gewiſſen Umſtänden unmöglich iſt. Weil nun dieſes, ſo wird keiner läugnen können, daß beydes, was in dem Lehr-Satze iſt angegeben worden, zu beobachten, wenn ein aufzuführendes Gebäude vollkommene Feſtigkeit haben ſoll (§. 10.).

1. Anmerckung.

§. 52 Die Materialien zum Bau ſind Holtz, Steine, Kalck, Sand, Eiſen, Rohr, Haar. Es erfodert alſo eine vollſtändige Ausführung der Bau-Kunſt, daß alle Arten von Holtz, Steine, Kalck, Sand, Eiſen ꝛc. umſtändlich beſchrieben, die Verän-

derun-

derungen, welchen sie vermöge ihrer innern Beschaffenheit unterworffen, angemercket, und alsdenn deren Zubereitungen zu einem vorhabenden Bau vollständig angezeiget werden. Ich entwerffe jetzo nur die ersten Gründe der Bau-Kunst, und folglich wird diese Absicht eine solche Untersuchung nicht erlauben. Doch will ich in den Vorlesungen das wichtigste von diesen Stücken beybringen.

2. Anmerckung.

§. 53. Die Regeln von der Festigkeit eines Gebäudes sowohl in Ansehung des Grundes, als auch in Ansehung der Materialien sind festgesetzet, und also habe ich noch diejenigen zu untersuchen, welche bey der Ausführung des Gebäudes zu beobachten sind. Das Gebäude wird aufgeführet, indem die Theile und Materialien mit einander verbunden werden. Ich finde also für nöthig, daß auch die Festigkeit bey der Ausführung des Gebäudes aus einem gedoppelten Grunde zu beurtheilen, nemlich aus dem Grunde der Theile, und aus der Verbindung derselben.

Lehr-Satz.

§. 54. Alle Theile und alle Materialien, woraus das Gebäude aufgeführet, müssen einen festen Grund haben. Vierte Regel.

Beweiß.

Diese Regel kan auf gleiche Art bewiesen werden, wie die Regel im §. 46. erwiesen worden.

Zusatz.

§. 55. Ueberleget diesen Beweiß, so werdet ihr die Wahrheit von folgenden Sätzen einsehen.

1) Der Grund eines jeden Theils muß breiter seyn, als der Theil, welcher sich darauf gründet.

2) Alle Last muß senckrecht gesetzet werden.

3) Wird in einem Gebäude etwas angebracht, welches keinen Grund hat, so muß solches unterstützet werden.

Erklärung.

§. 56. Eine Stütze wird überhaupt alles dasjenige genennet, was eine Last aufhält, die sonst fallen würde.

Diese Stützen sind entweder rund oder eckicht. Ist jenes, so werden sie Säulen, und wenn dieses, Pfeiler genennet. Wenn die eine Seite von den Stützen eingemauret, so heissen die runden Wand-Säulen, und die eckichten Wand-Pfeiler.

1. Zusatz.

§. 57. Eine jede Stütze muß einen festen Grund haben (§. 54.), und also unten dicke und oben dünner seyn (§. 55.).

2. Zusatz.

§. 58. Eine jede Stütze muß dem Druck der Last, welche sie tragen soll, hinreichend widerstehen können (§. 45.).

3. Zusatz.

§. 59. Hieraus folget

1) Die Materie, woraus die Stütze verfertiget, muß zum wenigsten so feste seyn, als die Materie ist, woraus die Last bestehet.

2) Die Stütze muß in ihren Abmessungen der Last proportionirlich seyn. Weil nun eine kurtze und dicke Stütze mehr tragen kan, als eine hohe und dünne; so muß die Dicke in die Höhe wenigmahl enthalten seyn, wo eine grosse Last zu tragen ist; hingegen vielmahl, wo eine kleine zu unterstützen.

Anmerckung.

§. 60. Alle Schwellen, als Grund-Schwellen, Mittel-Stücken, Saum-Schwellen, Mauer-Latten, Dach-Schwellen, und so weiter, wie auch die Träger und Balcken werden angewendet, eine darüber aufgesetzte Last zu tragen. Alles, was die Zimmer-Leute Säulen nennen, wird gebraucht, eine Last zu unterstützen. Was demnach von der Beschaffenheit des Grundes und der Stützen erkläret worden, daraus können die Eigenschafften von allen Schwellen, Trägern, Balcken und Säulen gefolgert werden.

Lehr-Satz.

Fünffte Regel.

§. 61. Die Oeffnungen in einer Wand des Gebäudes müssen nicht zu nahe bey einander liegen.

Be

Beweiß.

Durch die Oeffnungen in einer Wand wird dessen Stärcke geschwächet. Sollten nun jene zu nahe bey einander liegen, so würde die Wand nicht Stärcke genug behalten, der Last, die sie tragen soll, zu widerstehen. Dieses aber ist der inneren Festigkeit des Gebäudes zuwider (§. 20. 43.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 62. Die Oeffnungen in einer Wand sind die Thüren und Fenster. Werden demnach in einer Wand viele Thüren oder viele Fenster gemachet, so müssen ihre Zwischen-Räume nicht zu klein seyn.

Lehr-Satz.

§. 63. Alle Theile in den Wänden eines Gebäudes müssen also mit einander verbunden werden, daß der eine den andern auszuweichen verhindert wird. Sechste Regel.

Beweiß.

Wenn ein Theil dem andern das Ausweichen verhindert, so wird mehrere Krafft erfodert, die Theile aus ihrer Verknüpffung zu bringen, als wo das Gegentheil (§. 54. Dyn.). Und also erfodert die Festigkeit eines Gebäudes eine solche Verbindung der Theile (§. 20.). W. Z. E. W.

Anmerckung.

§. 64. Hieraus kan die Verbindung der Steine durch den Kalck, und die Verbindung des Holtzes in den Wänden eines Gebäudes, durch die Riegel, welche Brust- und Spann-Riegel, durch die höltzernen Bänte, durch die Klammern und durch die Nägel beurtheilet werden.

Erklärung.

§. 65. Durch das Dach verstehet man denjenigen Theil eines Gebäudes, der die übrigen für Schnee, Regen und anderer übelen Witterung trocken und unbeschädiget erhalten muß. Soll dieser Theil das

ganze

gantze Gebäude bedecken, so heißt es das Haupt-Dach, soll es aber nur gewisse Theile bedecken, so wird es ein Wetter-Dach genennet.

Lehr-Satz.

Von der äusseren Festigkeit eines Gebäudes.

§. 66. Das Haupt-Dach muß nicht nur über das gantze Gebäude gehen, sondern auch über die äusseren Wände des Gebäudes hervorragen.

Beweiß.

1) Von dem Bau des Dachs erste Regel.

Das Haupt-Dach soll nicht nur das gantze Gebäude, sondern auch die äussersten Wände des Gebäudes für Regen, Schnee, und anderer übelen Witterung decken und unbeschädiget erhalten (§. 65.). Wie ist dieses möglich, wenn es nicht das gantze Gebäude bedecken, und über die äussersten Wände hervorragen solte? Folglich sind dieses zwo Haupt-Eigenschaften von dem Haupt-Dache. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

Zweyte Regel.

§. 67. Das Dach muß also gebauet werden, daß der Regen und Schnee nicht durchdringen, und daß die Materie des Daches von diesen Feuchtigkeiten nicht leicht könne verschlimmert und verderbet werden.

Beweiß.

Das erste erfodert die Festigkeit des Gebäudes, welche durch das Dach soll erhalten werden (§. 65.), und das zweyte erfodert die Festigkeit der Theile, woraus bey einem jeden Gebäude zu sehen ist (§. 51.).

1. Zusatz.

§. 68. Aus dem ersten folget, daß die Materialien, woraus das Dach zu verfertigen, für sich betrachtet, so beschaffen seyn müssen, daß sie weder Wasser noch Schnee durchlassen; und daß diese so genau miteinander zu verbinden, daß auch durch die Fugen keines von beyden durchdringen könne.

2 Zu-

2. Zusatz.

§. 69. Und aus dem zweyten folget, daß das Dach so abhängig müsse gebauet werden, daß diese Feuchtigkeiten nicht solange darauf liegen können, bis sie dessen Materialien angreiffen.

3. Zusatz.

§. 70. Je mehr das Dach abhängig, desto leichter können die Feuchtigkeiten von demselben abrollen (§. 29. Mech.). Je leichter demnach die Materialien des Daches von den Feuchtigkeiten können angegriffen werden, destomehr muß das Dach abhängig seyn.

Anmerckung.

§. 71. Hieraus erhellet, daß keine allgemeine Regeln von der Höhe der Dächer können gegeben werden, sondern daß diese nach der Festigkeit der Materialien, womit es soll gedecket werden, zu bestimmen.

Erklärung.

§. 72. Die Dächer bekommen ihre Benennung theils von ihrer Figur, theils von der Linie, nach welcher sie abhängig, theils von der Höhe, in welcher sie abhängen. In Ansehung des ersten, heissen sie Pult-Dächer (Deliciata), wenn sie nur von einer Seite abhängen. Zweyhängige oder Sattel-Dächer (Pectinata), wenn sie von beyden Seiten abhängig. Zelt-Dächer (Tectinata), wenn sie von vier Seiten abhängig sind. In Ansehung des zweytens sind sie entweder nach einer geraden oder nach einer krummen Linie abhängig gemacht wenn jenes, so sind es gerade, und wenn dieses Kuppel-Dächer und Welsche-Hauben. Beyde gehen entweder in einem fort, oder sie sind in der schiefliegenden Fläche gebrochen. Wenn dieses, so werden sie Mansardische Dächer, und wenn jenes, ungebrochene Dächer genennet. Endlich in Ansehung des letzten, sind sie entweder sehr niedrig, daß man bequem darauf gehen

hen kan, oder sie sind so hoch, daß man nicht bequem darauf gehen kan. Wenn jenes, so werden sie Altanen-Dächer, und wenn dieses, hohe Dächer genennet.

1. Zusatz.

§. 73. Es müssen keine Altanen-Dächer gebauet werden, woferne solche nicht mit einer solchen Materie können gedecket werden, welche nicht leicht von der Feuchtigkeit angegriffen wird (§. 70.).

Anmerckung.

§. 74. Wie Altanen-Dächer zu decken, das kann in den Fürlesungen gezeiget werden.

2. Zusatz.

§. 75. Der obere Theil in einem Mansardischen Dache muß nicht allzuflach seyn, und folglich der untere Theil nicht allzu jähe aufsteigen (§. 70. 72.).

1. Anmerckung.

§. 76. Aus dem, was § 71. angemercket, wird unmittelbar folgen, daß auch von dieser Proportion keine allgemeine Regeln zu setzen, sondern daß alles nach der Beschaffenheit der Materie, womit das Dach soll gedecket werden, zu beurtheilen. Indessen haben die Fürzüge der Mansardischen Dächer zur vielfältigen Untersuchung einer vollkommenen Proportion bey gewöhnlichem Bau-Zeuge Gelegenheit gegeben. Wovon Scheibler in seiner Zimmermanns-Kunst cap. 5. und Heimburger in dem neueröfneten Bau- und Zimmer-Platz mit vielem Nutzen zu lesen. Nach meinem Urtheil verdienen des Heimburgers Gedancken einen Fürzug. Und aus dieser Ursache will solche mit kurtzen anführen.

2. Anmerckung.

Tab. I. Arch. civ. Fig. 1.

§. 77. 1) Theilet die Breite des Dachs AB in vier gleiche Theile, und mit drey Theilen beschreibet den gleichschenckelichten Triangel ABC.

2) Einen Schenckel AC theilet in sechs gleiche Theile, und durch dessen zweyten Theil von C an gerechnet, ziehet mit der unteren Breite AB eine Parallel-Linie.

3) Diese Parallel-Linie verlängert auf beyden Seiten um ein sechstheil von AC nach G und F, so könnet ihr den äusse-

ren Umriß des Daches von C nach G und F, und alsdenn von G und F nach A und B in einer geschickten Proportion beschreiben.

3. Anmerckung.

§. 78. Der Bau des Dach-Stuhls kan aus dem beurtheilet werden, was von der Festigkeit des Grundes oben ist ausgeführet worden.

Erklärung.

§. 79. Ein Gebäude wird Feuerfest genennet, wenn es also gebauet, daß man vollkommene Zeit und Sicherheit behalten kan, das in demselben angegangene Feuer zu dämpfen.

Lehr-Satz.

§. 80. Ein Feuerfestes Gebäude muß also aufgeführet werden, daß ein angegangenes Feuer könne gehindert werden, leicht um sich zu greiffen, und daß man in dem Zimmer, wo es brennet, gehen könne, ohne zu befürchten, daß es von oben oder von unten einfallen werden.

Regeln von der Festigkeit eines Gebäudes wider die Gewalt des Feuers.

Beweiß.

Sollte das erste fehlen; wie will man vollkommene Zeit gewinnen, das Feuer zu dämpffen? Ist das zweyte nicht beobachtet worden, wie kan man mit vollkommener Sicherheit in das Gebäude, wenn es brennet, gehen? Folglich erfodert ein Feuerfestes Gebäude die Beobachtung beyder Regeln (§. 79.).

1. Zusatz.

§. 81. Aus der ersten Regel folget, daß lange Seiten, welche von Materialien, die das Feuer leicht angreiffet, aufgebauet, durch Feuerfeste Mauren, in gewisse Abtheilungen müssen gebracht werden.

2. Zusatz.

§. 82. Die zweyte Regel erfodert, daß alle Decken entweder von Feuerfesten Steinen, oder von Balcken, welche dicht neben einander geleget, müssen verfertiget werden.

Er-

Erklärung.

§. 83. Eine Decke gerade von Steinen also zu machen, daß man sicher darauf gehen kan, ist unmöglich; folglich müssen solche Decken in einem Bogen geführet werden. Solche Decken werden Gewölbe genennet. Diese werden, nachdem die Bogen unterschieden, in verschiedene Arten getheilet. Hat der Bogen die Rundung von einem Circul, so wird es ein Tonnen-Gewölbe genennet. Wenn zwey Tonnen-Gewölbe übers Creutz einander schneiden, so heist es ein Creutz-Gewölbe. Ist das Gewölbe wie ein Stück von einer Kugel aufgeführet, so wird es ein Kessel-Gewölbe genennet. Wird ein Gewölbe in der Mitte platt gemacht, so heist es ein Spiegel-Gewölbe.

Lehr-Satz.

§. 84. Die Gewölber müssen auf starcken Pfeilern ruhen.

Beweiß.

Alle Ausschnitte aus Flächen, welche von Bogen eingeschlossen werden, sind oben weiter, als unten. Folglich müssen auch die Steine, woraus Gewölbe verfertiget, oben dicker als unten seyn (§. 83.). Woraus erhellet, daß sie mit groser Gewalt herunter drücken (§. 10. Mech.), aber doch nicht niederfallen können, wenn nicht die Seiten von dem Gewölbe niedersincken. Folglich erfodert die Festigkeit eines Gewölbes, daß es auf starcken Pfeilern ruhe (§. 58.). W. Z. E. W.

1. Anmerckung.

§. 85. Die Erfahrung bestätiget, daß die Gewölbe um so viel gewaltiger herunter drücken, je mehr ihre Bögen also gebauet, als wenn sie von einer Last eingedrücket worden. Daher man auch solche Bögen gedrückte Bögen nennet. Je mehr demnach das Gewölbe gedrücket, desto stärcker müssen die Unterlagen oder die Pfeiler seyn, worauf

gefes ruhet. Insgemein schreibet man, die Stärcke solcher Bögen zu finden, folgende Regeln vor.

1) Der Bogen des Gewölbes ACDB theilet in drey gleiche Theile. Tab. I. Arch. civ. Fig. 2.

2) Verlängere die Sehne des dritten Theils DB bis in E und machet EB derselben gleich.

3) Richte auf AB eine perpendicul BG, und

4) ziehe durch E auf BG eine perpendicul EF fallen. So ist EF die Dicke der Widerlage oder des Pfeilers, worauf der gewölbte Bogen ruhen soll.

Anmerckung.

§. 26. Ein Kunsterfahrner sieht hieraus eine allgemeine Regel, nach welcher in einem jeden vorkommenden Falle die Unterlage eines Gewölbes genau zu erfinden. Eine nützliche Bemühung. Je mehr ich aber dieser Sache nachdencke, je mehr werde ich geneiget zu glauben, daß die Erfindung dieser Regel unmöglich sey. Der Unterlage muß dem Drucke des Gewölbes genugsam widerstehen. Die Stärcke dieses Druckes muß bestimmet werden einmahl von der besonderen Schwere der Materialien, mit welchen das Gebäude ist gebauet worden, als denn von der Figur, nach welcher sie sich einander nähern, welche derjenige Linie zu nennen pflegt, nach welcher die Materialien fortwärts drucken. Können beyde Stücke nicht allgemein angegeben werden, so wird auch wohl die Erfindung einer Regel unmöglich werden. Es ist das beste, daß man viele Unterlagen lieber zu stark als zu schwach erfinde. Ist eine Erfindung möglich seyn, so müssen wohl die Lehrer der Baukunst wieder das beste thun.

Das 3. Capitel.

Von der Schönheit eines Gebäudes.

Erklärung.

§. 27.

Die innere Schönheit eines Gebäudes wird aus der Uebereinstimmung in der Zusammensetzung der übrigen Stücke, welche zu dem Gebäude gehören, beurtheilet (§. 14.). Alles, was in einem Gebäude für sich betrachtet zu unterscheiden, sind die Theile, die Lage

der Theile, und die Materie, woraus die Theile verfertiget. Folglich haben wir vollständigen Grund die innere Schönheit eines Gebäudes in drey Stücke zu zertheilen, nemlich in die Schönheit der Theile in die Schönheit in der Lage dieser Theile, und in die Schönheit der Materie, woraus diese Theile verfertiget.

Lehr-Satz.

Von der innern Schönheit eines Gebäudes, in Ansehung der Theile. Erste Regel.

§. 88. Die Schönheit der Theile, unter einander betrachtet, erfodert, daß man durch die Sinne erkennen könne, wie ein Theil der Materie von dem andern gewesen.

Beweis.

Die Schönheit der Theile, unter einander betrachtet, erfodert, daß man bey ihnen eine Uebereinstimmung durch die Sinne erkennen könne (§. 10.). Wenn die Theile unter einander betrachtet werden, so denket man solche nur als Dinge, welche in einem fortgehen, und also nicht bey ihnen nichts als die Gröſſe, welche ein Theil in Ansehung des andern hat, das ist, das Verhältniß gegen einander unterschieden (§. 26.). Die Materie erfodert demnach hier die Schönheit, daß man durch die Sinne erkennen könne, wie ein Theil in Ansehung des andern, das ist, wie ein Theil der Materie Stab von dem andern gewesen. W. Z. E. W.

§. 89. Je leichter durch die Sinne die Verhältniß der einen Gröſſe in Ansehung der andern zu erkennen, desto schöner ist die Verhältniß in der Baukunst. Folglich sind keine Verhältnisse vollkommen, welche nicht durch kleine Zahlen können ausgedrücket werden. Also sind die besten Verhältnisse 1 : 1, 1 : 2, 2 : 3, 3 : 4 u. s. weiter.

§. 90. Es wollen zwar einige auch diese Verhältnisse

3:4, 4:5 und so weiter: Ferner 3:5, 5:7, 7:9 und so weiter unter die vollkommenen Verhältnisse in der Bau-Kunst setzen. Es giebt mir aber der Begriff von der Schönheit Bewegungs-Gründe, solche Verhältnisse unter diejenigen zu setzen, welche nur aus Noth zu erwehlen.

Aufgabe.

§. 91. In jedem vorkommenden Fall eine geschickte Verhältniß zu erwehlen.

Auflösung.

1) Weil die Grösse der Theile in einem Gebäude mit ihren Absichten übereinstimmen muß (§. 4.), so können wir aus Erwegung derselben urtheilen, ob bey einem vorkommenden Theil die Breite gröſſer, als die Höhe, oder die Höhe gröſſer seyn müsse, als die Breite.

2) Wenn dieses festgesetzet, so nehmet die kleinere Abmessung nach der Absicht des vorkommenden Theils zum Maaßstab, und messet damit die Höhe, welche der Theil vermöge seiner wesentlichen Absicht haben muß, so werdet ihr leicht von beyden etwas abnehmen, oder auch zu beyden etwas hinzusetzen können, bis eine geschickte Verhältniß der Breite zur Höhe erfunden worden.

Anmerckung.

§. 92. Z. E. Die Absicht der Fenster erfodert, daß ihre Höhe gröſſer, als die Breite (§. 29.). Nehmet demnach zur Breite 4 Schuh, und zur Höhe 8. Schuh, und urtheilet nach Beschaffenheit des Zimmers, ob diese Höhe hinreichend. Wo nicht, so nehmet zur Höhe 12. Schuh. Wäre dieses zu hoch, so ist nöthig, daß die Breite des Fensters vermehret werde. Dahero nehmet zur Breite 5. Schuh und zur Höhe 10. Schuh, und so weiter; so werdet ihr endlich in jedem vorkommenden Fall eine geschickte Verhältniß der Breite zur Höhe der Fenster bestimmen können. Auf gleiche Art verfahret bey den Thüren, und übrigen Theilen eines Gebäudes.

Lehr-Satz.

§. 93. In einem Gebäude müssen alle Theile zweyerley Art, welche auf einmahl können über-

Zweyte Regel.

sehen werden, und welche in einem Geschoß liegen, und die einerlei besondere Abtheilungen gleich groß seyn.

Beweiß.

So bald wir ein Gebäude ansehen, so vergleichen wir mit einander alle Theile, welche von einerley Art, welche wir auf einmahl übersehen können, und welche in einem Geschoß liegen. Und also erfodert die Schönheit, daß wir so gleich durch die Sinne erkennen können, wie ein Theil von diesen der Maaß-Stab von den übrigen gewesen (§. 88.). Da nun dieses unmöglich, wenn nicht alle diese Theile gleich groß; so erfodert die Schönheit eines Gebäudes die Gleichheit dieser Theile. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 94. Eine Wand kan von aussen auf einmahl übersehen werden. Alle Thüren, welche in einem Zimmer sich befinden, können wir in dem Zimmer auf einmahl übersehen, und so weiter. Also erfodert, daß vermöge der Schönheit eines Gebäudes eine Gleichheit zu beobachten unter den Fenstern, welche in einem Geschoß, in einer Wand sind, daß eine Gleichheit zu beobachten sey den Thüren, welche in einem Zimmer sind, und so weiter.

Dritte Regel.

Lehr-Satz.

§. 95. Die Breite, Länge und Höhe eines Zimmers müssen in einer Proportion stehen, wenn unter diesen Theilen eine vollkommene Schönheit seyn soll.

Beweiß.

Die Schönheit eines Zimmers erfodert, daß man so gleich durch die Sinne erkennen könne, ob die Breite der Maaß-Stab von der Länge und Höhe, oder ob die Länge den Maaß-Stab von der Breite und Höhe, oder ob die Höhe der Maaß-Stab von der Länge und Breite (§. 88.). Soll demnach ein Zimmer eine vollkom-

sammene Schönheit haben, so müssen diese drey Theile in einer Proportion stehen (§. 42. 46. 48 A. M.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 96. Eine Proportion ist entweder eine arithmetische oder geometrische (§. 122. A. M.). Also erfodert die Schönheit eines Zimmers, daß die Länge, Breite und Höhe entweder in einer arithmetischen, oder in einer geometrischen Proportion gesetzet werde (§. 95). Die geometrische wird in den meisten Fällen die Theile zu groß machen; folglich ist nöthig, daß in den meisten Fällen eine arithmetische Proportion erwehlet werde.

Anmerckung.

§. 97. Es kan demnach ein vollkommener Bau der Zimmer aus folgenden Regeln beurtheilet werden.

Die Breite verhält sich zur Höhe, wie die Höhe zur Länge.

Die Höhe verhält sich zur Breite, wie die Breite zur Länge.

Doch ist auch hier zu mercken, was §. 91. und 92. erinnert worden.

Erklärung.

Von der inneren Schönheit eines Gebäudes in Ansehung der Lage der Theile.

§. 98. Durch die Ordnung verstehen wir nichts anders, als die Aehnlichkeit in dem Grunde, wodurch verschiedene Dinge mit einander verknüpffet worden. Kan diese Aehnlichkeit so gleich durch die Sinne wahrgenommen werden, so wird die Ordnung die Eurithmie oder die Symmetrie genennet.

Lehr-Satz.

Erste Regel.

§. 99. Die Schönheit in der Lage der Theile ist die Symmetrie.

Beweiß.

In der Lage der Theile ist eine Schönheit, wenn man so gleich durch die Sinne eine Uebereinstimmung wahrnehmen erkennen kan (§. 10.). Soll in der Lage verschiedener Dinge eine Uebereinstimmung seyn, so muß in dem Grunde, wodurch sie mit einander verknüpf-

knüpffet sind, eine Aehnlichkeit liegen. Und also ist in der Lage der Theile eine Schönheit, wenn so gleich durch die Sinne eine Aehnlichkeit in dem Grunde, wornach die verschiedenen Theile verknüpffet, wahrzunehmen. Das ist, die Schönheit in der Lage der Theile bestehet in der Symmetrie (§. 98.). W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 100. Die Lage der Theile wird entweder in die Breite, oder in die Höhe beurtheilet. Ist das letzte, so ist der besondere Grund von ihrer Verknüpffung in den Regeln der Festigkeit zu suchen. Ist das erste, so ist in der Lage nichts zu unterscheiden, als die Stellung der Theile neben einander. Und also erfodert die Schönheit in der Lage der Theile oder die Symmetrie die Beobachtung folgender Regeln.

1) Wenn verschiedene Theile übereinander gesetzet werden, so muß der stärckste Theil unten stehen (§. 46. 98.).

2) Alle Theile von verschiedener Art müssen in einer ähnlichen Abwechselung mit den Theilen von einerley Art verknüpffet werden (§. 98.).

2. Zusatz.

§. 101. Aus dem letzten folget, daß die Fenster einer Wand wenn sie von einerley besonderen Art sind, also abwechseln müssen, daß ihre Zwischen-Räume einander gleich. Daß die Haupt-Thüren in einem Gebäude, und die Thüren in einem Zimmer also stehen müssen, daß sie gleiche Abtheilungen von der Wand machen, und so weiter.

Lehr-Satz.

Zweyte Regel.

§. 102. Die Schönheit in der Lage der Theile erfodert, daß diejenigen Theile, welche über einander hervorragen, durch kleine Zwischen-Theile in

in einer Symmetrie also mit einander verbunden werden, daß man den Winckel nicht wahrnehmen kann.

Beweis.

Die Schönheit in der Lage der Theile erfodert, daß die Theile, so über einander liegen, nach den Regeln der Festigkeit mit einander verknüpffet werden (§. 100). Theile, welche also über einander liegen, daß der eine über den andern hervorraget, erregen viel leichter einen Gedancken von der Festigkeit, wenn sie aus einem Stücke gemacht, als wenn sie aus vielen zusammengefüget werden. Folglich erfodert die Schönheit in der Lage der Theile über einander eine solche Verbindung, bey welcher der sinnliche Anblick die Gedancken erreget, als wenn diese Theile aus einem Stücke verfertiget wären. Kan durch die Sinne der Winckel wahrgenommen werden, so wird der sinnliche Anblick diese Gedancken niemahls erregen können. Es erfodert demnach die Schönheit in der Lage der Theile, daß diese Winckel durch Zwischen-Theile bedecket werden. Diese gehen entweder in einem fort, oder es sind verschiedene kleine Theile, die in eine Ordnung also durch die Sinne wahrzunehmen zusammen gefüget. Das letzte giebt eine grössere Schönheit, als das erste (§. 99, 98.). Demnach muß man sich einer solchen Verknüpffung der Theile befleißen. W. B. E. W.

Erklärung.

Dieses ist der Grund von den Gliedern in der Baukunst, als welche kleine Theile, wodurch grosse Theile also mit einander verknüpffet werden, daß der sinnliche Anblick die Gedancken erregen kann, als wenn sie aus einem Stücke gemacht.

Zusatz.

§. 104. Wenn demnach verschiedene Theile zusammengefüget werden, so erfodert die Schönheit in der

der Lage der Theile, daß wir diese in dem Ort der Zusammenfügung durch kleine Glieder nach den Regeln der Symmetrie mit einander verknüpffen (§. 102. 103.).

Erklärung.

Tab. I. Arch. civ.

§. 105. Damit die Glieder bequem können gezeichnet werden, so hat man sich solche angenommen, welche sich durch Zirckel und Lineal zeichnen lassen. Derer giebt es nur zwo Arten von Gliedern, nemlich platte und krumme; und diese sind entweder erhaben oder hohl, oder halb erhaben und halb hohl. Ich will diese kürtzlich beschreiben, die Art aber, solche zu zeichnen, wird ein jeder aus der Beschreibung und Figuren, ohne fernerers Erinnern erkennen können. Platten Glieder werden, wenn sie groß sind, Bänder, und wenn sie klein, Riem-Leisten genennet. Fig. 3. Erhabene Glieder, wenn die äussere Peripherie ein halber Circul, werden Stäbe genennet, wenn sie klein, und Pfähle, wenn sie groß Fig. 4. 5. Ist die äussere Peripherie von den erhabenen Gliedern weniger, als ein halber Circul, so heissen sie Wülste Fig. 6. Wenn die äussere Peripherie von einem hohlen Gliede ein halber Circul, so heißt es eine Hohl-Kehle, Fig. 7. Ist sie weniger, als ein halber Circul, so stehet entweder die Ausladung oben, oder unten. Ist dieses, so heißt das Glied eine Einziehung, einige nennen auch die kleine Hohl-Kehle Fig. 8; stehet aber die Ausladung oben, so wird es ein Hohl-Leisten genennet Fig. 9. Die Einziehung, wird auch ein Anlauff, und der Hohl-Leisten ein Ablauff genennet. Wird die Peripherie des Gliedes also bestimmet, daß der oberste Theil ein Hohl-Leisten, und der untere ein Wulst, so heist des Glied ein grosser Karnieß oder ein Rinn-Leisten Fig. 10. Ist aber der obere Theil ein Wulst, und der untere ein Hohl-Leisten, so heist das Glied ein verkehrter Karnieß,

nieß oder ein Rehl-Kißen Fig. 11. Wenn ein Pfuhl also gezeichnet wird, als wenn er von einer Last wäre eingedrucket worden, wie Fig. 12, so heißt er ein gedruckter Pfuhl.

Lehr-Satz.

§. 106. Einerley Glieder unmittelbar über einander setzen, ist wider die Schönheit.

Beweiß.

Die Schönheit erfodert, daß die Glieder nach den Regeln der Symmetrie verbunden werden (§. 104.), folglich, daß man durch die Sinne die Aehnlichkeit in dem Grunde der Verbindung dieser Glieder erkennen kann (§. 98.). Und also erfodert die Schönheit, daß die Glieder also mit einander verknüpffet werden, daß man durch die Sinne ihren Unterschied erkennen könne. Wie ist dieses möglich, wenn Glieder von einerley Art unmittelbar übereinander sollten gesetzet werden? Es ist demnach eine solche Verknüpffung der Glieder wider die Schönheit. W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 107. Hieraus erhellet, daß grosse Glieder durch kleine, welche von einer andern Art, folglich platte Glieder durch runde, und runde Glieder durch Plättlein zu unterscheiden.

Lehr-Satz.

§. 108. Die Schönheit erfodert, daß zu der Verbindung grosser Theile solche Glieder erwehlet werden, deren Anblick keine Gedancken von einer Schwäche erregen kan.

Beweiß.

Das Gegentheil wider die Schönheit, solches erhellet unmittelbar aus dem §. 100.

Zusatz.

§. 109. Folglich müssen die Glieder, welche einen Grund abgeben, oder etwas tragen sollen, grosse Flächen seyn (§. 103.).

Lehr-Satz.

Regel von der inneren Schönheit der Materie.

§. 110. Die Schönheit in der Materie, woraus etwas verfertiget erfodert, daß deren Anblick in uns die Gedancken von ihrer Festigkeit erregen könne.

Beweis.

Die Vollkommenheit einer Materie, so fern sie durch die Empfindung erkannt wird, bestehet in der Dauerhaftigkeit. Weil nun diese durch die Empfindung der Gedancken von der Festigkeit der Materie erreget werden, so haben wir genugsamen Grund die Materie schön zu nennen (§. 110.). W. Z. E. W.

Zusatz.

§. 111. Je fester eine Materie, desto schöner kann sie polieret werden. Folglich gehöret hieher die Schönheit der Materie (§. 110.).

Lehr-Satz.

Regel von der äusserlichen Schönheit eines Gebäudes.

§. 112. Alle äusserliche Schönheiten oder alle Zierathen, welche bey einem Theil eines Gebäudes angewendet werden, müssen ein Zeichen von dessen innerlichen Schönheit seyn.

Beweis.

Alle äusserliche Schönheiten müssen mit den innerlichen übereinstimmen (§. 15.). Folglich muß der Anblick von den äusserlichen Schönheiten einen Begriff von den innerlichen erregen können. Das ist, sie müssen Zeichen seyn von den innerlichen Schönheiten desjenigen Theils, mit welchen sie verknüpfet. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 113. Je gröſſer demnach die innerliche Schönheit eines Theils in einem Gebäude, deſto gröſſer können auch deſſen äuſſerliche Schönheiten ſeyn.

2. Zusatz.

§. 114. Erhellet ferner, daß es ungereimt, wenn Zierathen, welche Zeichen von einer Zärtlichkeit, bey ſolchen Theilen gebrauchet werden, welche nicht ſtarck ſeyn müſſen; und wenn mit ſolchen Theilen, welche vermöge ihrer Abſicht zärtlich ſeyn müſſen, Zierathen verknüpffet werden, welche ein Zeichen von einer vollkommenen Stärcke.

Erklärung.

§. 115. Wenn verſchiedene Glieder über einander mit einander verknüpffet worden, ſo nennet man dieſe Verknüpffung ein Geſimſe. Durch die Ordnung verſtehet man in der Bau-Kunſt eine Säule, welche nach einer gewiſſen Proportion verfertiget, und ſo wohl unten, als oben, nach einer beſtimmeter Proportion mit Geſimſen gezieret iſt.

Anmerckung.

§. 116. Daher wird geſaget, daß ein Gebäude nach dieſer oder jener Ordnung angegeben ſey, wenn deſſen Höhe und die darin befindliche Gänge, nach dem Maaß einer erwehlten Ordnung, geſchickt proportionirt worden.

1. Zusatz.

§. 117. Der Unterſchied aller Ordnungen iſt aus der Verhältniß der Dicke der Säule zu deren Höhe, aus der Beſchaffenheit der Geſimſe und aus der Proportion der Glieder in den Geſimſen zu beurtheilen.

2. Zusatz.

§. 118. In einer ſtarcken Ordnung muß die Dicke nicht ſo vielmahl in der Höhe enthalten ſeyn, als in einer zärtlichen Ordnung (§. 58).

3. Zusatz.

§. 119. Die Glieder in den Gesimsen der Ordnung und deren Verhältniß müssen mit der Gröse der Ordnung übereinstimmen (§. 114.).

Erklärung.

§. 120. Der Maaß-Stab, wornach die Proportion in den Ordnungen zu bestimmen, wird der Model genennet, und dieser ist der halbe Diameter der Säule.

Erklärung.

§. 121. Es ist ungereimt, eine Säule zu gebrauchen, auf welcher keine Last ruhet (§. 56.). Und die Schönheit eines Gebäudes erfodert, daß die Stärcke der Säule der Last, welche sie tragen soll, proportionirlich (§. 19. 10.). Dieses ist der Grund, warum die Säulen in starcke, mittelmäßige und zarte abgetheilet worden. Unter den starcken ist die stärckste die Toscanische, in welcher der Schafft 14 Model, und die schwächste die Dorische, bey welcher der Schafft 16 Model. Unter den mittelmäßigen ist die stärckste die Jonische, deren Schafft 18 Model; und die schwächste die Deutsche, welche Sturm erfunden, und uns in der vollständigen Anweisung alle Arten von mittelmäßigen Bauche-Gebäuden, nach gewissen Regeln zu erfinden, umständlich beschrieben hat. Unter den zarten ist die erste die Römische, deren Schafft 20 Model; und die zarteste die Corinthische Ordnung, deren Schafft gleichfals 20 Model.

Anmerckung.

§. 122. Die Toscanische, Dorische, Jonische, Corinthische und Römische Ordnung sind mit allen Theilen Tab. II. Arch. civ. also gezeichnet worden, daß man daraus die Art, solche zu zeichnen, ohne ferneres Erinnern wird begreifen können, wenn nur alle Theile umständlich gemessen worden. Aus dieser Absicht muß die folgende Tabelle [illegible] werden.

werden. Von der deutschen Ordnung kan Sturm nachgelesen werden.

Erklärung.

§. 125. Das untere Gesimse, in dem Schafft der Säule, heist das Schafft-Gesimse; und das obere das Capital.

Zusatz.

§. 124. Das unterste Glied in dem Schafft-Gesimse, und das oberste in dem Capital muß eine Platte seyn (§. 109.); deren Grösse nach der Stärcke der Ordnung zu proportioniren (§. 119.).

Erklärung.

§. 125. Diese fünff Ordnungen, wenn wir allein den Schafft betrachten, werden unterschieden 1) durch die Verhältniß der Dicke zur Höhe. Siehe §. 121. 2) Durch die Ordnung der Glieder in dem Schafft-Gesimse, welche sich nach der Absicht der Säule richten muß (§. 119.). Diese kan aus der Tab. II. Arch. civ. ihre fernere Erklärung verstanden werden. 3) Durch die Bereicherung der Capitale. In der Toscanischen und Dorischen Ordnung, hat das Capital nur eine Zusammenfügung verschiedener Glieder, welche aus der Figur zu erkennen. In der Jonischen wird das Capital mit 8 Schnecken gezieret. Das Capital in der Corinthischen Ordnung hat drey Reihen Blätter und 16 Schnecken. Endlich das Capital in der Römischen Ordnung, hat zwey Reihen Blätter und 8. Schnecken.

Anmerckung.

§. 126. Wie die Schnecken und Blätter in den Capitalen zu zeichnen, solches will in den Fürlesungen zeigen. Man wird ferner aus dieser Erklärung leicht begreiffen können, wie Serlio auf die deutsche Ordnung gefallen, indem er das Capital mit einer Reihe Blätter und 8 Schnecken gezieret.

Erklärung.

§. 127. Die Last, welche von einer Ordnung oder Säule soll getragen werden, wird das Gebälcke genennet. Dieses wird in drey Theile getheilet, in den Architrab oder Unter-Balcken, welcher einen Balcken vorstellet, welcher nach der Breite des Hauses gelegen ist; in den Frieß oder den Borten, welcher der mittlere Theil des Gebälckes, in welchen die Balcken-Köpffe gelegt werden; und in den Karnieß oder Kranz, welcher der obere Theil des Gebälckes, und eine Bedeckung des Gebäudes vorstellet.

Zusatz.

§. 128. Aus dem, was diese Theile des Gebälckes vorstellen sollen, wenn es mit dem, was von der Stärcke der Ordnung §. 118. f. ausgeführet, verknüpfft wird, kan das Wesentliche in der Einrichtung solcher Theile leicht beurtheilet werden, z. E.

1) Das unterste Glied in dem Architrab muß keine Ausladung über den Schafft bekommen (§. 78.).

2) Der Architrab muß bey den beyden letzten Ordnungen stärcker seyn, als bey den übrigen (§. 119.).

3) In dem Frieß müssen die Balcken-Köpffe liegen seyn, welche sich in ihrer Stärcke nach der Stärcke der Ordnung richten sollen.

4) Der Karnieß muß eine Ausladung über den Schafft bekommen (§. 66.), und so weiter.

Anmerckung.

§. 129. Die Verhältniß dieser Theile in jeder Ordnung zeiget Tab. II. Arch. IV.

Erklärung.

§. 130. In dem Frieß werden die Balcken-Köpffe gelegt. Die Glieder, welche die Balcken-Köpffe vorstellen, werden offtmahls mit drey Schlitzen, nemlich mit zwey gantzen und zwey halben gezieret, und

…ter der Dorischen Ordnung, und alsdenn werden …ie Triglyphen oder Drey-Schlitze gemacht. … welchen Sturm … Abtheilung alle Arten von …nen Pracht-Gebäuden anzugeben. Tab. I. …ndlich gehandelt …

Zusatz.

§. 131. Indem nun die Triglyphen Balcken-Köpfe vorstellen, welche auf der Säule ruhen, so folget, …

1) Daß ihre Mitte durch die Mitte der Säule …

2) Daß in keinem Ort eine Triglyphe angebracht werden …gen, wo kein Balcken-Kopf kan angebracht werden …

3) Daß in einer Triglyphe die Breite ihrer … Verhältniß haben müsse, welche in einem … Balcken-Kopf zu finden, z. E. 2 : 3 oder 3 : … weite.

Erklärung.

§. 132. Der Karnieß soll die Bedeckung des Ge… vor Augen stellen. Hinten in dem Da… sollen die Köpffe der Dach-Sparren gesetzt wer… …gen, kommen auch in dem Karnieß Glieder … welche die Köpffe der Dach-Sparren … Dieses sind die Zwang-Steine. Siehe … den Karnieß in der Corinthischen Ordnung, und … in der angeführten … Anweisung.

Zusatz.

… Erklärung.

§. 134. Endlich pflegte man auch zur Auszierung in … Karnieß-Stücke des Karnieß-Gesimses … Ker… einzuschneiden, … die … Stücke

Stücke wie Zähne aus sehen; diese werden Zahnschnitte genennet.

Erklärung.

§. 135. Soll die Säule erhöhet werden, und ist kein ander Mittel vorhanden; so setzet man auf einen Würffel, der unten und oben hin Gesimse hat, gesetzet, wie hier A D, und dieser heißt das Postament. Dieses hat demnach drey Theile, das unterste Gesimse, welches den Grund-Stein vorstellet, auf welchem der Würffel stehet, und das Fuß-Gesimse genennet wird; das oberste Gesimse, welches den Deckel vorstellet, der auf den Würffel geleget wird, um die Säule zu tragen, welches das Postement-Gesimse; und endlich den Würffel selbst. Es kan auch nach Beschaffenheit der Umstände ein Postement oder Säulen-Stuhl über das Gebälcke gesetzet werden. Siehe Goldmann in der Anweisung zur Bau-Kunst.

Zusatz.

§. 136. Diese Absichte der Theile bestimmet unmittelbar die Beschaffenheit ihrer Glieder. Z. E. das Fuß- und Postement-Gesimse müssen eine Ausladung über den Würffel haben. (§. 66.) Das unterste Glied in dem Fuß-Gesimse muß eine Platte seyn (§. 109.), und so weiter.

§. 137. Soll ein Körper feste stehen, so muß er eine breite Grund-Fläche haben (§. 29 Mech.). Dieses suchet, daß man den Schafft oben schwächer machet, als unten. Diese Abnehmung der Stärcke des Schaffts wird die Verjüngung der Säule oder die Einziehung genennet.

Zusatz.

§. 138. Je geringer die Last, welche von der Säule getragen werden kan, desto mehr kan der Schafft verjünget werden (§. 59.).

(§. 59.). Folglich kan die Ionische, Corinthische und Römische Ordnung mehr verjünget werden, als die Toscanische und Dorische (§. 122.). Die Verjüngung bey der stärcksten Säule ist ⅓ von der Dicke der Säule.

Aufgabe.

§. 139. Den Schafft einer Säule geschickt zu verjüngen.

Auflösung.

1) Theilet die Säule von den stärcksten, so theilet ihren Schafft in drey gleiche Theile, und den untersten dritten Theil lasst von gleicher Dicke. Tab. III. Fig. 1. Arch. civil.

2) Auf diesen dritten Theil der Säule beschreibet aus dem Mittel-Punct C mit dem Diametro der Säule AB einen halben Circul.

3) Die obersten zwey Theile der Säule DC theilet in so viel gleiche Theile, als gefällig, und ziehet aus dem oberen Ende des verjüngten Schaffres D mit der Axe DC eine Parallel-Linie bis auf den halben Circul.

4) Theilet diesen halben Circul in so viel gleiche Theile, als in welche die Axe der Säule getheilet worden. Auf jedem Punct machet Perpendicul-Linien, und ziehet sie an diese aus den Theilungs-Puncten DC gerade Linien, welche mit AB parallel.

5) Wenn ihr nun durch diese Puncte AFGE eine krumme Linie ziehet, so ist dadurch die Säule geschickt verjünget worden.

6) Wollt ihr eine von den obersten Säulen verjüngen, so wird sich dieses durch des Nicomedis Muschel-Linie am bequemsten ausführen lassen. Ich halte aber dafür, daß es für Anfänger zu weitläuftig, wenn auch dieses umständlich beschreiben wollte. Daher will diejenigen, welche sich in diesem Zeichnen üben wollen, zu Sturms deutscher Uebersetzung des Daviler pag. 118. verweisen.

Anmerkung.

§. 140. Wie eine jede Ordnung zu ſtellen, ſolches ſoll, um unnöthige Weitläuffigkeiten zu vermeiden, in denen folgenden gezeiget werden.

Aufgabe.

§. 141. Es wird die Höhe gegeben, wohin eine Ordnung kommen ſoll, man ſoll in dieſe Höhe die Ordnung proportionirlich bringen.

Auflöſung.

1) Soll die Säule ein Poſtement haben, ſo theilet die Höhe in 19 gleiche Theile; nehmet hiervon 4 Theile vor das Poſtement, 3 Theile vor das Gebälcke, und 12 Theile vor den Schafft: ſo könnet ihr den Modul und alſo auch die Proportion der übrigen Glieder beſtimmen (§. 120. ſ.).

2) Soll die Säule kein Poſtement haben, ſo theilet die Höhe in 5 gleiche Theile, und nehmet einen Theil vor das Gebälcke, und 4 Theile vor den Schafft, und alsdenn verfahret wie zuvor.

Das 4. Capitel.

Von dem

Grund-Riß und Auf-Riß eines Gebäudes.

Erklärung.

§. 142.

Weil in einem Grund-Riß die Lage und Proportion aller Theile, welche in einem Geſchoß eines Gebäudes zu finden, alſo beſchrieben werden, daß auf der Fläche des Bodens, worauf das Gebäude geführet, die Räume beſtimmen; ſo iſt nöthig, daß verſchiedene Kenn-Zeichen geſetzet werden, wodurch die Theile zu erkennen, und von Theilen einer andern Art zu unterſcheiden. Zu dieſem Ende will die Kenn-Zeiche

so, wie sie gewöhnlich, anzudeuten. Was in einem Grund-Riß schattiret, bedeutet Mauer-Werck und Wände; was dazwischen noch schwärtzer schattiret ist, bemercket die Fenster oder andere Oeffnungen in denen Wänden, die nicht, wie die Thüren bis an den Fuß-Boden gehen. Was ganz weiß oder offen gelassen, bedeutet Thüren oder andere Oeffnungen in den Wänden, die bis an den Fuß-Boden gehen. Wird in der Wand eine Vertiefung gelassen, so bedeutet diese ein blindes Fenster oder eine blinde Thüre. Circul oder Vierecke, welche mit den Wänden gleiche Schattirung haben und besonders stehen, zeigen freystehende Säulen oder Pfeiler an: wo aber eben dergleichen an den Wänden befindlich, und mit einem Theil in selbige hineingerücket sind, so bedeuten solche Wand-Säulen und Wand-Pfeiler. Ganz schwartze Vierecke oder auch ovale Flächen sind Kenn-Zeichen von Ofen-Steinen und Feuer-Mauern. Haben solche dunckele Flächen einen Zäpffen, so sind sie Zeichen von heimlichen Gemächern. Punctirte Linien bedeuten gewölbte Bogen. Die Treppen werden durch Parallel-Linien vorgestellet, welche so weit von einander entfernet, als die Breite der Stuffen ist, welche durch die Höhe bestimmet wird. Wenn zwischen zwo Treppen ein Ruhe-Platz befindlich, so wird selbiger durch einen viereckigt dar gelassenen Raum angezeiget. Befinden sich zur Seiten der Treppen Geländer mit Geländer-Docken, so werden selbige mit zweyen längs der Treppen parallel gezogenen Linien bemercket, zwischen welchen kleine viereckigte oder runde ausgefüllte Flächen befindlich, nachdem die Docken rund oder eckicht sind. Wenn an den schmalen Ecken eines Viereckes halbe Circul beschrieben sind, so bedeuten solche Oefen oder Feuer-Herde. Camine werden durch kurtze aus der Wand hervorragende schwache Pfeiler angemercket.

Aufgabe.

§. 143. Einen Grund-Riß von einem Gebäude, welches auf einem bestimmeten Platz aufzuführen, zu zeichnen.

Auflösung.

1) Den Platz, worauf das Gebäude zu führen, leget nach den Regeln der Geometrie in Grund.

2) Aus der Absicht des Gebäudes bestimmet die Vielheit der Geschösse, welche das Gebäude haben soll.

3) Aus einer deutlichen Vorstellung der Absicht folget die Anzahl und Beschaffenheit derjenigen Zimmer, welche in einem jeden Geschoß zu bauen.

4) Nach den Gesetzen der Bequemlichkeit eines Gebäudes bestimmet ihre Lage, und nach den Gesetzen der Schönheit die Proportion und Lage aller Theile.

5) Den Raum, welchen ein jeder Theil auf der Fläche einnehmen wird, zeichnet durch Hülffe des Maß-Stabes, wornach der Platz in Grund geleget, auf die gezeichnete Figur mit den zuvor beschriebenen Kenn-Zeichen; so ist der Grund-Riß von dem verlangten Gebäude verfertiget.

1. Anmerckung.

§. 144. Damit ich meine Zuhörer im Stande setzen kan, diese Auflösung im vorkommenden Fall zur Ausübung zu bringen, so habe Tab. III. und IV. die Grund-Risse zu einem Gebäude gezeichnet, welches von dem Herrn Karl Penther in dem Bau-Anschlag Tab. I. angegeben worden. Ich habe Bedencken getragen, ein Fürstliches Gebäude zu erwehlen, weil man in der Uebung von dem leichtern anfangen muß. Indessen hoffe nicht zu viel zu schreiben, wenn behaupte, daß derjenige, der meine Lehr-Sätze von der Bau-Kunst gefasset hat, in Stande seyn muß, alle Gebäude, welche Sie unter allen Marcken angegeben, zu beurtheilen. Wer aber im Stande ist, diese zu beurtheilen, der wird auch nach seinem Gefallen Gebäude von allerley Art angeben können.

2. Anmerckung.

§. 145. Fig. 2. Tab. III. ist der Grund-Riß in dem ersten, und Tab. IV. der Grund-Riß in dem andern Geschoß. Die

Buch-

Buchstaben habe in den Theilen des Gebäudes aus der Ursache gesetzet, damit ich den Fürliefangen zeigen könne, wie ein solches Gebäude nach den Regeln, welche §. 143. angegeben, zu finden.

Erklärung.

§. 144. Durch den Auf-Riß verstehet man einen sothanen Fürsatz eines Gebäudes, darin die eine Seite also vorgestellet wird, wie sie sich dem Auge darstellet. Orthographia.

Zusatz.

§. 147. Man siehet demnach in einem Auf-Riß die Zahl und Höhe der Geschosse, die Breite und Höhe der Thüren, die Brust-Höhen der Fenster, die Breiten und Höhen der Fenster, das Dach mit seinem Gesimse, die Feuer-Mauern über dem Dach, die äusserlichen Zierathen des Gebäudes, und so weiter.

Aufgabe.

§. 148. Einen Auf-Riß von einem Gebäude, dessen Grund-Riß verfertiget worden, zu zeichnen.

Auflösung.

1) Nehmet aus dem Grund-Riß des untersten Geschosses diejenige Seite, welche ihr dem Auge darstellen wollet, als in unserm Fall die Seite I.

2) Auf den beyden äussersten Theilen dieser Seite traget nach dem gegebenen Maas-Stab die Höhe des Geschosses, welche so wohl durch die Absicht des Gebäudes, als auch durch die Gesetze von der Gebäulichkeit mit zu bestimmen.

3) Diese Höhe richtet ferner auf allen äussersten Puncten der Thüren und Fenster.

4) Auf diese schneidet ab die Höhen der Thüren, die Brust-Höhen der Fenster, und aus diesen Bänden die Höhen der Fenster, welche nach den Regeln der Schönheit zu bestimmen.

5) Ziehet durch diese Puncten Parallel-Linien mit der Grund-Linie des Gebäudes.

6) Gebet allen Säulen, Balcken, Riegeln, Bänderen und Schnallen diejenige Stärcke, welche die Gesetze der Festigkeit erfodern. So habt ihr den Auf-Riß von dem ersten Geschosse.

7) Traget auf diesen Auf-Riß des ersten Geschosses die Seite aus dem andern Geschosse, und verfahret wie zuvor, so könnet ihr den gantzen Auf-Riß verfertigen.

8) Wollet ihr die Gesimse und andere äusserliche Zierrathen in dieser Seite des Gebäudes zeichnen, so vergleichet die Absicht des Gebäudes mit den Absichten der Ordnungen. Diese Vergleichung wird diejenige Ordnung darstellen, welche sich bey dem gegenwärtigen Gebäude schicket, und also auch die Regeln zeigen, wornach die Gesimse und andere Zierrathen zu verfertigen.

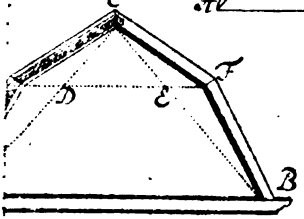
I. Anmerckung.

§. 149. Tab. V. stellet den Auf-Riß von demjenigen Gebäude dar, dessen Grund-Riß zuvor verfertiget worden. In den Fürlesungen werde ich auch diesen Auf-Riß nach meinen Regeln zu verfertigen, die Regeln aber von den Auf-Rissen selbsten werden, was Sturm in dem verlangten Gebäude abgehandelt.

II. Anmerckung.

§. 150. Dieß ist der kurtze Entwurf der bürgerlichen Baukunst. Habet ihr diese Regeln begriffen, so beurtheilet nach denselben die Gebäude, welche Serlio, Vignole und viele andere berühmte Bau-Meister so wohl in ihren Schrifften beschrieben, als auch in verschiedenen einzelnen Kupffer-Stichen, die in grosser Menge bey den Bilder-Händlern vorhanden, dem Auge dargestellet haben; so werdet ihr nicht nur gestehen, daß meine Regeln vollständig und allgemein, sondern ihr werdet auch erfahren, daß ihr durch diesen Weg zu leichter Weise eine gantz andere Fertigkeit in den Bau-Kunst erhalten, als durch Lesung grosser Wercke hätte geschehen können. Wer im Gebrauch der Zeichen bey Erfindung der Warheiten verfahren wird an der Richtigkeit meiner Gedancken nicht zweifeln. Nichtsdestoweniger müssen dieselben zuweilen eingeschränckt werden, wenn es erlaubt gewesen, die Grentzen der andern Gelahrtheit einer Wissenschafft zu überschreiten.

Fig. 1.



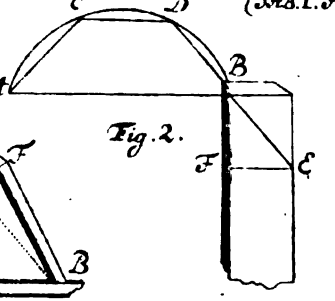


Fig. 2.

Fig. 3.

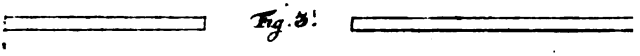


Fig. 4.

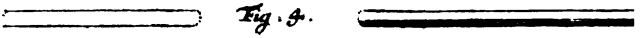


Fig. 5.

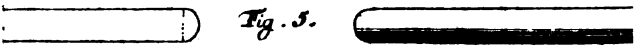


Fig. 8.

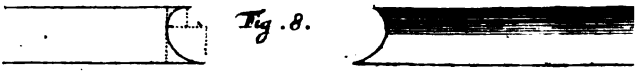


Fig. 6.

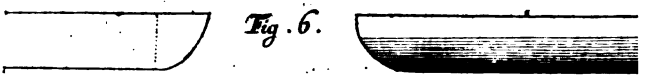


Fig. 7.

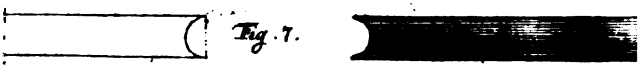


Fig. 9.

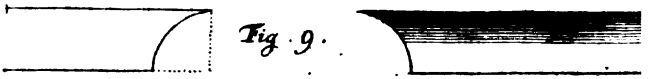


Fig. 10

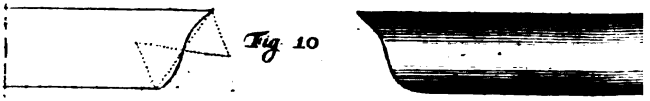


Fig. 11.

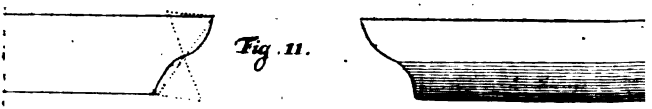
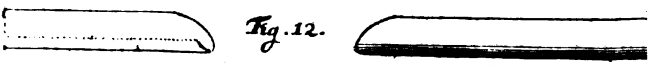
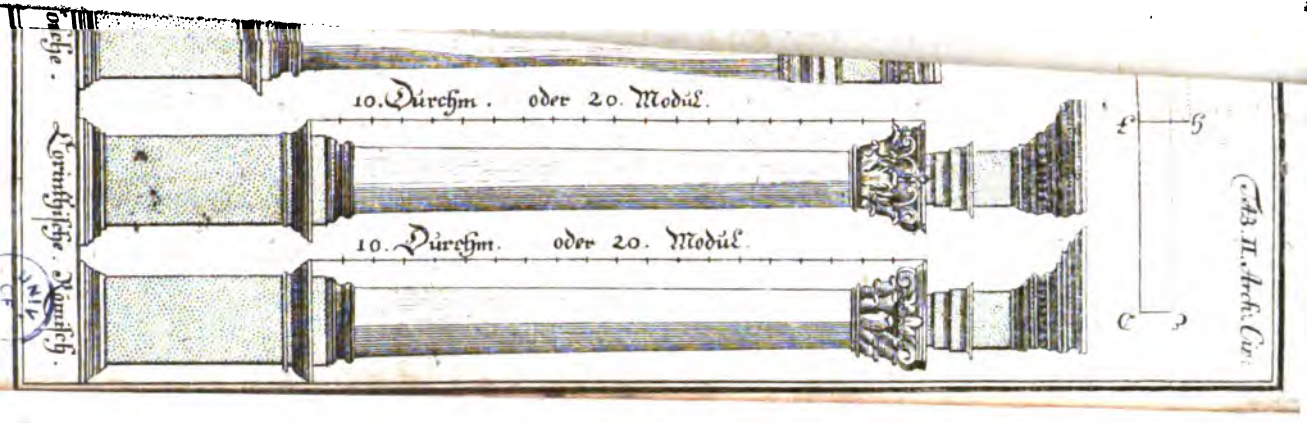


Fig. 12.



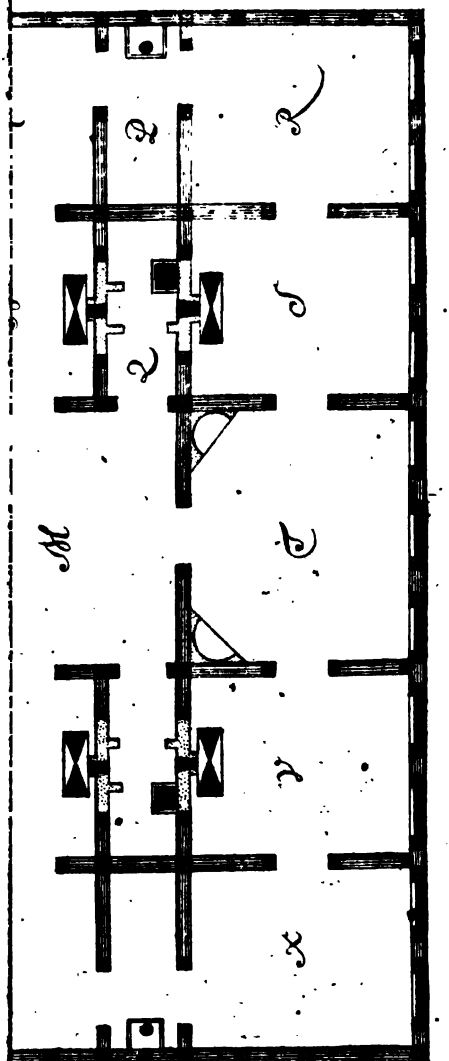
UNIV. OF ILLINOIS



Tab. II. Arch. Civ.

Dorische. Corinthische. Römisch.

UNIV. OF MICH.


A
B
C
D
E
F
G

ELEMENTA PYROTECHNIAE

Das ist

Erste Gründe

Der

Wissenschafft von den Feuer-Wercken,
welche bald zum Vergnügen, bald zum
Schaden zu gebrauchen.

Oder

Erste Gründe

Der Artillerie-Wissenschafft.

ELEMENTA PYROTECHNIAE

Erſte Gründe der Artillerie-Wiſſenſchafft.

Erſtes Capitul.

Erklärung.

§. 1.

Durch das Geſchütze, wenn dieſes Wort in einem allgemeinen Verſtand genommen wird, verſtehet man ſolche Inſtrumente, durch deren Hülffe, eine ſchnelle Bewegung eines Körpers in freyer Lufft kan hervorgebracht werden.

Zuſatz.

§. 2. Soll demnach das Geſchütze unterſchieden ſeyn, ſo iſt der Grund von dieſem Unterſcheid entweder in dem, was die Bewegung hervorbringen ſoll, oder in dem, was ſoll beweget werden, oder in der Art der Bewegung.

Lehn-Satz.

Beweis

das muß eine starcke Krafft haben. §. 34. Dyn. folglich entweder in einer starcken Bewegung seyn, oder eine starcke ausdehnende Krafft haben. Das erste ist zwar eine Folge von einer starcken Bewegung, welche aber allhier des Gebrauchs zu reden nicht von dem Schiessen hergeleitet wird. Folglich wird man gestehen müssen, daß eine starcke ausdehnende Krafft ein nothwendiges Stück derjenigen Sache sey, welche einen Schuß verursachen soll. M. S.

Zusatz.

§. 4. Was eine starcke ausdehnende Krafft äussern soll, das muß nicht nur die Fähigkeit haben, sich auszudehnen, sondern auch zusammen gedrücket werden (§. 178. Mech.). Folglich muß ein Geschütze ein Instrument seyn, durch dessen Hülffe Dinge, die eine starcke ausdehnende Krafft haben, also können zusammengedrucket werden, daß sie ihre ausdehnende Krafft wiederum äussern können, um einen Körper mit Gewalt fortzustossen.

Anmerckung.

§. 5. Aus diesem Grund werdet ihr das Wesentliche von allen Arten der Geschütze, welche von unsern Vorfahren und zu neueren Zeiten gebrauchet worden, beurtheilen können. Meine gegenwärtige Absicht werde erhalten, wenn diesen allgemeinen Satz durch die Eigenschafften derjenigen Instrumente, welche heutiges Tages gebräuchlich, genauer bestimme.

Erklärung

§. 6. Man hat verschiedene Art Pulver, welche bey den Feuer-Wercken zu gebrauchen. Lauf-Pulver, Knall-Pulver und Schieß-Pulver. Lauf-Pulver soll brennen, aber weder einen Knall von sich geben, noch eine ausdehnende Krafft äussern. Dieses geschiehet, wenn 10 Theile Salpeter, 2 Theile Schwefel, 2 Theile Pulver, und 1 Theil Schwefel [illegible] ein [illegible]

klein, und miſchet es wohl unter einander. Zum Pulver ſoll keine andere Würckung von ſich geben, als daß es, wenn es angezündet worden, knalle. Dieſes zu verfertigen nehmet 2. Theil Salpeter, 2. Theil Sale Tartari und einen Theil Schwefel, und alsdenn verfahret wie zuvor. Das Schieß-Pulver ſoll, wenn es angezündet worden, eine ſtarcke ausdehnende Krafft äuſſern, und dadurch vermögend ſeyn ſtarcke Cörper fortzuſtoſſen. Dieſes wird aus Schwefel, Kohlen und Salpeter verfertiget; nachdem alles vollkommen klar geſtoſſen, und unter einander wohl gemiſchet worden.

2. Anmerckung.

§. 7. Von den Eigenſchafften der Kohlen, des Schwefels und des Salpeters, woraus das Schieß-Pulver zu verfertigen, und wie es aus dieſen zuverfertigen, will in den Fürleſungen lehren. Von dem Schwefel-Mühlen- und Kohlen-Mühlen-Werck.

3. Anmerckung.

§. 8. Damit das folgende beſto beſſer kann verſtanden werden, ſo dienet zur Nachricht, daß die Würckung des Schieß-Pulvers erkläret. Wenn nemlich ein Funcken in das Pulver fället, wird ein Theilgen Kohle glühend, (folglich muß man ſolche Kohlen nehmen, welche das Feuer leicht fangen und auch leicht erhalten) und weil alle Materien wohl unter einander gemiſchet ſind, ſchmeltzet das anliegende Theilgen des Schwefels (daher nimmt man gerne Schwefel, welcher ſehr hochgelb), hierdurch ſchmeltzet das anliegende Theilgen des Salpeters. Da nun dieſer eine ſtarcke ausdehnende Krafft hat, ſo zeiget die angezündete Materie in einer hellen, prallenden und ſich ausbreitenden Flamme in die Höhe und machet zugleich das anliegende Kohlen-Theilgen glühend. Wenn demnach ein Körnlein angezündet wird, ſtecket alſo gleich die übrigen an, und daher kommt die ausdehnende Krafft des Salpeters mit Gewalt würcken.

4. Erklärung.

§. 9. Diejenigen Gefäſſe, in welche Pulver gethan gezeiget werden ſollen, nachdem es angezündet worden

worden, einen Körper mit Gewalt nach einer bestimmten Gegend zu stossen vermögend, werden Pulver genennet.

Zusatz.

Es ist demnach zu einem Pulver-Geschütze erfodert,

1) Daß das Pulver das Pulver seine zukommende

2) Daß das Pulver nach Verlangen

3) Daß es mit dieser ausdehnenden Krafft nach verschiedenen Gegenden nach einer bestimmten Gegend mit Gewalt stossen könne.

Zusatz.

Damit das angezündete Pulver seine ausdehnende Krafft nach allen Gegenden Folglich muß in dem Pulver-Geschütze das Pulver nach der Gegend, wohin es den beygelegten Körper mit Gewalt stossen soll, einen widrigen Widerstand finden, welcher den übrigen

Zusatz.

1) Daß solches aus einer solchen Materie verfertiget, welche der ausdehnenden Krafft des Pulvers hinreichend widerstehen kann. Insgemein wird das Geschütze aus Kupfer, Zinn und Meßing verfertiget, und zwar 100 Pfund Kupfer, 10. Pfund Zinn und 8. Pfund Meßing gemischet.

2) Daß Pulver-Geschütze müssen hohl seyn.

3) Daß diese Geschütze in der Gegend, wohin der bestimmte Stoß des Pulvers gehen soll, eine solche

eine Oeffnung haben müssen, durch welche der fortzustossende Körper desto leichter könne bewegt werden.

Lehr-Satz.

§. 13. Die Stärcke des Geschützes muß man durch die Stärcke des Körpers, welcher daraus soll geschossen werden, bestimmen.

Beweis.

Es ist fest gesetzet, daß das Pulver-Geschütze mit seiner Masse der ausdehnenden Kraft des Pulvers mehr wiederstehen müsse, als der Körper, welcher soll fortgestossen werden, dieser Kraft zu wiederstehen vermögend (§. 11. 12.). Je stärcker demnach die Last, welche soll fortgestossen werden, desto stärcker muß auch das Geschütze seyn (§. 13. 35. Dyn.). W. z. E. W.

Erklärung.

§. 14. Der Diameter des Körpers, welcher aus einem Pulver-Geschütze soll geschossen werden, wird der Caliber genennet. Und der Maaß-Stab, darauf die Grösse der Diametrorum von den Kugeln, wie sie mit ihrem Gewichte zu nehmen, verzeichnet, heißt der Caliber-Stab.

Zusatz.

§. 15. Es ist also höchstvernünfftig, daß man die Proportion bey Verfertigung der Pulver-Geschütze durch den Caliber bestimme.

Aufgabe.

§. 16. Den Diameter einer pfündigen Kugel zu finden.

Auflösung.

1) Wege ein Pfund Eisen, Bley, Stein, und so weiter auf einer richtigen Waage ab, und suche den körperlichen Inhalt der Kugel (§. 44. Geom.).

2) Set-

2) Gehet ihre als den Innhalt einer Kugel an, und suchet daraus ihren Diameter (§. 336. Geom.).

Aufgabe.

§. 171. Einen Caliber-Stab zu verfertigen.

Auflösung.

1) Bildet euch ein, es sey der Diameter einer pfündigen Kugel in 100. gleiche Theile getheilet, so ist der Cubus 1000000.

2) Dupliret denselben, und ziehet aus 2000000. die Cubic-Wurzel (§. 173. Rech.). Diese ist der Diameter einer zweypfündigen Kugel in eben solchen Theilgen.

3) Auf eben solche Weise könnet ihr den Diameter von einer drey-vier-fünffpfündigen Kugel und so weiter finden.

4) Nehmet den Diameter einer pfündigen Kugel z. E. von Bley, und theilet ihn in 100. gleiche Theile, wie in der Geometrie die Ruthe auf dem verjüngten Maaß-Stabe.

5) Traget von diesem Maaß-Stabe auf den Caliber-Stab die gehörigen hundert Theilgen, nach Anleitung der ausgerechneten Tafel, für die ein-zwey-drey-pfündigen Kugeln, und so weiter. So ist der Caliber-Stab fertig.

Beweiß.

Es soll erwiesen werden, daß, wenn der Diameter einer einpfündigen Kugel 100 Theile hat, die vielpfündigen so viel derselben haben müssen, als durch die angegebene Rechnung gefunden wird. Dieses ist auf folgende Art zu bestätigen. Wenn die Kugeln von einerley Materie sind, so verhalten sich ihre Schwere wie ihre Gröſſen, das ist, eine bleyerne Kugel von 2 Pfund ist zweymahl so groß als eine von 1. Pfund; eine von

von 8. Pfund dreymahl so groß, als eine von 1. Pfund, und so weiter. Die Gröſſen aber der Kugeln verhalten sich, wie die Cubi ihrer Diametrorum (§. 337. Geom.). Derowegen ist der Cubus des Diametri einer zweypfündigen Kugel 8. mahl, einer dreypfündigen Kugel 27. mahl so groß, als einer einpfündigen, und so weiter. Wenn man solchergestalt den Cubum des Diametri einer einpfündigen Kugel mit 2, 3, 4. und so weiter multipliciret, und aus den Producten die Cubic-Wurtzel ausziehet; so kommen die Diametri der zwey-drey-vier-pfündigen Kugeln, und so weiter, heraus. W. Z. E. W.

Erklärung.

§. 18. Die vordere Oeffnung eines Pulver-Geschützes, wo die Kugel, welche von dem Pulver gestossen wird, heraus fähret, wird der Mund oder die Mündung genennet.

Erklärung.

§. 19. Durch die Mündung muß die Kugel bequem können beweget werden (§. 12.). Daher ist nöthig, daß diese etwas gröſſer, als die Kugel. Dieser Unterscheid zwischen der Mündung und dem gröſten Circul einer Kugel, die daraus geschossen wird, heist der Spiel-Raum oder das Wind-Spiel.

Erklärung.

§. 20. Die innere Höhlung der Pulver-Geschütze heist der Lauf, und dieser wird bey den grossen Geschützen die Seele genennet.

Erklärung.

§. 21. Die Pulver-Geschütze können entweder mit der Hand gehalten werden, oder man muß solche, wegen ihrer Schwere, auf besondere Gerüste legen. Aus dem ersten entstehen die Musqueten, Pistolen und so weiter; und aus dem zweyten entstehet der gro-

[illegible] Geschütze. Das Gerüste, worauf dieses gelegt wird, nennet man die Lafette. Von diesen siehe Brauns Artillerie pag. 90 ff.

Zusatz.

§. 22. Hieben ist der Grund, warum das [illegible] Pulver in Musqueten-Pulver, Pirsch-Pulver und gröbes Pulver, welches bey den groben Geschützen gebrauchen, eingetheilet wird.

1. Anmerckung.

§. 23. Von Braun werden zur Verfertigung dieser Pulver folgende Sätze gegeben:

Zu dem gröbsten Geschütze.

Salpeter	Schwefel	Kohlen
100 Pfund	20 Pfund	24 Pfund
1 Pfund	3 Loth	4 Loth
6 Pfund	2 Pfund	3 Pfund

Zu dem [illegible] Geschütze.

Salpeter	Schwefel	Kohlen
7 Pfund	1 Pfund	1 Pfund
6 Pfund	1 Pfund	1 Pfund 4 [illegible] und so [illegible]

Zu den Musqueten.

Salpeter	Schwefel	Kohlen
100 Pfund	18 Pfund	19 Pfund [illegible]
100 Pfund	15 Pfund	18 Pfund u. s. w.

Zu dem Pirsch-Pulver.

Salpeter	Schwefel	Kohlen
100 Pfund	14 Pfund	18 Pfund
7 Pfund	1 Pf. 2 Loth	1 Pfund 3 Loth
1 Pfund	3 Loth	7 Loth u. s. w.

2. Anmerckung.

§. 24. Hiebey ist noch zu mercken, daß das gekörnte Pulver mehr Stärcke hat, als das zerriebene: ingleichen das kleinkörnichte stärcket und sich schneller entzündet, als das grobkörnichte.

Erklärung.

§. 25. Der Unterſchied des groben Geſchützes entſtehet hauptſächlich aus ſeiner Gröſſe, und aus der Beſchaffenheit der Bewegung, welche dadurch ſoll hervorgebracht werden. Gehet die Bewegung mit der Horizontal-Linie parallel, ſo nennet man ſolche einen Kern-Schuß; wo aber nicht, einen Bogen-Schuß. Iſt durch das grobe Geſchütze ein Kern-Schuß möglich, ſo nennet man es ein Stück. Iſt aber durch daſſelbige kein Kern-Schuß möglich, ſo heiſt es ein Mörſer.

Lehr-Satz.

§. 26. Der Lauf eines Stückes muß alſo verfertiget werden, daß die beſtimmte Bewegung der Kugel in demſelben eine Zeitlang fortfahren könne, welches aber bey den Mörſern nicht nöthig.

Beweiß.

Die Erfahrung beſtätiget, daß die Kugeln, wenn ſie gleich in freye Lufft kommen, ſo bald ſie von dem Puler fortgeſtoſſen worden, ihre Richtung ändern, u. in die Höhe fahren, hingegen in einerley Richtung bleiben, wenn ſie ihre Bewegung in dem Lauf eine Zeitlang fortſetzen können. Dieſes beſtätiget, daß durch die erſte art von dem groben Geſchütze kein Kern-Schuß möglich (§. 25.). Und alſo erhellet, daß die beſtimmten Eigenſchafften bey den Stücken und Mörſern nöthig (§. 5.). W. Z. E. F.

Erklärung.

§. 27. Es können demnach die Stücke von den Mörſern durch die Länge unterſchieden werden. Und weil auch die Stücke von verſchiedener Länge möglich, ſo nimmt man dieſes als einen Grund an, wodurch ein Unterſchied der Stücke zu beſtimmen. Die kurtzen werden Carthaunen, und die langen, Schlangen genennet.

1. Anmerckung.

§. 18. Damit wir den Unterſchied der Stücke, und was bey denſelben fürnehmlich zu mercken iſt, leicht beurtheilen können, ſo habe folgende Tabell herſetzen wollen.

Nahmen der Stücke.	Länge des Rohrs.	Schwere der Kugel von Eisen.	Schwere der eisernen Kugel wornach es gebohret.	Schwere des Rohrs bey Centner zu 100. Pf.	Zahl der Cartätschen.
1. Ganze Carth.	12 Cal.	48 Pfund.	54 Pfund.	90 Centner.	4
2. Drey viertel Carth.	10 "	36 " "	40 " "	78 " "	4
3. Halbe Carth.	11 "	24 " "	27 " "	50 bis 60	3
4. Viertel Carthaune.	24 "	12 " "	14 " "	28 bis 38	2
5. Achtel Carth.	9 "	6 " "	7 " "	16 bis 20.	1
6. Regim. oder Viert. Feld-St.	14. 16 bis 18	3 bis 4	3 bis 5	6 bis 9	1
7. Ganze Feld-Schlangen.	28 bis 30.	18 " "	20 " "	50 " "	3
8. Halbe Feld-Schlangen.	36 "	9 " "	10 " "	30 " "	2
9. Viertel Feld-Schlangen.	34 "	4 bis 5	4 bis 5	25 " "	1
10. Falckaune.	27 "	6 " "	7 " "	26 " "	2
11. Falconet.	35 bis 36	2 bis 3	2½ bis 3½	10 bis 12	1
12. Halbes Falconet.	38 "	1 " "	1 7/18 "	5 bis 7	1
13. Serpentinel.	40 "	½ " "	9/18 "	4½ "	

Zahl der Handlanger.	Zahl der Pferde, damit man sie verführet.	Anzahl der Schüsse, ehe man das Rohr aus [illegible] Schrauben kan.
1. 12 bis 16.	24 bis 26	30 bis 40.
2. 12 bis 14.	20 bis 24.	50 bis 60.
3. 10 bis 12.	16.	80.
4. 6 bis 8.	8 bis 10.	100.
5. 3 bis 4.	6.	150.
6. 2 bis 4.	4 bis 6.	200.
7. 9 bis 10.	12.	30.
8. 6.	8 bis 10.	40.
9. 4.	5 bis 6.	100.
10. 4.	8.	200.
11. 2.	3 bis 4.	250.
12. 1.	2.	So viel man will.
13. 1.	2.	So viel man will.

2. Anmerckung.

§. 29. Bey den Carthaunen iſt insgemein die Ladung das halbe Gewicht von der Kugel. Nemlich wenn die Kugel, welche die Carthaune ſchieſſet, 48. Pfund, ſo iſt die Ladung 24. Pfund Pulver; und bey den Schlangen iſt insgemein die Ladung $\frac{9}{10}$ von der Kugel, welche die Schlange ſchieſſet. Wieviel ein jeder Schuß aus einem Stücke koſtet, das wird leicht können beſtimmet werden, wenn ihr den Werth von einer jeden Sache nach Beſchaffenheit des Orts und der Zeit erforſchet.

Erklärung.

§. 30. Ein Stück wird in drey Haupt-Theile getheilet, nemlich in das Boden-Stück C, wo die Ladung zu liegen kommt, in das Zapffen-Stück B, wo der Zapffen zu finden, womit es auf die Laffeten geleget wird, und in das Mund-Stück A. Tab. Artill. Fig. 1.

Zuſatz.

§. 31. Das Boden-Stück muß ſtärcker ſeyn, als die übrigen (§. 11.) und das Mund-Stück muß forne bey der Ründung ſtärcker gemacht werden, als nach dem Zapffen-Stück (per dem. §. 26.).

Erklärung.

§. 32. Dieſes giebt einen Grund, woraus das Weſentliche bey den Zierathen eines Stückes zu beurtheilen, welche eingetheilet werden in die Traube, Frieſen, Verſtäbung und Gürtel. Die Traube D iſt der alleräuſſerſte Theil an dem Boden eines Stückes, welcher hilfft das Gleich-Gewichte zu erhalten, und alſo ein Mittel iſt, das Stück leicht zu regieren. Die Frieſen ſind Platten, welche auſſen an den Stücken abgedrehet werden. Diejenigen, welche hinten an dem Boden-Stück abgedrehet E, heiſſen Hinter-Frieſen. Dieſenigen, welche ſich an dem Ende des Zapffen-Stückes und im Anfang des Boden-Stücks befinden F, heiſſen die Frieſen des erſten Bruchs. Diejenigen, welche am

Ende des Mund-Stückes und zu Anfang des Zapfen-Stückes bey G abgedrehet, werden die Friesen des andern Bruchs, und welche vorn an der Mündung bey H zu finden, die Kopf-Friesen genennet. Die Theile IKL werden Gürtel genennet, und zwar I der hintere Gürtel, K der Mittel-Gürtel, und L der Vorder-Gürtel oder das Hals-Band. Die Verknüpfung eines halbrunden Stabes und einiger Riemlein heißt die Verstäbung, und diese bekommet die Benennung von den Gürteln, worbey sie sich befindet. Woraus zu verstehen, daß m die Verstäbung des hinteren Gürtels, n die Verstäbung des mittleren Gürtels, und o die Verstäbung des Mund-Stückes.

Erklärung.

§. 33. Soll ein Stück geladen werden, so muß man verschiedene Instrumente haben, nemlich ein Instrument, wodurch das zum Schiessen nöthige Pulver, bis auf den Boden des Laufs, oder wie bey den Stücken geredet wird, bis auf den Boden der Seele in das Stück gebracht wird; dieses heißt die Lade-Schaufel. Siehe Fig. 2. Ein Instrument, damit die Ladung, das ist, das Pulver auf einander gestossen wird; dieses heißt der Setz-Kolben. Siehe Fig. 3. Ein Instrument, damit das Stück ausgewischet wird, nachdem es losgebrannt worden; dieses heißt der Wisch-Kolben oder Wischer. Siehe Fig. 4.

1. Anmerkung.

§. 34. Der Setz-Kolben hat zwey Theile 1) den [illegible] der AD, dessen Diameter = 1 Caliber, und dessen [illegible] = 1½ auch wohl 2 Caliber. Dieser wird aus [illegible] Holtz gemacht, und hinten und vorne mit Kupfer [illegible] kappet. 2) Die Stange EC, worauf der Cylinder befestiget.

2. Anmerckung.

§. 35. Der Wiſcher hat auch zwey Theile 1) den Kolben AB, welcher $\frac{1}{2}$ Caliber, und lang 2 Calibr. Dieſer wird von hartem Holtz gedrehet, und mit Schoofwollen übergogen, bis er ſich genau in die Seite des Stückes ſchicket. Damit durch das Abwiſchen dem Stücke kein Schade zugefüget wird, ſo werden die Felle mit kupfernen Nägeln angeheftet. 2) Die Stange BC.

Erklärung.

§. 36. Ein Stück wird gerichtet, wenn es alſo geſtellet wird, daß der Schuß auf einen beſtimmten Punct gehen könne. Ein Stück wird erhöhet, wenn es alſo geſtellet wird, daß die Perpendicul-Linie, welche auf dem Kern des Stückes gezogen, mit der Horizontal-Linie einen Winckel macht.

Erfahrung.

§. 37. Die Erfahrung beſtätiget, daß der Schuß aus einem Stück mit einerley Ladung in einer Erhöhung, welche nicht über 45°, allezeit weiter gehet, als der Kern-Schuß.

Aufgabe.

§. 38. Ein Stück alſo zu richten, daß damit auf einen beſtimmten Punct könne geſchoſſen werden.

Auflöſung.

1) Erhöhet das Stück in einen Winckel nach Gefallen, und gedencket, wie weit ihr alsdenn mit einer beſtimmten Ladung ſchieſſen könnet.

2) Durch Hülffe dieſer Erfahrung könnet ihr die Weite eines Schuſſes in einer jeden Erhöhung, wenn nemlich einerley Stück und einerley Ladung behalten wird, finden, wenn ihr ſchlieſſet:

Der Sinus des doppelten Winckels der vollen Erhöhung, verhält ſich zu dem Sinu des doppelten Winckels der vorgegebenen Erhöhung, welches

verhält die Weite des ersten Schusses, zu einer anderen Entfernung.

Wollte ich diesen Satz beweisen, so müste ich die Natur der Parabel, als welche durch einen solchen Schuß beschrieben wird, genauer untersuchen. Da nun dieses nicht für Anfänger, so wird mir erlaubt seyn, diesen Satz, welchen man aus der Erfahrung festgesetzet, ohne Beweiß anzunehmen.

3) Richtet den Lern-Schuß des Stückes in einer geraden Linie nach den Ort, wohin soll geschossen werden. (Wie dieses zu bewerkstelligen, solches wird ohne fernere Erinnerung können begriffen werden.)

4) Misset die Weite dieses Orts von der Lade.

5) Erhöhet alsdenn, vermittelst eines Quadranten, das Stück in dem Winkel, welcher nach vorhergehender Regel gefunden; so ist das Stück auf verlangte Art gerichtet worden.

Erklärung.

§. 39. Die Stücke werden an stat der Kugeln offt mit Karrtetschen geladen, welche auf zweyerley Art zu verfertigen. Einmahl nehmet eine blecherne Büchse, füllet diese mit allerhand schädlichen Dingen z. E. mit Musqueten-Kugeln, Nägeln, Ketten, Steinen und dergleichen, und verwahret alsdenn die Büchse mit einem Deckel; diese Karrtetschen werden bey solchen Stücken gebraucht, die keine gar zu grosse Mündung haben. Zweytens lasset eine runde Scheibe drehen, diese wird der Spiegel genennt; in dem Mittel-Punct dieses Spiegels befestiget einen dünnen aber doch langen Cylinder perpendiculär, und leget um denselben auf dem Spiegel herum schädliche Dinge, als z. E. Musqueten-Kugeln, Steine, Ketten und dergleichen. Bekleidet diesen Satz mit einem Sack von Zwillig,

findet diesen oben festen zu, und bewindet denselben rundum mit einer Schnure. Diese Art von Kartetschen bekommt die Gestalt einer Traube; daher nennet man es auch einen Trauben-Regen, wenn mit einer solchen Kartetsche geschossen wird.

Zusatz.

§. 40. Wird eine Kartetsche durch die Gewalt des Pulvers herausgetrieben, so breitet sich die eingefüllte Materie mit Gewalt aus. Soll sie demnach denjenigen Schaden, wozu sie verfertiget worden, würcken; so muß der Ort, wo sie hingeschossen wird, nicht gar zu nahe seyn, damit sie sich recht ausbreiten könne; doch nicht gar zu weit, damit sie sich nicht allzu sehr ausbreite, und ihre Krafft verliere.

Erklärung.

§. 41. Der Mörser wird wiederum in drey Theile getheilet, den obere gleichweite Theil des Laufs AC heisset der Flug. Der Theil CD, wo das Pulver zur Ladung gebracht wird, heißt die Kammer, und der untere Theil DB der Lager. Tab. Artill. Fig. 5.

Zusatz.

§. 42. Die Kugeln, welche aus den Mörsern geworffen werden, sind sehr groß. Zur Kammer wird nicht mehr Raum erfodert, als man Pulver zur Ladung nöthig hat. Folglich muß der Flug weiter seyn, als die Kammer.

Erklärung.

§. 43. In Ansehung der Figur werden die Mörser in Fuß-Mörser und Lafeten-Mörser eingetheilet. Fuß-Mörser werden genennet, welche ohne Lafeten können gebraucht werden, und Lafeten-Mörser, welche auf Lafeten liegen müssen, damit sie können gerichtet werden. Diese haben ihre Schild-Zapffen entweder

weder in der Mitten, oder an dem Boden; wann jenes, ſo werden ſie hangende Mörſer, und wann dieſes, ſtehende Mörſer genennet.

Zuſatz.

§. 44. Fuß-Mörſer können nicht nach einer beſtimmten Gegend gerichtet werden, folglich haben unter dieſer Beſtimmung die laffetirten Mörſer für den Fuß-Mörſern einen Vorzug.

Anmerckung.

§. 45. Laffeten-Mörſer können auf gleiche Art gerichtet werden, wie das Richten der Stücke §. 38. beſchrieben worden.

Erklärung.

§. 46. Hohle Kugeln, welche mit Pulver angefüllet werden, und in deren Mund-Loch eine hohle Röhre geſchlagen wird, (welche heiſt die Brand-Röhre) die mit einem beſonderen Brand zu ſtillen, welcher aus 2 Theil Schwefel, 3. Theil Mehl-Pulver, 2 Theil Salpeter mit Brand-Wein vermiſchet zu verfertigen, werden Granaten genennet. Groſſe eiſerne Granaten heiſſen Bomben, und kleine, welche mit der Hand können geworffen werden, Hand-Granaten.

Aufgabe.

§. 47. Einen Mörſer zu laden.

Auflöſung.

1) Wenn die Ladung gemacht, und die Reibme-Nadel in das Zündloch geſtecket worden, ſo ſchüttet die gehörige Ladung in die Kammer. Nehmet nemlich zu weiten Würffen 2½ oder 3 Loth Pirſch-Pulver auf 1 Pfund Eiſen; wollet ihr nicht weit werffen, ſo müſſet ihr das Pulver nach Beſchaffenheit der Umſtände abbrechen.

2) Füllet

2) Füllet zuerſt das Pulver die Kammer mit Werck, Heu oder Stroh, auf dieſen Vorſchlag ſchüttet Sand, und ſtampfet alles feſte, bis die Kammer voll iſt.

3) Hierauf ſetzet eine runde Naſe, ſo den Keſſel füllet, und hierauf ſtampffet wiederum 1 bis 2 Finger hoch Sand. Könnt ihr aber keinen Naſen bekommen, ſo ſchüttet mehr Sand hinein, und ſtampfet alles feſte.

4) Hierauf ſetzet die Bombe, und verſtopffet dieſe auf allen Seiten feſt mit Sand; ſo iſt der Mörſer geladen.

Erklärung.

§. 48. Durch die Feuer-Kugeln verſtehet man diejenigen, welche angezündet werden, und brennen können. Dieſe werden entweder zum Ernſt oder zur Luſt gebrauchet. Zu erſten Abſicht braucht man

1) Die Brand-Kugeln, durch deren Hülffe gewiſſe Oerter under Feuer angeſtecket werden.

2) Die Leucht-Kugeln, die man an einen Ort wirfft, den man erleuchten will.

3) Die Dampff-Kugeln, die man an einen Ort wirfft, ſolchen zu verfinſtern.

1. Anmerckung.

§. 49. Brand-Kugeln werden alſo verfertiget.

1) Machet in einer eiſernen Kugel unter Löcher, in dieſe ſteckt Lunten, die in Salpeter gekocht.

2) Die Kugel füllet mit einem Brand, ſo, daß an dieſen die Lunten zu liegen kommen.

3) An die Kugel könnet ihr Hacken machen, damit die Kugel an dem Gebäude, welches ſie anzünden ſoll, könne hängen bleiben.

2. Anmerckung.

§. 50. Satz zu Leucht-Kugeln.

2 Pfund vom zerſchmoltzenen Antimonio.
4 Pfund Salpeter.
6 Pfund Schwefel.
4 Pfund Kohlen; dieſes miſchet mit zerſchnittenen Werck auch mit Brand-Wein unter einander.

3. Anmerkung.

§. 51. Satz zu Dampff-Kugeln.

Hartz, ungeläuterter Salpeter und Schwefel, von allen gleichviel, von der ganzen Masse den 4ten Theil Kohlen; alles wohl untereinander zerschnittenen Werck.

Erklärung.

§. 52. Diese Ernst-Kugeln können entweder mit der Hand geworffen werden und heissen Hand-Kugeln, oder sie müssen durch Geschütze geworffen werden; da nun diese Geschütze keine andere Absicht haben, als daß sie die Kugeln nach einen gewissen Ort werffen sollen, und alle Schüsse durch einen Bogen-Schuß weiter gehen, als durch einen Kern-Schuß; so hat man solche Kugeln zu werffen gantz kurtze Geschütze erwehlet. Haben nun diese einen längern Flug als die Mörser, so werden sie Haubitzen genennet.

Erklärung.

§. 53. Unter die Feuer-Kugeln, welche zum Vergnügen gebraucht werden, sind vornemlich die Wurcketen und Schwärmer zu zehlen, als welches ein Lust-Feuer-Werck, in Gestalt eines Cylinders, machet, wenn es angezündet wird, in die Höhe fliget, bis es mit einem Knall verlöschet. Und sind die Schwärmer und Racketen nur in Ansehung des Satzes unterschieden, welcher das Steigen verursachet.

Anmerckung.

§. 54. Brämn giebt in seiner Artillerie folgende Sätze zu Schwärmern und Racketen an.

Schwärmer-Satz		Ein Schwärmer-Satz der auf dem Wasser laufft.
Mehl-Pulver	1 Pfund.	Salpeter 4 Loth.
Kohlen	2 Loth.	Schwefel 2 Loth.
		Kohlen 3 Loth.

Eine

Sätze zu ſchwarzen Racketen.

Von 8 Lothen.		Von halben Pfunden.		Einpfündige.	
Mehl-Pulver	6 Loth.	Mehl-Pulver	3 Pf.	Mehl-Pulver	48 Loth.
Salpeter	1 Loth.	Salpeter	2 Pf.	Salpeter	4 Loth.
Schwefel	1 Loth.	Schwefel	1 Loth.	Schwefel	2 Loth.
Kohlen	1 Loth.	Kohlen	1 Pf.	Kohlen	9 Loth.

Zwey pfündige.		Dreypfündige.	
Mehl-Pulver	2 Pfund.	Mehl-Pulver	64 Loth.
Salpeter	1 Pf. 8 Loth.	Salpeter	10 Loth.
Schwefel	2 Loth.	Schwefel	7 Loth.
Kohlen	17 Loth.	Kohlen	21 Loth.

Vier bis fünfpfündige.

Mehl-Pulver	1 Pfund.
Salpeter	16 Loth.
Schwefel	4 Loth.
Kohlen	6 Loth.

Weiſſe Racketen-Sätze.

Salpeter	2 Pfund 8 Loth.	Salpeter	28 Loth.
Schwefel	16 Loth.	Schwefel	2 Loth.
Kohlen	28 Loth.	Kohlen	6 Loth.
Antimonium	2 Loth.	Meſſing-Feil-Späne	1 Loth.

Ein blutrother Racketen-Satz.

Mehl-Pulver	1 Pfund 8 Loth.	Geſchmoltzen Zeug	10 Loth.
Salpeter	3 Loth.	Hartſtein	4 Loth.
Linden-Kohlen	18 Loth.	Blutſtein	7 Loth.
Mehr	20 Loth.		

Hiebey iſt zu mercken, daß der Blutſtein müſſe glühend gemacht, und im Waſſer abgekühlet werden. Ferner daß der Salpeter müſſe geſchmoltzen, und alsdenn der Blutſtein darin klein gerieben werden.

Erklärung.

§. 55. Zur Verfertigung der Schwärmer und Racketen wird erfodert 1) die Hülſe, welche ein hohler Cylinder von Papier, ſo mit Pulver gefüllet wird. 2) Der Racketen-Stock, welches die Form, worinnen die Hülſen zu denen Racketen geſchlagen werden. 3) Der Winder, welches der Cylinder, um welchen die Hülſe gewunden wird. 4) Der Sezer, wodurch die Ladung in der Hülſe zuſammengeſtoſſen wird.

Auf-

Aufgabe.

§. 56. Einen Racketen-Stock mit dem Zugehör zu verfertigen.

Auflösung.

Tab. Artill. Fig. 6. 1) Lasset von harten Holtz einen ausgehöhlten Cylinder, der unten zu ist, wovon Fig. 6. das Profil, in folgender Proportion drehen.

1) AA der Stock 7 oder 9 Mund lang.
2) BB der Fuß 2 Mund lang.
3) C die Wartze 1 Mund lang.
4) D das Zäpffelein ½ Mund hoch und breit.

Fig. 7. 2) Lasset einen cylindrischen Stab drehen, wie Fig. 7. zeiget, dessen Dicke 4 bis 5 von der Mündung, und dessen Länge bis an den Absatz, wenn der Stock 7 Mund, 8 Mund lang, und wenn der Stock 9 Mund, so bis 11 Mund lang, so habt ihr den Winder.

Fig. 8. 3) Den Sätzer machet einen Mund kürtzer, und etwas dünner als den Winder.

Aufgabe.

§. 57. Eine Rackete zu verfertigen.

Auflösung.

1) Verfertiget die Hülse auf folgende Art. Leimet gutes Papier zwiefach auf einander, wenn es trocken, so schneidet es zur Rackete so groß, als es darzu nöthig, windet solches auf den Winder, und wenn das Papier im Stock zurecht gemacht, so ziehet den Halß zu, doch so, daß ein kleines Loch darin bleibet, alsdenn verleimet den Bind-Faden um den Halß. Tuncket den Halß oben in Leim, damit sich das Papier im Schlagen der Rackete nicht niederziehet.

2) Füllet, oder nach gewöhnlicher Art zu reden, schläget die Rackete auf folgende Art. Die Hülse ohne den Halß theilet in 3 gleiche Theile, ½ schläget voll Satz. Hierauf setzet eine kleine Scheibe, die in der Mitten ein Loch hat, und sich vollkommen in die Hülse passet. Ueber diese Scheibe füllet die gantze Hülse mit Pirsch-Pulver, welches der Schlag genennet wird, alsdenn bindet die Hülse zu, und verleimet solche oben.

3) Wollet ihr die Rackete gebrauchen,

a) Boh-

a) Bohret den Satz, von unten auf nach dem Schlag, zwey Mund lang.

b) Den oberſten Mund des Satzes, welcher nicht gebohret, theilet in 3 gleiche Theile.

c) In dem zweyten Theil von unten auf bohret um die Hülſe drey Löcher, mit einem kleinen Bohrer bis an dem Satz.

d) Unter dieſe Löcher macht um die Hülſe einen Kranz, der mit dicken Papier rund umleimet.

e) Füllet dieſen Kranz mit Schwärmern, umſchüttet ſolche mit Mehl-Pulver, und ſtopffet alles mit geſtopfften Küh-Haaren feſte zuſammen.

f) Nachdem dieſes zugebunden, ſo bindet die Rachete an einen Stab, ſo von leichtem und trockenem Holtze gemachet, oben $\frac{2}{3}$ und unten $\frac{1}{3}$ von dem Mund der Rachete ſtarck, und 7 mahl der Rachete lang, ſo iſt alles bis zum Anzünden fertig.

Anmerckung.

§. 58. Nach der erſten und zweyten Regel werden auch die Schwärmer verfertiget; nur iſt dabey folgende Proportion zu mercken.

Die Mündung iſt ſo groß als ein halbes zu 1. 1 und ein halbes zu 2. 3 Loth Bley.

Die Hülſe 7 Mund lang.

Der Keſſel ein Mund.

Der Satz drey Mund.

Der Schlag mit dem Kopff drey Mund.

Aufgabe.

§. 59. Einen brennenden Nahmen, oder eine andere brennende Figur zu machen.

Auflöſung.

1) Bieget den Nahmen oder die Figur von ſtarcken eiſernen Draht.

2) Schmelzet 1 Mund Schuſter-Pech, und vermiſchet mit dieſem 1 Loth klein geſtoſſenen Salpeter und 4 Loth klein geſtoſſenen Spießglaß.

3) In dieſe Maſſe leget eine Klafter von locker gezwirnter Lunten, und laſſet dieſe ſolange darin liegen, bis ſie alles an ſich gezogen.

4) Nehmet dieſe Lunte heraus, leget ſie auf glatte Breter, und überſtreuet ſolche mit geſtoſſenen Mehl-Pulver.

5) Iſt

5) Iſt ſie trocken geworden, ſo umwindet damit den aus Eiſen verfertigen Nahmen, oder die verfertigte Figur, und alsdenn befeſtiget ſolche an ein Bret, ſo daß ſie 6 Zoll von demſelben abſtehet. Dieſes umwindet mit dünnen Drath, damit alles gleich lange brennen könne.

6) Ueberziehet den Nahmen mit einem Teig von Meh-Pulver und Brand-Wein verfertiget. Und damit der Regen nicht ſchaden könne, ſo umwindet alles mit ſchönen reinen Papier, welches vorher in Leim-Oel getränket.

7) Damit das Bret nicht anfange zu brennen, ſo überziehet ſolches mit einem Brey, welcher aus Ziegel-Meh, Aſche und Feil-Spänen mit Leim-Waſſer gekochet worden.

Anmerckung.

§. 60. Wer mehr von den Feuer-Wercken zu wiſſen verlanget, der kan Blondus und Büchners Artillerie mit Nutzen leſen.

Erklärung.

§. 61. Die Minen ſind unter der Erde gegrabene Keller, die man mit etlichen Tonnen oder Säcken Pulver füllet, um die auf dem Keller ligende Laſt in die Luft zu ſprengen, wenn das Pulver angezündet worden.

Anmerckung.

§. 62. Die Hand-Griffe, welche bey deren Verfertigung zu gebrauchen, will in den Fürleſungen zeigen.

Erfahrung.

§. 63. Iſt die Miene zu ſcharff geladen, ſo machet ſie nur eine enge Oeffnung, deren Diameter nicht gröſſer als die Weite der Kammer. Iſt ſie zu ſchwach geladen, ſo machet ſie nur eine kleine Erſchütterung auf der ſchwächſten Seite. Hat ſie aber rechte Ladung, ſo ſprenget ſie alles, was um die Kammer gelegen, mit in die Höhe.

Anmerckung.

§. 64. Vauban hat aus der Erfahrung angemercket, daß in einer Miene für jede Cubic-Ruthe, franzöſiſch, welche 216 Cubic-Schuh, erfordert werden.

Lockere Erde 9 bis 10	Pfund Pulver.
Sandichte Erde 12 bis 14	
Thon 15 bis 16	
Neues Mauer-Werck 15 bis 20	
Altes Mauer-Werck 25 bis 30	

Tab. Artill.

Fig. 1.

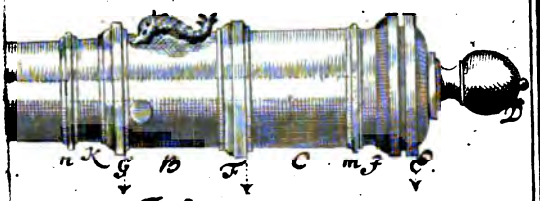


Fig. 2.

Fig. 3. C'

Fig. 4. C'

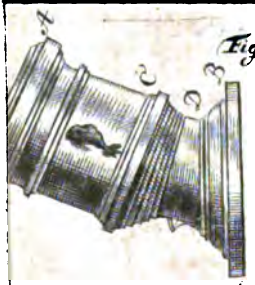


Fig. 5.

Fig. 8.

Fig. 7.

Fig. 6.

ELEMENTA ARCHITECTVRAE MILITARIS

Oder

Erſte Gründe

Der

Kriegs-Bau-Kunſt.

ELEMENTA
ARCHITECTVRAE
MILITARIS

Erſte Gründe der Kriegs-Bau-Kunſt.

Erſter Abſchnitt, Von den Grund-Regeln der Fortification.

Erklärung.

Wir vertheidigen uns, indem wir Mittel gebrauchen vorſtehende Uebel von uns abzulehnen. Wenn jemand eine Begierde blicken läſt, uns einen Schaden zuzufügen, ſo wird geſaget, daß er uns angegriffen, und wird daher unſer Feind genennet.

Zuſatz.

§. 2. Wir vertheidigen uns wider den, der uns angegriffen, wenn wir den Schaden, welchen er uns zufügen wollen, von uns ablehnen.

Erklärung.

§. 3. Wir geben unſerm Feinde eine Blöſſe, wenn wir ihm Gelegenheit geben, uns alſo einen Schaden zuzufügen, daß wir ſolchen nicht von uns ablehnen können.

Lehr-Satz.

§. 2. Wer ſich vertheidigen will, der muß ſeinem Feinde keine Blöſſe geben.

Beweiß.

Dieſes Haupt-Geſetze der Vertheidigung iſt ein unmittelbare Folge aus dem §. 2. und 3.

1. Zuſatz.

§. 4. Sollen ſich wenige gegen viele vertheidigen, ſo erfodert das Haupt-Geſetze von der Vertheidigung, daß ſie ſich alſo ſtellen müſſen, daß der Feind ihnen Schaden zuzufügen keinen Ort finde, von wo ſie nicht der bevorſtehenden Schläge begegnen können (§. 3. 4.).

2. Zuſatz.

§. 6. Gehet die Vertheidigung langſam, ſo giebt man in der That dem Feinde eine Blöſſe (§. 3.). Sollen ſich demnach wenige wider viele vertheidigen, ſo müſſen ſich dieſe wenige alſo ſtellen, daß ſie ſich wider einen jeden Angriff ſo ſchnell, als es möglich iſt, vertheidigen, und alſo diejenigen Mittel zur Vertheidigung gebrauchen können, deren Gebrauch die geringſte Mühe verurſachet.

3. Zuſatz.

§. 7. Die wenige, welche ſich wider viele vertheidigen ſollen, können entweder ihre Perſon durch äuſſere Mittel bedecken, oder nicht. Sollte das letzte ſeyn, ſo wird unmittelbar aus dem §. 5. erhellen, daß der gröſte Vortheil bey der Vertheidigung in der Lage der Perſonen zu ſuchen. Sollte das erſte ſeyn, ſo wird man dieſes nur ohne Beweiß geſtehen, daß dieſes vortheilhaffter ſey als jenes; ſondern man wird auch durch den §. 4. 5. und 6. bewogen werden, folgende Sätze zu behaupten:

1) Die Bedeckung muß so starck seyn, daß sie dem Angriff des Feindes widerstehen kan.

2) Die Vertheidiger müssen einen jeden Punct ihrer Bedeckung mit den geringsten Mitteln vertheidigen können.

3) Die Bedeckung muß an allen Orten gleichstarck seyn.

Lehr-Satz.

§. 8. Die Mittel, womit man sich vertheidiget, müssen nicht schwächer seyn, als die Mittel, womit man angegriffen wird.

Beweiß.

Nehmet das Gegentheil, so wird der Vertheidiger seinen Feinde eine Blösse geben (§. 3.). Diese aber ist wider die Haupt-Gesetze der Vertheidigung (§. 4.).

Erfahrung.

§. 9. Der Angriff im Kriege geschiehet heutiges Tages mit dem Pulver-Geschütze.

Zusatz.

§. 10. Und also können wir in der Kriegs-Bau-Kunst folgende Regeln fest setzen:

1) Die bestimmte Bedeckung muß so starck seyn, daß sie der Gewalt des gröbsten Geschützes widerstehen könne.

2) Diese Bedeckung muß also gebauet werden, daß man von derselben einen jeden Punct mit einer Mus-quete vertheidigen könne.

3) Diese Bedeckung muß an allen Orten gleichstarck können vertheidiget werden.

4) Die Kosten, womit diese Bedeckung aufgeführet und vertheidiget wird, müssen nicht grösser seyn, als der Schaden ist, welcher aus der Unterlassung der Vertheidigung entstehet.

Erklärung.

§. 11. Eine Bedeckung, welche von Erde aufgeführet wird, heiſt der Wall. Dieſer ſoll entweder nur die Vertheidiger, oder auch einen gewiſſen Ort z. E. eine Stadt bedecken. Iſt das erſte, ſo wird er die Bruſtwehre (Parapet) genennet. Iſt das zweyte, ſo wird der Wall in zwey Theile getheilet. Der niedrige Theil des Walles gegen die Stadt, ſo zur Bedeckung der Stadt dienet, heiſt der Wallgang (Terreplein), und der hohe Theil, dadurch die Beſatzung wider das Schieſſen des Feindes bedecket wird, hat die Höhe der Bruſtwehre, und wird auch daher die Bruſtwehr genennet.

Lehr-Satz.

§. 12. Die heutige Attaque erfodert, daß ein Wall aufgeworfen werde, wenn man einen Ort oder die Vertheidiger bedecken will.

Beweis.

Unterſuchet alle Arten, wie eine Stadt oder eine Mannſchafft könne bedecket werden, ſo werdet ihr überall finden, daß keine bequemer als diejenige, welche von Erde aufgeführet worden, zumahl die übrigen entweder nicht vermögend der Gewalt des groben Geſchützes zu widerſtehen, oder auch zu koſtbar. Da nun beydes der Vollkommenheit der verlangten Bedeckung widerſpricht (§. 10.), und diejenige, welche von Erde aufgeführet worden, wenn ſie ihre gehörige Stärcke bekommen, ſo wohl der erſten Abſicht gemäß, als auch die wenigſten Koſten verurſachet, ſo wird man durch die heutige Attaque genöthiget, den Wall allen übrigen Bedeckungen von beſtimmter Art vorzuziehen (§. 11.).

Lehr-Satz.

§. 13. Die Bruſtwehr muß 6 bis 7 Schuh hoch, und 20 bis 24 Schuh dicke ſeyn.

Beweiß.

Das erſte wird von der Haupt-Abſicht der Bruſt-Wehr (§. 11.), und das zweyte von der Beſchaffenheit der Attaque (§. 10.) erfodert.

Lehr-Satz.

§. 14. Die Bruſt-Wehr muß gegen die Beſatzung einige Stuffen haben, welche die Banquets genennet werden.

Beweiß.

Die Beſatzung ſoll ſich von der Bruſt-Wehr wider den Feind mit Schieſſen vertheidigen können. Wo iſt dieſes möglich, wenn ſie nicht über die Bruſt-Wehr hinüber ſehen kan? Da nun aber die Bruſt-Wehr Mann hoch (§. 13.); ſo iſt nöthig, daß an derſelben gegen die Beſatzung einige Stuffen gemacht werden. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 15. Ein Banquet muß 3 Schuh breit und 1½ Schuh hoch ſeyn.

Erklärung.

§. 16. Es wird geſaget, daß der Feind unter die Stücke gerücket, wenn aus denſelben keine Schüſſe geſchehen können, welche nicht über den Kopf des Feindes weggehen.

Zuſatz.

§. 17. Wenn ſich demnach die Vertheidiger alſo geſtellet, daß der Feind unter ihre Stücke rücken kan, ſo haben ſie dem Feinde eine Blöſſe gegeben (§. 3.).

Lehr-Satz.

§. 18. Die Bruſt-Wehr muß gegen den Feind niedriger ſeyn, als gegen die Beſatzung, und der Wall muß nicht höher gemacht werden, als es die Tiefe erfodert.

Beweiß.

Machet die Brust-Wehr in ihrer Breite gleich hoch oder auch gegen den Feind höher, als gegen die Besatzung: so werdet ihr dem Feinde Gelegenheit geben, daß er leicht unter die Stücke rücken könne (§. 18). Da nun dieses der Vollkommenheit der Brust-Wehr widerspricht (§. 17. 4.): so wird von dieser Vollkommenheit erfodert, daß die Brust-Wehr gegen den Feind niedriger sey, als gegen die Besatzung. W. D. E.

Ist der Wall sehr hoch, so wird man wiederum dem Feinde Gelegenheit geben, daß er leicht unter die Stücke rücken könne (§. 16.): folglich wird auch dieses von der Vollkommenheit des Walles erfodert, daß er nicht ohne Noth zu hoch gemacht werde (§. 17. 4.). W. D. A.

1. Zusatz.

§. 19. Die Brust-Wehr muß gegen den Feind 2 bis 3 Schuh niedriger seyn, als gegen die Besatzung.

2. Zusatz.

§. 20. Erfodern die Umstände, daß der Wall hoch gemacht werde, so erfodert auch die Vollkommenheit des Walles, daß vor der Haupt-Brust-Wehr eine andere geleget werde, welche niedriger ist, als jene, und von welcher man den Feind horizontal beschiessen kan.

Lehr-Satz.

§. 21. An der Brust-Wehr, wo die Besatzung stehet, muß eine ebene Fläche seyn, welche so breit ist, daß das Geschütze darauf stehen, und von der Besatzung zur Vertheidigung könne gebraucht werden.

Beweis.

Weil die Brust-Wehr zu dem Ende aufgeworffen wird, daß sich die Besatzung hinter dieselbe wider den Angriff des Feindes vertheidigen könne (§. 11.); so wird auch dieser Lehr-Satz als eine unmittelbare Folge durch die Absicht der Brust-Wehr bestätiget.

Zusatz.

§. 22. Hieraus folget, daß der Wallgang zum wenigsten 20 bis 30 Schuh breit seyn müsse (§. 12.).

Lehr-Satz.

§. 23. Niedrigere Brust-Wehren, welche vor höhere gelegen werden, müssen durch einen Graben von einander abgesondert werden.

Beweis.

Wenn der Feind die obere Brust-Wehre beschiesset, so fällt die Erde herunter. Sollte nun die untere Brust-Wehr von der oberen nicht durch einen Graben abgesondert seyn, so würde die herunterfallende Erde den Gang um die untere Brust-Wehr füllen, und also diese zur Vertheidigung ungeschickt machen (§. 21.). W. z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 24. Die äussere Fläche eines Walles muß nicht perpendiculär stehen, sondern der Wall muß unten breiter seyn, als oben.

Beweis.

Der Feind kan den Wall leichter einschiessen, wenn dessen äussere Fläche perpendiculär stehet, als wenn der Wall unten breiter, wie oben ist (§. 29. Mech.). Je leichter der Feind den Wall einschiessen kan, desto grösser ist die Unvollkommenheit des Walles (§. 11.). Folglich erfordert die Vollkommenheit des Walles, daß er unten breiter sey, als oben. W. z. E. W.

Erklärung.

§. 25. Dieſe Schräge, welche der Wall an ſeiner äuſſeren Fläche bekommet, heiſt die Böſchung, Abdachung oder Droßirung (Talud.). Und der Unterſcheid der oberen Breite des Walles von der untern heiſt die Anlage. Die Böſchung des Walles gegen den Feind heiſt die äuſſere Böſchung; und die Böſchung des Wallgangs nach dem Ort, welcher befeſtiget worden, heiſt die innere Böſchung.

1. Anmerckung.

§. 26. Für gutes Erdreich iſt die Anlage der äuſſeren Böſchung der halben; für mittelmäſſiges $\frac{2}{3}$, und für ſchlimmes der ganzen Höhe des Walles gleich. Die Anlage der innern Böſchung wird auch bey gutem Erdreich der Höhe des Walles gleich gemacht; bey mittelmäſſiger und ſchlimmer Erde muß ſie gröſſer ſeyn.

2. Anmerckung.

§. 27. Sollte es der Raum nicht erlauben, eine ſo gemeſſene Anlage des Walles zu machen, ſo muß man die Böſchung des Walles mit einer Mauer befeſtigen, und dieſe wird die Innere Mauer genennet. Wird dieſe gebraucht, ſo nimmt man bey gutem Erdreich auf 6′, bey mittelmäſſigen auf 5′, und bey ſchlimmen auf 4′, der Höhe einen Schuh für die Anlage der Böſchung, und das Mauerwerck bekommt $\frac{1}{3}$ oder auch mehr, wenn es nicht das beſte iſt, $\frac{1}{2}$ der Höhe zu ſeiner Böſchung.

Erklärung.

§. 28. Die Vollkommenheit der Bruſt-Wehr erfodert, daß man dem Feinde den Angriff derſelben ſo beſchwerlich mache, als es immer möglich iſt.

Beweiß.

Die Beſatzung ſoll ſich hinter der Bruſt-Wehr gegen den Angriff des Feindes vertheidigen. (§. 22.) Je leichter demnach dieſe Vertheidigung geſchehen kan, deſto

desto gröſſer iſt die Vollkommenheit der Bruſt-Wehr. Je beſchwerlicher dem Feinde der Angriff der Bruſt-Wehr gemacht wird, deſto leichter kan ſich die Beſatzung hinter derſelben vertheidigen. Folglich erfodert die Vollkommenheit der Bruſt-Wehr, daß man dem Feinde den Angriff derſelben ſo beſchwerlich mache, als immer möglich iſt.

1. Zuſatz.

§. 29. Durch Palliſaden, Spaniſche-Reuter und am meiſten durch einen wohl ausgeworffenen Graben wird der Angriff der Bruſt-Wehr dem Feinde beſchwerlich gemacht. Folglich erfodert die Vollkommenheit der Bruſt-Wehr, daß man an deſſen Fuß Palliſaden, oder Spaniſche-Reuter, oder, wo es möglich iſt, einen Graben mache.

2. Zuſatz.

§. 30. Hieraus erhellet,

1) Wie weit der Graben ein Haupt-Stück bey einer Feſtung ſey.

2) Daß eine ſtarcke Feſtung eine ſtarcke Defenſion des Grabens erfodere.

Lehr-Satz.

§. 31. Der Graben muß von dem Fuſſe der Bruſt-Wehr durch einen ebenen Gang abgeſondert werden.

Beweiß.

Sollte der Graben unmittelbar an dem Fuſſe der Bruſt-Wehr ſtoſſen; ſo würde nicht nur der Wall, wenn er ſich ſetzet, einfallen, und den Graben füllen, ſondern auch der Feind würde durch das Einſchieſſen der Bruſt-Wehr den Graben mit leichter Mühe füllen, und alſo durchgehen können. Da nun beydes der Abſicht des Grabens zuwider iſt (§. 29. 30.): ſo iſts klar, daß der Graben von dem Fuſſe der Bruſt-Wehr durch einen ebenen Gang abzuſondern. W. Z. E. W.

Erklärung.

§. 32. Dieſer Gang um den Fuß des Walles unten, an dem Graben, wird die Tenne (Berme) genennet.

Zuſatz.

Aus der Abſicht der Berme folget,

1) Daß ſolche nicht unter 6 Schuh breit ſeyn muß.

2) Daß ſolche an dem Graben entweder mit lebendigen Dornen-Hecken zu beſetzen, oder zu verpalliſadiren.

Lehr-Satz.

§. 34. Die Breite des Grabens vor der Bruſt-Wehr muß ſo groß ſeyn, daß der Feind über denſelben keine Bäume legen könne; und die Tiefe des Grabens muß nach Beſchaffenheit der Umſtände alſo eingerichtet werden, daß der Feind denſelben nicht füllen könne.

Beweis.

Beydes folget unmittelbar aus der Abſicht des Grabens (§. 28. 29. 30.).

Zuſatz.

Hieraus erhellet, warum die Breite des Grabens zunächſt zur Vertheidigung einer Bruſtwehr dienen ſoll, nicht unter 6°, wohl aber bis 12° breit ſeyn muß.

Erklärung.

§. 35. Die Urſache, warum die Bruſt-Wehr eine Böſchung haben ſoll (§. 24.), iſt auch bey dem Graben zu finden. Daher auch dieſer mit einer Böſchung zu verſehen. Die innere Böſchung des Grabens nach der Bruſt-Wehr des Walles heißt la ſcarpe, und die äuſſerliche Böſchung des Grabens nach der Gegend wo der Feind ſtehet, wird la contre ſcarpe genennet.

Zusatz.

§. 37. Die Contrescarpe muß von der Brustwehr, um welche der Graben geführet worden, vollkommen können vertheidiget werden (§. 30. 28.).

Anmerckung.

§. 38. Es ist zwar ein allgemeines Sprich-Wort, Contrescarpe verlohren alles verlohren; es erhellet aber aus dem vorhergehenden, daß dieses falsch sey.

Lehr-Satz.

§. 39. Die Vollkommenheit einer Festung erfodert, daß man die Graben aufs höchste in der Höhe eines Mannes horizontal beschiessen könne.

Beweiß.

Je besser der Anmarsch des Feindes zur Contrescarpe zu verhindern, desto gröser ist die Vollkommenheit der Festung (§. 37.). Daß das beste Mittel diesen Anmarsch zu verhindern, wenn der Graben aufs höchste in der Höhe eines Mannes horizontal könne beschossen werden, solches bestätiget der Beweiß des §. 18. Folglich wird auch dieses zur Vollkommenheit einer Festung erfodert. W. z. E. W.

Zusatz.

§. 40. Sollte demnach die Brust-Wehr des Haupt-Walles zu hoch seyn, so erfodert die Vollkommenheit der Festung, daß vor dieser eine niedrigere Brust-Wehr aufgeführet werde, von welcher der Graben auf die bestimmte Art könne beschossen werden (§. 20.).

Erklärung.

§. 41. Dieses ist der Grund von der Fausse braye, welche auch der Unter-Wall genennet wird. Denn

man verstehet dadurch eine niedrige Brust-Wehr, welche vor einer erhabenen gelegt wird, um den Graben horizontal zu beschiessen.

1. Zusatz.

§. 42. Die Fausse braye muß alle Eigenschafften haben, welche von einer Brust-Wehr sind erwiesen worden.

2. Zusatz.

§. 43. Die Fausse braye muß von der höhern Brust-Wehr durch einen Graben abgesondert werden (§. 23.).

Anmerckung.

§. 44. Die Fausse braye wird von den Franzosen in Fausse braye attachée und Fausse braye detachée eingetheilet. Von diesem Unterschiede kann in den Fürlesungen umständlicher gehandelt werden.

Lehr-Satz.

§. 45. Alle Brust-Wehren müssen an einem solchen Ort geleget werden, in dessen Gegend keine Höhen, von welchen sie der Feind beschiessen kan.

Beweiß.

Solten in der Gegend, wo Brust-Wehren aufgeführet werden, solche Höhen seyn, von welchen der Feind die Brust-Wehren beschiessen kan, so würde sich die Besatzung mit der Brust-Wehr nicht bedecken können. Dieses aber ist der Absicht der Brust-Wehr zuwider (§. 11.).

Lehr-Satz.

§. 46. Die Brust-Wehren können nicht in einer Linie, oder auch wie ein Viel-Eck nach den Seiten des Platzes fortgeführet werden: sondern man muß hin und wieder einige Wercke über dem Wall weiter hinaus legen.

Beweiß.

Eine jede Linie an der Festung soll von einer andern mit einer Musqueten können vertheidiget, oder wie man redet, bestrichen werden (§. 10.). Wollte man nun die Brust-Wehre in einer Circul-Linie, oder in einer andern krummen in sich selbst lauffende Linie, oder auch nach den Seiten des Platzes in Gestalt eines Viel-Eckes herum führen, so würde diese Absicht unmöglich können erhalten werden.

Erklärung.

§. 47. Die Wercke, welche über den Wall weiter hinaus gelegt werden, heissen Bollwercke oder Bastteyen (Bastions.).

Lehr-Satz.

§. 48. Die Bollwercke müssen spitzig zulauffen.

Beweiß.

Nehmet das Gegentheil, so werdet ihr allezeit todte Winckel bekommen, das ist, ihr werdet dem Feinde eine Blösse geben. Dieses aber ist der Vollkommenheit der Festungs-Wercke zuwider (§. 4.).

Erklärung.

§. 49. Die beyden äussersten Linien, welche die Bollwercks Puncte oder Spitze formiren, werden die Gesichts-Linien (Faces) genennet.

1. Zusatz.

§. 50. Wenn den Feind die Spitze des Bollwercks weggeschossen, so hat er einen todten Winckel vor dem Walle (§. per dem. §. 48.), folglich wird er die Flancken zu erst mit seinem Geschütze angreiffen. Und also erfodert die Vollkommenheit einer Festung, daß man vornemlich auf die Vertheidigung der Flancken bedacht sey. In solcher Absicht lässet deren Grösse aufs höchste 30 rheinländische Ruthen.

2. Zuſatz.

§. 54. Die Bollwercke werden über dem Wall nicht hervorgeleget (§. 47.) folglich kan man von den Cortinen den Feind in der Weite am beſten beſchieſſen; und derowegen müſſen ſie nicht gar zu klein ſeyn. In ſolcher Abſicht werden ſie nicht kleiner, als 24 rheinländiſche Ruthen gemacht.

Erklärung.

§. 52. Der Theil des Walles, der zwiſchen zweyen Bollwercken liegt, wird die Cortine (la Courtine) genennet.

Zuſatz.

§. 53. Die Cortine muß nicht länger ſeyn, als daß ſie von beyden an ſie ſtoſſenden Bollwercken mit Musqueten Schuſſe beſtrichen werden (§. 10. 42. 47.)

Anmerckung.

§. 54. In der holländiſchen Fortification werden ſie 40 rheinländiſche Ruthen lang gemacht. Ich finde aber keine Urſache dieſes Maaß bey den Cortinen als allgemein feſt zu ſetzen. Denn überall eine Abſicht, wird erlauben, daß man ſolches nach Beſchaffenheit des Umſtandes kürtzer machen kan.

Lehr-Satz.

§. 55. Die Bollwercke können nicht aus bloſſen Faſen beſtehen.

Beweis.

Wollet ihr die Bollwercke aus bloſſen Faſen machen, ſo werdet ihr beſtändig todte Winckel bekommen, dieſes aber iſt dem Haupt-Grunde der Vertheidigung zuwider (§. 4.)

Erklärung.

§. 56. Daher iſt es nöthig, daß die Faſen in der Mitten gebrochen werden, woher die Bollwercke zwey

Theile

seile bekommen. Die Theile, welche den Bollwerckswinckel machen, das ist, die Faſen genannt, und die Theile, welche dieſe an die Cortin anhängen, werden Flanquen (les flancs) genennet.

Lehr-Satz.

§. 57. Von der Flanque muß man die Faſe des gegen über ſtehenden Bollwercks mit einem Musqueten-Schuſſe vertheidigen können.

Beweis.

Die Bollwercke werden zu dem Ende heraus geleget, daß von dem einen das andere mit einem Musqueten-Schuſſe zu vertheidigen (per Idem. §. 46.). Dieſe Vertheidigung geſchiehet entweder von der Faſe, oder von der Flanque. Daß das erſte unmöglich, ſolches erhellet unmittelbar aus der Lage, vermöge welcher die Faſe in ihre eigene Wercke einſchieſſen würde, wenn man von den Faſen die gegen über ſtehende Bollwercke vertheidigen wollte. Folglich wird das andere erfordert. Und alſo erhellet, daß die Flanquen alſo angelegt werden müſſen, daß von denſelben die Faſen der gegen über ſtehenden Bollwercke mit einem Musqueten-Schuſſe können vertheidiget werden. W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 58. Der Musqueten-Schuß reichet nicht weiter als 60 bis 70 rheinländiſche Ruthen. Folglich müſſen die Flanquen alſo angeleget werden, daß die Linie, welche von denſelben mit den Faſen der gegen über ſtehenden Bollwercke parallel gezogen worden, nicht über 60 bis 70 rheinländiſche Ruthen ſind.

Erklärung.

§. 59. Die Defens-Linie oder Streich-Linie iſt diejenige Linie an einer Feſtung, welche der Musqueten-Schuß gegen die Faſe und Flanque beſtreichet.

Zuſatz.

§. 60. Folglich muß keine Defens-Linie über 60 Grad rheinländiſche Ruthen lang ſeyn (§. 58.).

Lehr-Satz.

§. 61. Die Flanquen ſind vollkommener, wenn ſie perpendiculär auf der Defens-Linie, als wenn ſie perpendiculär auf der Cortine ſtehen.

Beweis.

Stehen die Flanquen perpendiculär auf der Defens-Linie; ſo können alle Geſchütze, welche die gegen über ſtehende Faſe vertheidigen ſollen, auch derſelben perpendiculär ſchieſſen, dieſes aber iſt nicht möglich, wenn die Flanquen auf der Cortine perpendiculär ſtehen (§. 58.). Folglich können in dem erſten Falle mehrere Schüſſe von der Flanque geſchehen, und die Stücke alle gegen die ſelben leichter gerichtet werden, als in dem andern Falle (§. 38. Art.). Welches vollkommen beſtätiget, daß die Flanquen weit vollkommener, wenn ſie perpendiculär auf der Defens-Linie, als wenn ſie perpendiculär auf der Cortine ſtehen (§. 57.). W. S. E. W.

Erklärung.

Tab. I. Fig. 1.

§. 62. Anfangs ſetzte man die Flanquen perpendiculär auf die Cortinen. Wenn nun die Faſe des überſtehenden Ballwercks AF bis an die Cortine HE verlängert wurde bis in G, ſo wurde die Linie AG die ſtreichende Defens-Linie (la ligne de defenſe flanquante), die Linie AH die beſtändige Defens-Linie (la ligne de defenſe fichante), und das Stück von der Cortine HG die Second-Flanque genennet.

Zuſatz.

§. 63. Es werden demnach von der Vollkommenheit der Befeſtigung alle Second-Flanquen und alle ſtreis

streichende Defens-Linien verworffen, in wieferne diese es verhindern, die Flanquen perpendiculär auf die Defens-Linie zu ziehen (§. 61.);

Lehr-Satz.

§. 64. Die Flanquen sind vollkommener, wenn etwas eingezogen, als wenn sie in einer geraden Linie fortgehen.

Beweiß.

Aus dem Ursprung der Flanquen folget unmittelbar, daß diese nicht nur zur starcken Defension des Bollwercks, sondern auch zur starcken Defension des Grabens dienen müssen (§. 56. ff.). Also erfodert die Vollkommenheit einer Festung, daß die Flanquen bedecket werden, damit solche nicht so gleich von dem Feinde können beschossen werden (§. 7.). Derowegen ist es thig, daß sie unten eingezogen werden, damit der erste Theil den unersten zu bedecken vermögend. W. E. W.

Erklärung.

§. 65. Dieser obere Theil der Flanque, welcher zur Bedeckung des unteren und eingezogenen Theils dienet, heißt das Orillon genennet. Und der untere Theil, welcher eingezogen, heißt die retirirte Flanque.

Zusatz.

§. 66. Die Flanque muß nicht ohne Noth verkürtzet werden (per dem. §. 61.). Man muß demnach das Orillon so klein machen, als sich thun läst.

Anmerckung.

§. 67. Vauban hat in seiner ersten Art zu befestigen das Orillon rund und die retirirte Flanque eingebogen gemacht, und zum Orillon den dritten Theil der Flanque genommen. Blondel hingegen und andere haben sp wohl das Orillon, als auch die retiricte Flanque nach einer geraden Linie angeleget, und zum Orillon 5. genommen.

Lehr-Satz.

§. 68. Die Flanquen ſind vollkommener, wenn das Orillon rund und die retirirte Flanque eingebogen gemacht, als wenn beyde nach einer geraden Linie angeleget.

Beweiß.

Der Feind wird alle Mühe anwenden, die Flanquen einzuſchieſſen (per defil. §. 64.). Folglich müſſen ſie alſo angeleget werden, daß ſie von dem Feinde nicht ſo leicht können eingeſchoſſen werden. Die Schüſſe, ſo gerade zu gehen, ſind ſtärcker, als die andern. Folglich müſſen die Flanquen alſo angeleget werden, daß den Feind ſolche nicht in vielen Puncten gerade beſtreichen kan. Sind ſie eingebogen gemacht, ſo kan nicht mehr als ein Schuß die Flanque gerade zu treffen, ſind ſie aber nach einer geraden Linie angeleget, ſo kan der Feind alle Puncte der Flanque gerade beſtreichen. Folglich ſind die Flanquen vollkommener, wenn ihr Orillon rund und die retirirte Flanque eingebogen gemacht, als wenn beyde nach einer geraden Linie angeleget. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 69. Je mehr Flanquen hinter einander geleget werden, deſto ſtärcker wird die Feſtung.

Beweiß.

Wohl angelegte Flanquen geben einer Feſtung die ſtärckſte Vertheidigung (§. 55. ſ.). Wer will demnach zweiffeln, daß die Stärcke einer Feſtung dadurch zunehme, wenn viele Flanquen hinter einander geleget werden. Es erhellet auch die Richtigkeit dieſes Satzes aus dem Beweiſe, womit der §. 61. iſt beſtätiget worden.

Anmerckung.

§. 70. Dieſes iſt der Grund von den niedergeſenckten Flanquen, bey deren Bau dasjenige zu mercken, was §. 67. erinnert worden.

Erklärung.

§. 71. Die gerade Linie AB, welche von dem einem Bollwercks-Puncte A, bis zu den andern B gezogen wird, heist die äussere Polygon, und die Linie CD die innere Polygon. Tab. I. Arch. Mil. Fig. 1.

Erklärung.

§. 72. Die Grösse dieser äusseren Polygon theilet die Festung in groß-klein- und mittel Royal-Festungen. Grosse Royal-Festungen werden genennet, woran die äussere Polygon 100, die innere aber 60 bis 70 Ruthen lang ist. Mittel Royal-Festungen, woran die äussere Polygon 70 bis 80, hingegen die innere 50 bis 60 Ruthen lang ist. Kleine Royal-Festungen heissen diejenigen, deren äussere Polygon 60 bis 70 Ruthen, die innere hingen 40 bis 50 Ruthen lang ist.

Anmerckung.

§. 73. Gemeiniglich macht die äussere Polygon beständig 90 Ruthen lang.

Erklärung.

§. 74. Der Eingang in das Bollwerck ECO wird die Kehle (Gorge) genennet. Und die Linien, welche den Eingang in das Bollwerck formiren, nemlich CE und CO, sind die Kehl-Linien (Demi-Gorges). Tab. I. Arch. Mil. Fig. 1.

1. Zusatz.

§. 75. Die Kehl-Linien werden von der inneren Polygon abgeschnitten (§. 71.), und ihre Grösse richtet sich nach dem, ob das Bollwerck weit, oder enge werden soll (§. 74.).

2. Zusatz.

§. 76. Ist das Bollwerck weit, so können mehrere Flanquen hinter einander geleget werden, als wenn es enge. Und aus dieser Ursache sind grosse Kehlen besser, als enge (§. 69.).

Erklärung.

§. 77. Der Radius, damit der Circul beſchrieben wird, darein man die innere Polygon träget, nemlich IC heiſt der kleine *Radius*. Und der Radius AI, damit der Circul beſchrieben wird, der durch die Bollwercks-Punete gehet, wird der groſſe *Radius* genennet. Der Unterſcheid des groſſen Radii von dem kleinen Radio, nemlich die Linie AC heiſt die Capital- oder Haupt-Linie (la Capitale).

Anmerckung.

§. 78. Wenn man einen Ort fortificiren will, ſo fortificiret man denſelben entweder von auſſen hineinwerts, oder von innen heraus. Zu der erſten Art braucht man den groſſen Radium, und zu der andern Art den kleinen Radium, und alſo die Capital-Linie zu wiſſen.

Erklärung.

§. 79. Nachdem ich den Unterſcheid der Linien erkläret, ſo will ich auch die Benennungen der Winckel beſtimmen. Der Winckel, welcher von der Polygon beſtimmet wird, ECO oder BAK, heiſt der Polygon-Winckel. Wie dieſer in einem regulären Vieleck zu finden, ſolches lehret der §. 258. Geom. Es wird auch dieſer Winckel bey der innern Polygon der Aehl-Winckel genennet. Der Winckel FAN, welchen die Faſen beſtimmen, heiſt der Bollwercks-Winckel (Angle du Baſtion). Der Winckel AFE, welchen die Faſe mit der Flanque machet, wird der Schulter-Winckel (Angle de l'Eſpaule) genennet. Der Winckel, welchen die beyden Radii, ſo aus den Enden der innern Polygon gezogen werden, bey dem Mittel-Punct der Polygon machen, nemlich BIA heiſt der Centri-Winckel (Angle du Centre). Wie dieſer in einer regulären Polygon zu finden, ſolches lehret der §. 256. Geom. Der Winckel, welcher die beſtändige Defen-

ſen-

fens-Linie AH mit der Courtine HE machet, nemlich AHE heist der Streich-Winckel. Der streichende Winckel (Angle flanquant) ist, den die Flanque mit der Defens-Linie machet. Endlich der Winckel GAB, welchen die kleine Defens-Linie AG mit der äusseren Polygon AB machet, wird der kleine Winckel (Angle diminue) genennet.

1. Zusatz.

§. 80. Der §. 63. lehret es, wie weit der kleine Winckel von einer vollkommenen Festung verworfen werde.

2. Zusatz.

§. 81. Ist der Bollwercks-Winckel gar zu spitzig, so wird das Bollwerck sehr enge. Dieses aber ist eine Unvollkommenheit (§. 76.). Ist der Bollwercks-Winckel gar zu groß, so würde der Feind sehr viele Blössen gewinnen, wenn er die Spitze des Bollwercks eingeschossen (§. 50.). Dieses ist der Grund, warum man die Grösse dieses Winckels zwischen 60 und 100 Grad setzet.

Anmerckung.

§. 82. Die Holländer nehmen zu diesem Winckel $\frac{2}{3}$ von dem Polygon-Winckel.

3. Zusatz.

§. 83. In einer vollkommenen Festung ist der streichende Winckel ein rechter Winckel (§. 61.).

Erklärung.

§. 84. Eine Festung heist *regulaire*, wo die fortificirten Winckel und Linien, so einerley Nahmen führen, auch gleiche Gröss haben. Hingegen *irregulaire*, wo die fortificirten Winckel und Linien, so einerley Nahmen führen, einander an der Gröss nicht gleichen.

Aufgabe.

Tab. I. Arch. Mil. Fig. 2.

§. 85. Den Grund einer regulären Feſtung nach zuvor erwieſenen Lehr-Sätzen zu zeichnen.

Auflöſung.

1) Beſchreibet das reguläre Viel-Eck, aber doch ſo, daß die Polygon nicht über 100 Ruthen bekommet (§. 72. ſiehe §. 259. ff. Geom.). Als in dieſem Fall ein reguläres 5 Eck.

2) Ziehet die Radios EF, DF und ſo weiter.

3) Auf dieſe traget aus den Spitzen der Polygon den Bollwercks-Winckel (§. 81.), ſo daß dieſer von den Radiis in zwey gleiche Theile getheilet wird.

4) Aus den Spitzen der Polygon traget auf die Linien, welche den Bollwercks-Winckel beſtimmen, die Defens-Linie (§. 59.) DH, EI und ſo weiter.

5) Auf dieſen richtet Perpendicul-Linien nach den Faſen, ſo habt ihr die Flanquen (§. 56. 68.) IL, MH und ſo weiter.

6) Ziehet die Puncte HI zuſammen, ſo bekommet ihr die Courtine.

7) Wollt ihr retirirte Flanquen mit einem Orillon haben, ſo theilet die Flanque in zwey Theile nach dem §. 66. 67.

8) Richtet auf die Helffte des oberſten Theils eine Perpendicul-Linie in das Bollwerck, und aus dem Schulter-Winckel ziehet gleichfalls eine Perpendicul-Linie in das Bollwerck, wo ſich dieſe beyde Linien ſcheiden, da iſt der Mittel-Punct von dem Orillon, und könnt ihr alſo dieſes mit einem Circul beſchreiben.

9) Nehmet die gantze Flanque, und ſuchet mit deren Weite einen gewiſſen Punct auſſer dem Bollwerck, ſo könnet ihr aus dieſem Puncte mit einem Circul den unterſten Theil der Flanque beſchreiben. Auf gleiche Art können niedergeſenckte Flanquen gezeichnet werden (§. 70.).

10) Zie-

10) Ziehet mit dieser Brust-Wehr in der Polygon zwo Parallel-Linien, in der Weite der Banquets (§. 45.).

11) Mit der Courtine und den Flanquen ziehet ausser der Polygon die Fausse-braye in ihrer gehörigen Weite parallel (§. 42.), und an dieser Brust-wehr die gehörige Banquets.

12) Endlich beschreibet um die Fausse braye und den gezeichneten Wall den Graben (§ 35.), so habt ihr den Grund-Riß verfertiget.

Erklärung.

§. 86. Durch das Profil einer Festung verstehet man einen Riß, der die Fläche vorstellet, welche heraus kommt, wenn man den Wall mitten durchschnitte, und folglich die Breiten und Höhen der Wercke anzeigen will.

Anmerckung.

§. 87. Z. E. Fig. 3. Tab. I. stellet das Profil eines Haupt-Walles mit einer Fausse braye und den Graben vor. Die Buchstaben haben gesetzet, um in den Erklärungen das Profil zu erklären. Wie ein Profil zu zeichnen, solches wird ein jeder ohne fernere Erläuterung verstehen, weil zuvor die Breiten, Höhen, und Tiefen aller Theile sind bestimmet worden.

Zweyter Abschnitt.

Von den Aussen-Wercken, irregulären Festungen, Citadellen und Feld-Schantzen.

Erklärung.

§. 88. Aussen-Wercke (les Dehors) sind alle Wercke bey einer Festung, welche über den Graben des Haupt-Walles hinausgeleget werden.

ter halber Mond (Demilune), oder die Faſen dieſes Auſſen-Werckes laufen mit den Faſen des Bollwercks parallel, und alsdenn heiſt es eine Cöurte-Garde oder Conſerve.

Zuſatz.

§. 94. Die Faſen des Ravelin müſſen von denen anliegenden Flancquen können vertheidiget werden (§. 90.). Aus dieſer Urſache wird die Capital-Linie des Ravelin insgemein 20 bis 30 Ruthen lang.

Aufgabe.

Tab. I. Fig. 2.

§. 95. Ein Ravelin vor die Courtine zu zeichnen.

Auflöſung.

1) Ziehet die Bruſt-Wehr von dem Ravelin, welche auf verſchiedene Art zu zeichnen.

a) Nehmet mit einem Circul die Courtine und eine Kehl-Linie zuſammen, und beſchreibet mit dieſer Länge, aus den äuſſerſten Puncten der Kehl-Winckel über dem Graben, Circul-Bögen. Der Durchſchnitt iſt die Spitze an dem Ravelin. Ziehet aus dem Kehl- und Schulter-Winckel über dem Graben nach dieſen Punct gerade Linien, ſo habt ihr die Faſen.

b) Theilet die Kehl-Linien in zwey gleiche Theile. Durch dieſe Puncte und Schulter-Winckel ziehet über den Graben gerade Linien, ſo habt ihr das Ravelin.

c) Ziehet aus der Mitte der Courtine über den Graben eine Perpendicul-Linie. Dieſe macht über den Graben 20 bis 30 Ruthen lang. An dieſem äuſſerſten Punct ſetzet auf jeder Seite einen Winckel von 45°, ſo könnt ihr die Faſen bis an den Graben ziehen.

2) Zie-

2) Ziehet die Banquets und den Wallgang, wie §. 85. Reg. 10. gezeiget.

3) Mit den Fasen des Ravelin ziehet Parallel-Linien in der Weite des Grabens (§. 91.) bis an den Haupt-Graben, so daß jene in diesen laufft; so habt ihr das Ravelin mit allem Zugehör beschrieben.

Anmerckung.

§. 96. Wie eine Contre-Guarde zu zeichnen, solches wird ein jeder aus dem Begriff beurtheilen können, der die vorhergehende Auflösung zur Ausübung gebracht. Es sind die Contre-Guarden aus den alten halben Monden entstanden, weil diese sehr schlechte Defension gegeben. Pagan und der Baron von Rufenstein verlängern die Contre-Guarden bis an das Ravelin, und wenn dieses, so sind die Fasen von dem Ravelin, Flanquen von der Contre-Guarde (§. 56.), wodurch dieses ein Aussen-Werck von starcker Defension wird (§. 56. f.).

Erklärung.

§. 97. Wenn das Aussen-Werck aus gleich langen Fasen bestehet, die einen eingebogenen Winckel machen, und durch lange Brust-Wehre an den Graben geleget werden, so wird solches eine Scheere (Tenaille) genennet, und zwar eine einfache Scheere (simple Tenaille), wenn es nur zwo Fasen hat, eine doppelte Scheere (double Tenaille), wenn es mehr als zwo Fasen hat. Und dieses heist ein Schwalben-Schwantz (Queue d'hironde) oder Pfaffen-Mütze (Bonnet à Prêtre), wenn die Brust-Wehren, womit sie an dem Graben gehänget worden, unten näher bey einander sind, als oben.

Aufgabe.

§. 98. Eine Scheere vor die Courtine zu zeichnen. Tab. I. Fig. 4.

Auflösung.

1) Verlängert die Flanquen 40 bis 60 Ruthen, und ziehet von B nach C eine blinde Linie.

wenn die Flanquen auf die Courtin 2) Diese perpendiculer stehen à priori da die Linien parallel seyn, die Scharten wegen aber so weit von einander gleich weit wenn aber die Flanquen perpendiculer auf

2) Dieſe theilet in 4 gleiche Theile, und aus deſſen Mittel-Punct laſſet eine Perpendicul-Linie DE gegen die Feſtung fallen, welche gleich ½BC.

3) Ziehet von B nach E, und von C nach E gerade Linien; ſo habt ihr die Bruſt-Wehr von der einfachen Scheere.

Zuſatz.

§. 99. Alle Scheeren geben einen todten Winckel (§. 3.), folglich ſchlechte Defenſion (§. 4.). Daher können dieſe nicht gebraucht werden, wo eine ſtarcke Defenſion nöthig.

Anmerckung.

§. 100. Um die Defenſion der Scheere zu verſtärcken, ſo wird über den Graben vor den eingebogenen Winckel ein Ravelin geleget, welches auf dieſe Art zu zeichnen:

1) Aus dem Winckel des Grabens ziehet eine Perpendicul-Linie in der Länge von der halben Faſe der Scheere.

2) Ziehet aus dieſem Punct gerade Linien nach den Flanquen, in welchen die Faſen in zwey gleiche Theile getheilet, und ſo weiter.

Erklärung.

§. 101. Beſtehet das Auſſen-Werck nur aus Faſſen, welche nicht gleich lang (§. 93.); ſo wird es vor eine Seite eines Ravelins geleget, und eine Brille (Lunette) genennet.

Aufgabe.

Tab. I. Fig. 2. a. b. §. 102. Die Brillen MM vor das Ravelin O nach Vaubans Art zu zeichnen.

Auflöſung.

1) Verlängert die Faſen des Ravelins über den Graben, ſo daß die Linien über den Graben 13 bis 14 Ruthen.

2) An dem groſſen Graben ſchneidet von dem Graben das Ravelin 5 bis 6 Ruthen ab.

3) Zie-

3) Ziehet diesen äusserſten Punct mit dem oberen zusammen; so habt ihr die Brust-Wehr von der Brille.

4) Die Banquets und der Graben können, wie zuvor, beschrieben werden.

Zusatz.

§. 103. Der Anblick lehret schon, daß diese Brillen schlechte Defension haben (§. 90.). Sollen sie also gebraucht werden, so ist zum wenigsten nöthig, daß zwischen ihnen in Q noch ein Aussen-Werck gelegt werde. Hierzu hat Vauban ein kleines Ravelin erwehlet, welches auf folgende Art zu zeichnen. Tab. I. Fig. 2. n. 9.

1) Schneidet aus dem Punct f und h, wo die Graben der Brillen in die Graben des Ravelin lauffen, an den Graben der Brillen nach g und i linien von 7 bis 8 Ruthen ab.

2) Machet aus g und i mit der Weite von 10 Ruthen einen Durchschnitt in K; so könnet ihr die Fasen, und alsdenn die Banquets und den Graben, wie zuvor, ziehen.

Erklärung.

§. 104. Bestehet ein Aussen-Werck nicht allein aus Fasen, sondern auch aus Flanquen (§. 93.); so werden diese entweder mit Cortinen verknüpffet oder nicht. Ist dieses, so wird das Aussen-Werck nach dem Vauban ein halber Mond genennet.

Zusatz.

§. 105. Ein halber Mond nach Vaubans Manier hat stärckere Defension, als ein alter halber Mond (§. 56. f.)

Aufgabe.

§. 106. Aus einem Ravelin z. E. O nach Vaubans Manier einen halben Mond zu machen. Tab. I. Fig. 2.

Auflösung.

1) Traget auf die Fasen des Ravelins aus A nach C und aus B nach D eine Linie von 6 Ruthen.

2) Aus

2) Aus C und D laſſet auf AB bis an den Haupt-Graben Perpendicul-Linien fallen, ſo habt ihr die Bruſt-Wehr des halben Mondes, welchen ihr, wie zuvor, ausziehen könnet.

Erklärung.

§. 107. Beſtehet endlich das Auſſen-Werck aus Faſen, Flanquen und Cortinen (§. 93.); ſo ſind es entweder zwey halbe Boll-Wercke mit einer Cortine, oder es ſind ein gantzes und zwey halbe Boll-Wercke mit Cortinen zuſammen gehenget. Iſt jenes, ſo heiſſet es ein Horn-Werck (Ouvrage à Corne), und wenn dieſes, ein Kron-Werck (Ouvrage à Couronne). Die Bruſt-Wehre, womit die äuſſerſten Spitzen dieſer Wercke an das Haupt-Werck gehänget werden, heiſſen die Flügel. Dieſe gehen entweder unmittelbar bis an den Haupt-Graben, oder ſie werden durch einen beſondern Graben an den Haupt-Graben gehangen. Wenn dieſes, ſo wird es ein detachirtes Horn- und detachirtes Kron-Werck genennet.

1. Zuſatz.

§. 108. Damit das Horn- und Kronen-Werck den Haupt-Wall könne beſtrichen werden, ſo müſſen die Flügel nicht über 50 bis 60 Ruthen machen.

2. Zuſatz.

§. 109. Vor die Cortinen des Horn- und Kron-Wercks können zur Bedeckung Ravelins geleget werden (§. 93.).

Aufgabe.

Tab. I. Fig. 2. §. 110. Ein Horn-Werck vor die Cortine zu zeichnen.

Auflöſung.

1) Verlängert die Flanquen auf 50 bis 60 Ruthen (§. 108.), und ziehet von A nach B eine blinde Linie.

2) Dieſe

2) Diese theilet in 8 gleiche Theile, und machet die Perpendicul 10 Ruthen lang.

3) Ziehet aus C und D die Defen-Linien (§. 68.), so kommet ihr die Flanquen, die Cortine und also die Brust-Wehr von dem ganzen Haupt-Werck ziehen (§. 85.).

4) Die Banquets, den Graben und das Ravelin ziehet wie zuvor.

Aufgabe.

§. 111. Ein Aron-Werck zu zeichnen. Tab. I. Fig. 6.

Auflösung.

1) Theilet die Cortine in zwey gleiche Theile, und machet also die Mitte der Cortine zum Perpendicul-Punct. Sollen 60 Ruthen lang werden, ehe das Aron-Werck vor das Boll-Werck kommt, so verlängert die Capital 60 Ruthen.

2) Auf jeder Seite dieser Linien beschreibet ein [illegible] Weck (Arc) [illegible] so ist das Aron-Werck gezeichnet.

Erklärung.

§. 112. Damit die Besatzung um die Festungs-Wercke sicher liegen kan, so wird um den äussersten Graben ein breiter Gang parallel gezogen, und dieser auch mit einer Brust-Wehr bedecket, die sich in das Feld hinein verläufft. Diese Brust-Wehr wird das *Glacis*, ingleichen Esplanade, und der Weg der bedeckte Weg (Chemin couvert) genennet. Wo das Glacis den bedeckten Weg einen gezogenen Winckel macht, da werden ebene Plätze gemacht, um die Besatzung zu exerciren. Diese heissen die Waffen-Plätze (Places d'armes).

Zusatz.

§. 113. Dem Feind muß der Angrif von dem Glacis beschwerlich gemacht werden (§. 28.). Aus dieser Ursache legen einige von das Glacis einen Graben, andere verpallisadiren solches, und so weiter.

Erklärung.

§. 114. Einen Weg einfilliren heist, denselben nach der Länge mit einer Kugel durchstreichen.

Zusatz.

§. 115. Wo der Feind die Wege, in welchen die Besatzung stehet und arbeitet, einfilliren kan, so darf die Festung eine sehr grosse Blöse (§. 3.).

Erklärung.

§. 116. Diese zu vermeiden, so leget man quer durch solche Gänge Brust-Wehren, welche Traverse Wälle (Traverses) genennet werden.

Erklärung.

§. 117. Damit auch endlich die Besatzung für den fallenden Bomben desto sicherer seyn könne, so leget man in den Gängen der Festungs-Wercke hin und wieder solche Gänge an, welche entweder mit einer hölzernen Decke oder mit einem steinernen Gewölbe versehen, und alsdenn mit so vieler Erde überschüttet werden, daß keine Bomben, Steine und dergleichen durchfallen können; solche Wercke werden *Caponieres* genennet. Sind diese auf beyden Seiten mit Brust-Wehren und Pallisaden verwahret, so sind es ganze, sind sie aber eine Seite offen, halbe *Caponieres*.

Aufgabe.

§. 118. Einen irregulären Platz zu fortificiren.

Auflösung.

1) Leget den Platz nach den Regeln der Geometrie in Grund.

2) Mes-

2) Messet alle Linien; diejenigen, welche gleich einer Linie in einer regulären Festung (§. 72.), befestiget nach den Regeln, welche zur Befestigung eines regulären Platzes vorgeschrieben.

3) Sind einige Linien zu groß, so schneidet von derselbigen so viel ab, als zu einer regulären Festung erfodert wird, und befestiget diese wie zuvor. Was übrig bleibet, muß entweder von den anstossenden Boll-Wercken, oder durch eine Fausse-braye, Contre-Guarde oder ein ander starckes Aussen-Werck vertheidiget werden.

4) Sind die Linien zu klein, so leget, wo möglich, in ihrer Mitte die Boll-Wercke, und alsdenn verfahret wie Reg. 3. gezeiget worden. Tab. II. Fig. 6.

Anmerckung.

§. 119. Wer glaubet, daß diese Regeln zu kurtz, der zeige einen irregulären Platz, welcher nicht nach denselben vollkommen starck zu befestigen. Nur ist zu mercken, daß bey der Anwendung dieser Regeln, dasjenige genau zu beobachten, was in dem ersten Abschnitt von der Vollkommenheit der Festungs-Wercke erwiesen worden.

Erklärung.

§. 120. Durch die Castelle oder Citadellen verstehet man kleine reguläre Festungen mit 4. 5 bis 6 Boll-wercken, welche vor eine grosse Festung geleget werden, um solche zu vertheidigen.

1. Zusatz.

§. 121. Will man durch das Castell Gassen vertheidigen, so muß solches also angeleget werden, daß man die Gassen von ihren Wercken enfiliren könne (§. 114.)

2. Zusatz.

§. 122. Sollte vor einem Festungs-Werck ein erhabener Ort liegen, von welchem der Feind solches beschiessen könne, so ist nöthig, daß auf denselben ein Castell geleget wird (§. 45.).

Erklärung.

§. 123. Feld-Schantzen (Fort de Campagne) werden alle Bruſt-Wehren genennet, welche auf dem Felde einen Platz zur Vertheidigung einſchlieſſen.

Zuſatz.

§. 124. Weil dieſe keine ſo gewaltige Attaque zu beſtreichen haben, als die Bruſt-Wehren, welche Städte bedecken ſollen; ſo iſt klar, daß ſelbige ſchwächer ſeyn können, als dieſe. Da ſie aber doch Bruſt-Wehren, ſo muß alles beobachtet werden, was von der Vollkommenheit der Bruſt-Wehren erwieſen worden.

Anmerckung.

§. 125. Die gewöhnliche Stärcke der Wercke in den Feld-Schantzen iſt aus folgender Taffel zu erſehen.

Nahmen.	Breiten.
Wall-Gang	14 bis 18 Schuh
Bruſt-Wehre	9 bis 10
Banquet	3
Graben.	24 bis 30.

Erklärung.

§. 126. Der Unterſchied von den figurirenden Feld-Schantzen iſt der Grund von ihrer verſchiedenen Benennung. Woraus leicht zu begreiffen, was eine dreyeckigte, viereckigte, fünffeckigte Feld-Schantze ſo weiter. Wenn die viereckigte Feld-Schantze ein Parallelogrammum, ſo heiſt ſie eine Redoute; ein halbes Parallelogrammum eine halbe Redoute. Wenn die Schantze aus lauter Scheeren zuſammen geſetzt, ſo wird ſie eine Stern-Schantze genennet. Und ſo weiter.

Anmerckung.

§. 127. Es würde überflüßig ſeyn, wenn ich umſtändlich beſchreiben wollte, wie eine jede Feld-Schantze zu zeichnen. Wer meine bis hieher erklärte Gründe der Feſtungs-Baue-Kunſt verſtanden, der wird das Zeichnen der Feld-Schantzen ohne ferneres Erinnern beurtheilen können.

Drit-

Dritter Abschnitt.

Von den

Verschiedenen Arten der Festungen.

§. 128. Daß verschiedene Arten von Festungen erfunden worden, ist eine ausgemachte Sache. Wenn wir alle, so bekand, mit einander vergleichen; so werden wir gestehen müssen, daß aller Unterschied in den verschiedenen Verhältnissen der Linien, in der Ordnung, in welcher die Wercke mit einander verbunden, und in dem Unterschied der Wercke zu finden. Wer meine Lehr-Sätze von der Festungs-Bau-Kunst verstanden, und in der Ordnung, in welcher solche vorgetragen, genau überleget, der wird nicht nur im Stande seyn, alle Arten der Festungen nach ihrer Vollkommenheit zu beurtheilen, sondern auch neue Arten, nach Beschaffenheit der Umstände, bestimmen können. Doch will, meinen Zuhörern zu gefallen, die vornehmsten, welche erfunden worden, beschreiben.

§. 129. Es ist eine ausgemachte Sache, daß die erfundene Festungen vornemlich in holländische, französische und deutsche eingetheilet werden. Die holländische werden wiederum in alte und neue unterschieden. Die alte holländische sind nach des Freytags Beschreibung zu beurtheilen, und haben folgende Eigenschafften:

1) Die Flanquen stehen perpendiculär auf der Courtine, und also sind

2) Die Second Flanquen unentbehrlich.

3) Vor die Wälle, werden rund herum Raveliu, also halbe Monden, Horn-Wercke, Kron-Wercke und dergleichen Aussen-Wercke geleget.

§. 130. Die neue holländische Festungen entspringen von dem Cohorn, und haben folgende Eigenschafften, wie aus Tab. II. Fig. 2. zu ersehen.

1) Die Flanquen stehen perpendiculär auf der Defens-Linie.

2) Es werden zwo retirirte Flanquen gebraucht, welche von einem Orillon bedecket.

3) Vor der Cortine liegt eine Fausse braye, welche nach der Defens-Linie gebogen.

4) Ausser dem Graben liegt vor der Cortine ein Ravelin mit einem Fausse-Braye, und vor die Faces des Bollwercks kommen Contre-Guarden.

5) In den eingehenden Winckel des bedeckten Weges liegen Traversen, und hin und wieder sind Caponiers angeleget. Fig. 3. zeiget das Profil an.

§. 131. Unter den französischen sind vornemlich diejenigen zu mercken, welche wir dem Vauban zu verdancken haben. Dieser hat zwo Arten erfunden. Die Eigenschafften der ersteren, welche Tab. I. Fig. 2. gezeichnet, sind folgende:

1) Die äussere Polygon ist beständig 90°.

2) Die retirirte Flanque und das Orillon sind rund, doch stehet die Flanque perpendiculär auf der Defens-Linie.

3) Vor der Cortine liegt durch einen abgesonderten Graben die Fausse braye, welche wie ein Hornwerck ohne Flügel gezogen.

4) Ueber dem Haupt-Graben liegt vor der Cortine ein halber Mond, zu dessen beyden Seiten zwo Brillen, und über deren Oeffnung ein kleines Ravelin.

5) In den eingebogenen Winckeln des bedeckten Weges liegen Traversen, zwischen welchen die Waffen-Plätze.

§. 132.

§. 132. Die verstärckte Maniere, welche Tab. II. Fig. 1. gezeichnet, hat folgende Eigenschafften.

1) In dem Maaß kommet sie mit der ersteren überein.

2) Die Boll-Wercke des Haupt-Walles sind von den Cortinen durch Gräben abgesondert.

3) Zwischen diesen Boll-Wercken liegt eine Fausse braye, in Gestalt einer einfachen Scheere.

4) Hinter den detachirten Boll-Wercken liegen andere sehr kleine, deren Flanquen mit einer sehr grossen Cortine zusammen gehangen.

5) Vor der Cortine liegen zwey neue halbe Monden über einander. Und so weiter.

§. 133. Unter den deutschen Festungen verdienet gemeldter des Rimplers Erfindung, wovon dessen befestigte Festung zu lesen, beschrieben zu werden. Diese gehet von den andern darin ab, daß die Boll-Wercke mitten auf die Polygonen, und zwischen diese hernach die Cortinen gelegt, wodurch so wohl die innere als äussere Defension erhalten wird. Mit Nutzen kan hievon gelesen werden Sturm in seiner Erfindung der unstreitig allerbesten Manier zu befestigen.

§. 134. Sturms freundlicher Wett-Streit der französischen, holländischen und deutschen Kriegs-Bau-Kunst; Sturms *Architecturam militarem hypothetico-eclecticam*; Sturms *le veritable Vauban*; Speckles Bau-Kunst von Festungen will einen zum Nachlesen vorschlagen, welche sich einen Begriff von den übrigen Festungen, welche erfunden werden, und von dem Nutzen derjenigen Lehr-Sätze, welche von dem Festungs-Bau in diesen ersten Grund erwiesen, machen wollen.

Vierter Abſchnitt.

Von den Attaquen und der Gegenwehre wider dieſelben.

Erklärung.

§. 134. Die Sicherheit erfodert, daß der Feind an ſein Lager eine Bruſt-Wehr ziehet (§. 7. 11.). Dieſe wird, wenn ſie gegen das Feld aufgeführet, die Circumvallations-Linie, und wenn ſie gegen die Feſtung aufgeworffen, die Contravallations-Linie genennet.

Zuſatz.

§. 136. Der Feind kan in ſeinem Lager auf eine vielfache Art in Unſicherheit geſetzet werden. Einmahl durch ſeine eigene Völcker, indem dieſe in dem Lager rebelliren, oder zum Theil aus dem Lager deſertiren. Zweytens durch den Ausfall der Belagerten. Drittens durch einen Succurs, der die Feſtung entſetzen ſuchet. Wird derſelbige verhindert, ſo die Circumvallations- und Contravallations-Linien aufzuheben, den Regeln nach aufzuklären:

1) Von dieſen Linien müſſen die [illegible] im Lager können enfiliret werden (§. 121.).

2) Den einen Theil dieſer Linien muß man von andern Theilen vertheidigen können.

3) Die Contravallations-Linie muß den Ausfall der Belagerten, und die Circumvallations-Linie dem Angriff des Succurs widerſtehen können.

Anmerckung.

§. 137. Das übrige kan aus dem begriffen werden, was in dem vorigen Abſchnitt von der Vollkommenheit der Bruſt-Wehren erwieſen worden. Alle Wercke, die der Feind aufwirfft, theils ſein Lager zu verſchantzen, theils ſich ſichere zu der Feſtung zu nahen, werden Trencheen genennet.

Lehr-Satz.

§. 138. Will der Feind die Festung attaquiren, so muß er sich unter einer geschickten Bedeckung derselben nähern können.

Beweis.

Will man einen Ort attaquiren, so muß man sich demselben nähern. Dieses weiß entweder die Besatzung, oder nicht. Das letzte ist nicht zu vermuthen. Da also das erstere, so wird die Besatzung dem Angriff von den Festungs-Wercken gewaltig widerstehen. Hieraus erhellet, daß sich der Feind der Festung ohne grossen Schaden nicht nähern könte, wenn er nicht auf eine geschickte Art bedecket ist. W. Z. E. W.

Erklärung.

§. 139. Solche Bedeckungen, unter welchen sich der Feind der Festung nähert, heissen Approchen, oder Lauf-Graben genennet. Diese können entweder von dem Feinde, indem er sich der Festung nähert, fort bewegt werden, oder nicht. Ist jenes, so sind sie bewegliche, und wenn dieses, unbewegliche Approchen.

Zusatz.

§. 140. Die Approchen bedecken den Feind entweder von oben, oder von den Seiten. Ist jenes, so sind sie entweder beweglich, oder unbeweglich. Sind sie beweglich, so können sie nöthigenfalls so starck gemacht werden, daß sie der Gewalt der Bomben widerstehen. Sind sie unbeweglich, so werden sie zu kostbar. Folglich müssen solche Approchen erwehlet werden, welche den Feind, indem er sich der Festung nähert, von der Seiten bedecken können.

2. Zuſatz.

§. 141. Auch dieſe Art von Approchen iſt entweder beweglich, oder unbeweglich. Die beweglichen werden insgemein von Woll-Säcken gemacht, welche an einer Axe mit zwey Rädern befeſtiget. Sollen ſich durch dieſe viele bedecken, ſo werden ſie zu koſtbar. Daher wir auch bey dieſer Art der Approchen den unbeweglichen einen Vorzug geben müſſen.

3. Zuſatz.

§. 142. Sollen Approchen von dieſer Art geführet werden, ſo hat man entweder einen ſolchen Boden, bey welchem man weder in noch unter die Erde kommen kan, z. E. moraſtigen, ſteinigen Boden, und ſo weiter; oder man hat einen ſolchen Boden, in welchem man einen Graben aufwerffen kan. Iſt jenes, ſo wird man leicht geſetzen, daß die Approchen von Schantz-Körben, Sand-Säcken, und andern Bindungen zu verfertigen. Iſt dieſes, ſo bekömmt man geſchickte Approchen, wenn man einen Graben führet, und die ausgegrabene Erde zu einer Bedeckung wider das feindliche Geſchütze gegen die Feſtung aufwirfft.

Anmerckung.

§. 143. Damit man in ſolchem Graben etliche Mann hoch marſchiren könne, ſo wird er 10 bis 12 Schuh breit gemacht, und damit die Soldaten, ſo darinn gehen, nicht können bedecket werden, ſo wird er 2 bis 6 Schuh tief gemacht. Denn iſt er 3 Schuh tief, ſo iſt die gantze Bedeckung 6 Schuh. Iſt er 6 Schuh tief, ſo iſt die gantze Bedeckung 12 Schuh. Doch iſt zu mercken, daß dieſer Graben immer tieffer werden müſſe, je näher er zur Feſtung kommet. Iſt er 3 bis 4 Schuh tief, ſo wird geſaget, daß die Approche halb tief, iſt die Tieffe des Grabens 6 Schuh, ſo wird geſaget, die Approche ſey gantz tief.

Lehr-

Lehr-Satz.

§. 144. Die Approchen müſſen gegen die Feſtung ſchräg geführet werden.

Beweiß.

Iſt das Gegentheil, ſo können die Belagerten die Approchen enfiliren (§. 114.). Dieſes aber iſt ihrer Abſicht zuwider (§. 139.).

Lehr-Satz.

§. 145. Die Belagerten müſſen alle Sorge anwenden, aufgeworffene Approchen zu zerſtören; und nach nicht aufgeworffene zu verhindern. (§. 4. 139.).

Lehr-Satz.

§. 146. Wenn der Feind eine Feſtung attaquiren will, ſo muß ſeine erſte Sorge ſeyn, die Geſchütze der Belagerten unbrauchbar, und an den Feſtungs-Wercken todte Winckel zu machen (§. 1. 3.).

Erklärung.

§. 147. Zu dieſem Ende werden von dem Feind erhabene Oerter mit Bruſt-Wehren, welche öffters nur aus Sand- und Woll-Säcken, oder aus Schantz-Körben gemacht, befeſtiget, um Stücke darauf zu pflantzen, damit durch das Bombardiren die Geſchütze der Belagerten unbrauchbar, und an den Feſtungs-Wercken todte Winckel können gemacht werden; und dieſe Oerter werden Batterien oder Bettungen genennet.

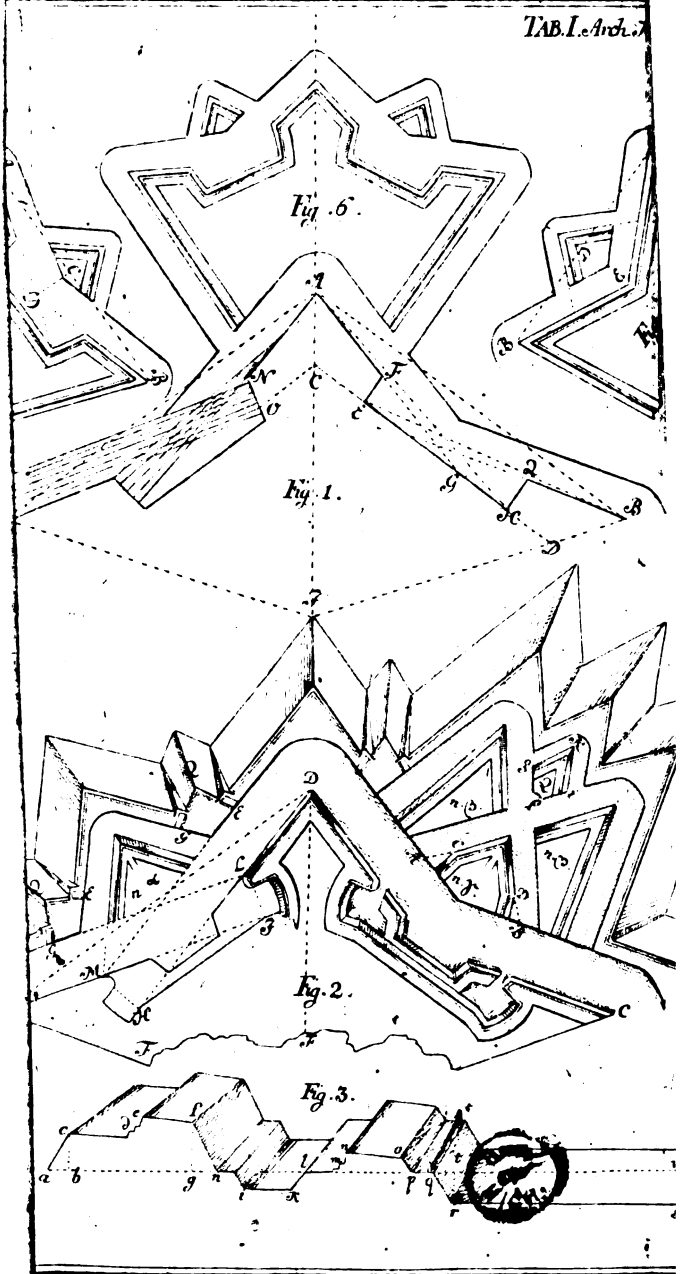
1. Anmerckung.

§. 148. Aus dieſer Beſchreibung kan der Gebrauch der Gallerien völlig beurtheilet werden. Ich achte derohalben vor unnöthig, weiter davon zu reden.

2. Anmerckung.

§. 149. Weiter ſind noch die Contre-Minen, die Caponiren und die Gallerien zu beſchreiben, und deren Beſchaffenheit in einer natürlichen Verknüpffung aus einander zu legen; ſo würde ich, um deſto genöthiget werden, alles, was bey den Attaquen vorkommt, genauer zu beſchreiben. Wollte ich aber dieſes bemercken, ſo würde die Gedult meiner gegenwärtigen Arbeit verſetzen. Derohalben will ich die Liebhaber dieſer Wiſſenſchafft hiermit zu des Coehorns Fortification & Attaquen verweiſen.

TAB. I. Arch.



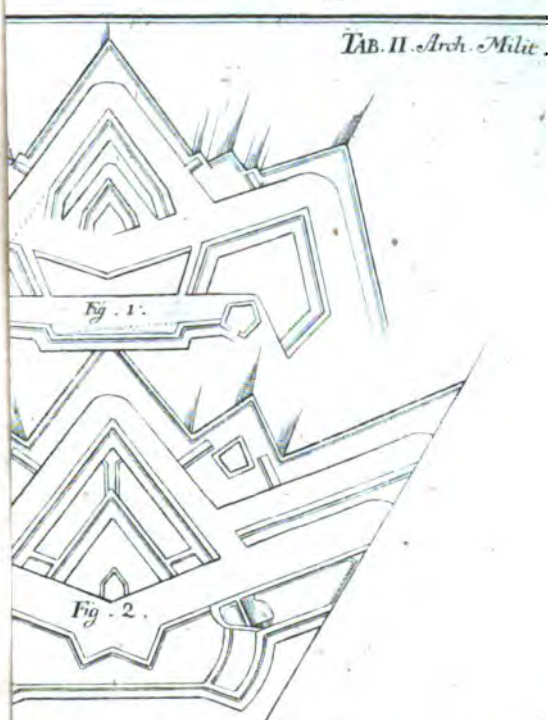


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

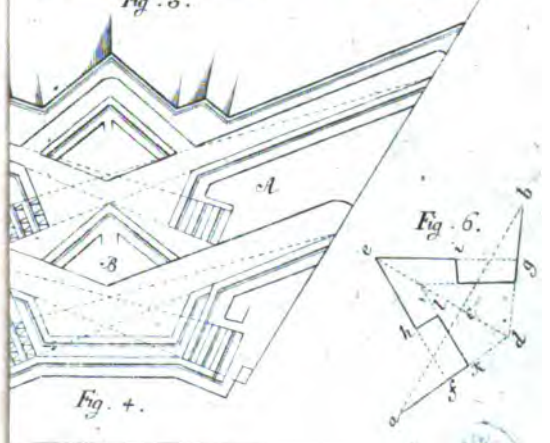


Fig. 4.

Fig. 6.

ELEMENTA ASTRONOMIAE

Das ist

Erste Gründe

Von

Erfindung der Grösse der Welt-Körper und deren Entfernungen von einander.

Erſte Gründe der Aſtronomie

Erſter Abſchnitt.

Von Erfindung der Gröſſe der Welt-Körper und deren Entfernungen nach der ſinnlichen Vorſtellung des Welt-Gebäudes.

Lehr-Satz.

§. 1.

Der Himmel erſcheinet als eine hohle Kugel, in deſſen Mittel-Punct wir ſtehen, und an deſſen Peripherie die Sterne ſitzen, welche ſich mehrentheils mit der Kugel um die Erde herum bewegen.

Beweiß.

Betrachten wir des Nachts den geſtirnten Himmel; ſo ſcheinen alle Sterne von uns in gleicher Weite weg zu ſeyn. Folglich erſcheinet der Himmel als eine hohle Kugel, in deſſen Mittel-Punct wir ſtehen, und an deſſen Peripherie die Sterne ſitzen (§. 66. Geom.). Betrachten wir ferner den geſtirnten Himmel; ſo nehmen wir wahr, daß zwar die meiſten ihre Weite von einander nicht verändern, hingegen doch ihren

ihren Stand gegen die Erde ändern. Und alſo hat es das Anſehen, als wenn ſich die Sterne alle an der Kugel um die Erde herum bewegen. W. z. E. F.

Erklärung.

§. 2. Dieſe Erſcheinung giebt uns Bewegungs-Gründe die Sterne in zwey Arten zu theilen. Diejenigen, welche beſtändig einerley Lage und Weite von einander behalten, werden Fix-Sterne, und welche ihre Lage und Weite von einander verändern, Planeten genennet.

Anmerckung.

§. 3. Unter die Planeten wird die Sonne ☉, der Mond ☾, Saturnus ♄, Jupiter ♃, Mars ♂, Venus ♀ und Mercurius ☿ gezehlet. Die ſinnliche Wahrnehmung, wie durch dieſe zu erkennen, und von einander zu unterſcheiden, will in den Vorleſungen angeben.

Erklärung.

§. 4. Wir nehmen aus der angegebenen Erſcheinung ferner Bewegungs-Gründe, in der Himmels-Kugel zwey Puncte feſt zu ſetzen, um welche ſie ſich herum drehet, und dieſe werden die Welt-Pole genennet. Denjenigen, welcher in dem uns ſichtbaren Theil des Himmels iſt, nennet man Nord-Pol (Polum arcticum); und den ihm entgegen geſetzten, den Süder-Pol (Polum antarcticum). Und alſo heiſt die Linie, welche von einem Pole bis zu dem andern gezogen wird, die Welt-Axe (Axis mundi).

Erklärung.

§. 5. Die Aufgaben, welche nach dieſer Erſcheinung der Himmels-Kugel aufzulöſen, ſollen entweder den Ort der Sterne in dieſer Himmels-Kugel oder die Höhe der Sterne, oder die Lage der Sterne gegen einander und ihre Weite von einander, oder endlich die Gröſſe der Sterne beſtimmen. Dieſe

zu bewerckstelligen, wird die Himmels-Kugel in verschiedene Theile getheilet, und eine jede Linie, welche diese Theile bestimmt, auf eine besondere Art benennet. Die Höhe der Sterne zu bestimmen, wird die Himmels-Kugel auf folgende Art getheilet. 1) Ist zu mercken der Punct über unserem Scheitel in der unbeweglichen Fläche der Welt-Kugel; dieser heisset das Zenith. 2) Der Punct unter unsern Füssen in eben dieser Fläche, welcher dem Zenith entgegen gesetzet; dieser heißt das Nadir. 3) Wird die unbewegliche Fläche der Erd-Kugel durch einen Circul, welcher von dem Zenith in allen Puncten 90 Grad weg stehet, in zwey gleiche Theile getheilet; dieser Circul heißt der wahre Horizont. 4) Gedencket man sich einen Circul, welcher den Theil der Himmels-Kugel abschneidet, so von der Erd-Fläche kan übersehen werden; dieser wird der scheinbare Horizont genennet. 5) Gedencket man sich einen Circul, welcher durch das Zenith, Nadir, und durch den Mittel-Punct eines bestimmten Puncts z. E. eines Sterns um die Welt-Kugel beschrieben wird; dieser heißt der Vertical-Circul von dem bestimmten Punct. 6) Und also heißt der Bogen von dem Vertical-Circul, welcher zwischen dem Punct, durch welchen der Vertical-Circul gezogen, und dem Horizont enthalten, die Höhe des bestimmten Puncts. Woraus leicht zu begreiffen, was die wahre und scheinbare Höhe eines Sterns. 7) Ferner beschreibet man einen Circul auf der unbeweglichen Fläche der Welt-Kugel durch die Welt-Pole, durch das Zenith und Nadir; dieser wird der Mittags-Circul (Meridianus) genennet. 8) Endlich gedencket man eine gerade Linie von einem Punct der Erde durch den Meridianum, welche mit dem Diameter des Horizonts parallel gehet; und diese wird die Mittags-Linie (Linea meridionalis) genennet.

1. Zu-

1. Zuſatz.

§. 6. Ein jeder hat auf der Fläche der Erd-Kugel ſein beſonderes Zenith und Nadir. Und wenn er ſeine Stätte ändert, ſo ändert ſich auch ſein Zenith und Nadir.

2. Zuſatz.

§. 7. Ein jeder Ort hat ſeinen beſonderen Meridianum, und ein jeder Stern ſeinen beſonderen Vertical-Circul.

3. Zuſatz.

§. 8. Die Sterne kommen höher über den Horizont, wenn der Bogen von dem Vertical-Circul zwiſchen dem Stern und dem Horizont gröſſer wird. Und die Mittags-Höhe eines Sterns iſt der Bogen des Meridiani zwiſchen dem Horizont und dem Stern.

Erklärung.

§. 9. Wenn ein Stern in dem Horizont erſcheint, da er vorher unter ihm verborgen war; ſo gehet er auf. Hingegen wenn er in dem Horizont verſchwindet, da er vorher über ihm geſtanden; ſo gehet er unter. Der Ort, wo die Sterne aufgehen, heiſſet der Morgen. Insbeſondere führet dieſen Nahmen der Punct des Horizonts, welcher von dem Meridiano 90° weg iſt. Der Punct in dem Theil des Horizonts, wo die Sterne untergehen, und welcher dem Morgen entgegen geſetzet, wird der Abend genennet. Wenn ihr den Morgen zur rechten, und den Abend zur lincken habet, ſo zeiget die Mittags-Linie vor euch den Punct im Meridiano, den man Mitternacht heiſt; hinter dem Rücken aber den Punct im Meridiano, den man Mittag nennet.

Lehr-Satz.

§. 10. In Anſehung der Fix-Sterne und der Sonne iſt die Entfernung des ſcheinbaren Horizonts von dem wahren Horizont unendlich klein,

Beweiß.

Punct in dem der 90° vom Meridiano anfängt

Wenn ihr die Sonne recht im Morgen aufgehen sehet, so bestätiget die Erfahrung, daß sie 12 Stunden über dem Horizont, und 12 Stunden unter dem Horizont. Ein gleiches nehmen wir bey den Fix-Sternen wahr, welche in dem Weg sitzen, welcher von der Sonnen beschrieben wird. Sollte nun in Ansehung dieser Sterne die Entfernung des wahren Horizonts von dem scheinbaren mercklich seyn, so wäre dieses unmöglich. Folglich ist diese Entfernung unter gesetzter Bestimmung unendlich klein (§. 8. Vor.).

1. Zusatz.

§. 11. Da nun diese Entfernung für nichts zu halten (§. 142. A. M.), so ist auch der Diameter der Erde in Ansehung ihrer Entfernung von der Sonnen und den Fix-Sternen als ein Punct anzusehen (§. 5.). Und hieraus erhellet

Zu dieser Entfernung ist der Diameter der Erde gegen sie als ein Punct

1) Warum einer gantzen, obgleich grossen Stadt nur ein Zenith, und also auch nur ein Meridianus gegeben wird (§. 5.), und

2) Warum es gleich viel sey, ob die Sonne und die Fix-Sterne aus dem Mittel-Punct der Erd-Kugel, oder von der Fläche der Erden gesehen werden.

2. Zusatz.

§. 12. Das letzte zeiget unmittelbar, wie zu einer bestimmten Stunde die Höhe eines Sterns von dem Horizont zu messen (§. 5.).

3. Zusatz.

§. 13. Wenn ein Stern im Meridiano stehet, so hat er die gröste Höhe (§. 5. 9.).

Aufgabe.

§. 14. Die Pol-Höhe an einem Orte zu finden.

Auflöſung.

1) Wenn des Winters die Nacht länger als 12 Stunden iſt, und alſo der Polar-Stern zweymal in dem Meridiano kan geſehen werden (per dem. §. 10.); ſo meſſet ſo wohl die Höhe des Polar-Sterns über dem Pol, als auch die Höhe des Polar-Sterns unter dem Pol.

2) Subtrahiret die kleinere Höhe von der gröſſeren, und was übrig bleibet dividiret durch 2, ſo habt ihr die Weite des Polar-Sterns von dem Pol.

3) Dieſe addiret zu der kleinen Höhe des Polar-Sterns, ſo habt ihr die Pol-Höhe.

Aufgabe.

§. 15. Die Mittags-Linie zu finden.

Auflöſung.

1) Beſchreibet auf einer Horizontal-Fläche aus einem angenommenem Puncte verſchiedene concentriſche Circul, und richtet auf dieſem Punct eine Perpendicul-Linie, in der Gröſſe eines halben oder auch eines gantzen Schuhes.

2) Bemercket 2 bis 3 Stunden vor Mittag, und auch ſo viele Stunden nach Mittag, in welchen Puncten eines jeden Circuls der Schatten des Stiffts des Vor- und Nachmittags aufgehöret.

3) Theilt die Bogen, welche durch gedachte Puncte beſtimmet werden, in zwey gleiche Theile.

4) Wenn ihr nun durch dieſe Theilungs-Puncte eine gerade Linie ziehet, ſo iſt dieſelbe die verlangte Mittags-Linie (§. 5. und dem §. 10.).

1. Zuſatz.

§. 16. Durchſchneidet die Mittags-Linie mit einer Perpendicular-Linie, ſo zeigen die vier Spitzen

Mor-

Morgen, Mittag, Abend und Mitternacht (§. 9.)

2. Zusatz.

§. 17. So offt der Schatten des Stiffts auf die Mittags-Linie gegen Mitternacht fällt, so ist Mittag; und so offt der Schatten gegen Abend fällt; so gehet die Sonne recht im Morgen auf (§. 29. Optic.).

Lehr-Satz.

§. 18. Die Sonne ist nicht alle Tage gleich hoch über dem Horizont. Welches auch von dem Monde zu behaupten.

Beweiß.

Der Schatten, welchen der Stifft auf die Mittags-Linie wirfft, ist nicht alle Tage gleich lang, sondern nimmt bald ab, bald zu. Folglich kan die Sonne nicht alle Tage gleich hoch über dem Horizont stehen (§. 37. Optic. und §. 13. 17.). W. D. E.

Von dem Monde lehret der Augenschein die Veränderung der Höhe.

Erfahrung.

§. 19. Wollen wir das, was scheinet, fest setzen, so müssen wir folgende Sätze behaupten:

1) Die Sonne beweget sich von Abend gegen Morgen innerhalb 365 Tage, 5 Stunden, 55 Minuten, und 12 Secunden um die Erde.

2) Der Mond beweget sich innerhalb 27 Tagen, von Abend gegen Morgen, um die Erde.

3) Der Saturnus kommet beynahe in 30 Jahren, der Jupiter nach Keplers Anmerckung beynahe in 12 Jahren, der Mars beynahe in 686 Tagen, die Venus in 225 Tagen, und der Mercurius in 88 Tagen um den Himmel herum.

Erklärung.

§. 20. Wenn alſo die Sonne ſich würcklich um die Erde bewegen ſollte, ſo bewegte ſie ſich um dieſelbe auf eine gedoppelte Art, einmahl von Morgen gegen Abend innerhalb 24 Stunden, und dieſe Bewegung wird die gemeine Bewegung (Motus primus); zweytens von Abend gegen Morgen innerhalb einem Jahr, dieſe Bewegung heiſt die eigene Bewegung (Motus ſecundus).

1. Zuſatz.

§. 21. Die eigene und gemeine Bewegung ſind unmöglich zu gleicher Zeit geſchehen.

2. Zuſatz.

§. 22. Sollte ſich die Sonne würcklich um die Erde bewegen, ſo bewegte ſie ſich um dieſelbe in Schrauben-Gängen (§. 20. 18.).

Erklärung.

§. 23. Den Ort der Sterne in der Himmels-Kugel zu beſtimmen, ſo theilet man dieſelbe 1) durch den Meridianum mit einem Circul alſo in zwey gleiche Theile, daß alle Puncte in dieſem Circul von den Welt-Polen 90° entfernet ſind, und dieſer Circul wird der *Aequator* genennet. 2) Theilet man aus dieſer Abſicht die Himmels-Kugel mit einem Circul, welcher durch einen beſtimmten Stern, und beyde Welt-Pole gehet; dieſer heiſt die Declinations-Linie oder der Abweichungs-Circul.

Erklärung.

§. 24. Der Bogen von der Declinations-Linie, welcher zwiſchen den Stern, wodurch er beſchrieben, und den Aequator enthalten, heiſt die Declination des Sterns, oder die Abweichung des Sterns. Wird dieſe Abweichung von dem Aequatore gegen den Süder-Pol gerechnet, ſo heiſt ſie die Südliche

weichung (Declinatio auſtralis). Wird ſie aber gegen den Nord-Pol beſtimmet, die nordiſche Abweichung (Declinatio ſeptentrionalis).

1. Zuſatz.

§. 25. Es hat demnach ein Stern die gröſte Declination, wenn er am weiteſten von dem Aequator entfernet.

2. Zuſatz.

§. 26. Die Declination eines Sterns iſt der Unterſcheid zwiſchen der Höhe des Aequatoris und der Mittags-Höhe des Sterns (§. 8. 12.).

Lehr-Satz.

§. 27. Die Höhe des *Aequatoris* macht mit der Pol-Höhe 90°.

Beweiß.

Es ſey HR der Horizont, P der Pol, und AD der Aequator, ſo iſt HP die Pol-Höhe, und AR die Höhe des Aequatoris (§. 12.). Da nun HP + PA + AR = 180° (§. 5.), und PA = 90° (§. 23.), ſo iſt auch HP + AR = 90° (§. 92. Rech.). W. Z. E. W. Tab. I. Aſtronom. Fig. 1.

1. Zuſatz.

§. 28. Die Pol-Höhe eines jeden Orts könnet ihr finden nach dem §. 14.; ſubtrahiret dieſe von 90°, ſo habt ihr die Höhe des Aequatoris (§. 27.).

2. Zuſatz.

§. 29. Wie die Mittags-Höhe eines Sterns zu finden, ſolches lehret der §. 13. und 12. Da ihr nun auch die Höhe des Aequatoris finden könnet (§. 28.), ſo ſeyd ihr im Stande die Declination eines jeden Sterns (§. 26.), und alſo auch den Ort des Sterns an der Fläche der Himmels-Kugel zu beſtimmen (§. 23.).

Anmerckung.

§. 30. Vergleichet die alten Obſervationen mit den ren, ſo werdet ihr finden, daß die Declination der Fix veränderlich, ſo daß ſie in einer Zeit von 72 Jahren um einen Grad verändert wird.

Erklärung.

§. 31. Die Lage der Sterne zu beſtimmen, ſtellt man die Himmels-Kugel durch den Weg, welchen Sonne in einer Jahres-Friſt von Abend gegen Mo gen, oder durch ihre eigene Bewegung (§. 20.) zu ſchreiben ſcheinet; und dieſer Weg wird die Sonn Straſſe oder die Ecliptik genennet.

Zuſatz.

§. 32. Weil die Sonne des Jahres zweymahl den Aequator kommet, die übrige Zeit aber entw über den Aequator in die Höhe, oder unter den Aequ tor niederſteiget, und bey nahe eben ſo lange über als unter ihm ſich aufhält; ſo hat man Grund die liptik als einen Circul zu gedencken, welcher den quator in der unbeweglichen Fläche der Welt-K in zwey Puncten durchſchneidet, und in zwey Circul theilet, und zwar in dem Winckel von 23 oder nach den neueſten Wahrnehmungen in dem ckel von 23°29′.

Willkührlicher Satz.

§. 33. Theilet die Ecliptik wie alle andere eul in 360°, aber doch ſo, daß ihr die Grade nicht in einem fort zehlet, wie ſonſt gewöhnlich; ſon dern theilet die Ecliptik in 12 gleiche Theile, welche 12 Theile die Himmels-Zeichen genennet wer den. Dieſe 12 Zeichen bekommen die Nahmen von dem Geſtirne, welches vor Zeiten ihm nahe war. Sie heiſſen nemlich der Widder ♈, Stier ♉, Zwillinge ♊, Krebs ♋, Löwe ♌, Jungfrau ♍, Waage

laage ♎, Scorpion ♏, Schütze ♐, Steinbock ♑ Wasserman ♒, Fische ♓. Welche Nahmen n in folgende Verse gebracht, um sie leichter zu halten:

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo, Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora Pisces.

Von dem Ursprung dieser Benennung siehe Casp. Schottum in Organo Mathem. p. 654.

Zusatz.

§. 34 Ein jedes Himmels-Zeichen hat 30°. (§. 33).

Erklärung.

§. 35. Die Lage der Sterne genau zu bestimmen, zeilet man die bewegliche Fläche der Welt-Kugel mit einem Circul, welcher durch die Pole der Ecliptik und den Mittel-Punct des Sterns gehet, dessen Lage soll bestimmet werden. Dieser Circul wird der Breiten-Circul (Circulus latitudinis) genennet. Der Bogen von dem Breiten-Circul, welcher zwischen der Ecliptik und dem Mittel-Punct des bestimten Sterns enthalten ist, heist die Breite des Sterns; und zwar die wahre Breite, wenn dieser Bogen von dem wahren Orte des Sterns, wo er nemlich aus dem Mittel-Punct der Erden gesehen wird, und die scheinbare Breite, wenn dieser Bogen von dem scheinbaren Orte des Sterns, wo er nemlich auf der Fläche der Erde gesehen wird, gezogen worden. Rechnet man den Abstand des Sterns von der Ecliptik gegen den Nord-Pol der Ecliptik, so wird die Breite die Nordische Breite, und wenn man den Abstand des Sterns von der Ecliptik gegen den Süder-Pol rechnet, die Südliche Breite genennet.

Zusatz.

§. 36. Die scheinbare Breite eines Fix-Sterns ist dessen wahrer Breite, in Ansehung unserer Erde, gleich (§. 11.).

Erklärung.

§. 37. Der Bogen von der Ecliptik, welcher zwischen den Anfang des Widders und den Circul der Breite eines Sterns enthalten, wird in der Astronomie die Länge des Sterns genennet. Was die wahre und scheinbare Länge eines Sterns solches erhellt aus dem §. 35.

Erfahrung.

§. 38. Die Breite der Sterne ist unveränderlich, ihre Länge aber veränderlich. *Albategnius de scientia stellarum* hat gefunden, daß die Länge eines Sterns in 66 Jahren 1° verändert werde. *Tycho* schätzet diese Veränderung in 100 Jahren, 1°25′. *Copernicus* 1°, 23′, 40″ 12‴; *Riccioius* 1°23′, 20″.

Zusatz.

§. 39. Es scheinet, als wenn die Fix-Sterne ihre eigene Bewegung haben, und wird nicht ohne Grund für ein Jahr 50″, und also für 72 Jahr 1° zur Veränderung der Länge eines Sterns gerechnet.

Erklärung.

§. 40. Ascension wird in der Astronomie ein Punct des Aequatoris genennet, der mit einem andern gegebenen Puncte des Himmels zu gleicher Zeit entweder durch den Morgen-Horizont oder durch den Meridianum gehet. Im letztem Falle heißt sie die gerade, und im erstem Falle die schiefe Ascension.

1. Zusatz.

§. 41. Die schiefe Ascension eines Sterns wird so offt verändert, als die Pol-Höhe verändert wird.

2. Zusatz.

§. 42. Die gerade Ascension eines Sterns kan durch den Bogen des Aequatoris bestimmet werden, welcher zwischen den Anfang des Widders und den

Decli-

Declinations-Circul des gegebenen Sterns enthalten (§. 23.).

Erklärung.

§. 43. Der Punct des Aequatoris, womit der Stern oder ein anderer Punct des Himmels untergeht, heist die schiefe Descension. Und der Bogen des equatoris, welcher zwischen den Anfang des Widders, und den Punct des Aequatoris enthalten ist, womit der Stern denen, so unter dem Aequator wohnen, aufgehet, wird die gerade Descension genennet.

Erklärung.

§. 44. Der Unterscheid zwischen den beyden Ascensionen heist die Ascensional-Differentz, und der Unterscheid zwischen der geraden Ascension und schiefen Descension, die Descensional-Differentz.

Erklärung.

§. 45. Durch die Culmination verstehet man in der Astronomie die Ankunfft des Sterns in Meridianum.

Aufgabe.

§. 46. Die Culmination eines Sterns zu finden. Tab. I. Astronom. Fig. 12.

Auflösung.

1) Ziehet die Mittags-Linie AB (§. 15.).

2) Auf dieser richtet einen dünnen Stifft DC perpendiculär, und mit einem andern geraden und dünnen Stifft DE schliesset den rechtwincklichten Triangel.

3) Wenn ihr das Auge hinter DC also richtet, daß der Stifft DC den Stifft DE decket; so muß der Körper, welcher hinter DE stehet, in dem Meridiano seyn (§. 17.). Derowegen gebet acht, bis der Stern, dessen Culmination ihr zu wissen verlanget, die bestimmte Lage erhalten, so habt ihr dessen Culmination (§. 45.).

Erklärung.

§. 47. Die Weite zweyer Sterne ist ein Bogen eines gröſten Circuls der Welt-Kugel, welcher zwischen ihren beyden Mittel-Puncten enthalten. Daher wird der Circul, welcher durch zwey Puncte in der Welt-Kugel gehet und mit der Welt-Kugel einerley Mittel-Punct hat, der Weiten-Circul genennet.

Zusatz.

§. 48. Hieraus ist leicht zu begreiffen, wie man die Weite zweyer Sterne vermittelst eines Quadrants auf der Fläche der Erden messen könne.

Erklärung.

§. 49. Man nimmt wahr, daß die Planeten sich nicht in der Ecliptik bewegen, sondern nur zuweilen einmahl hinein kommen, wie die Sonne in den Aequator, sonst aber bald über die Ecliptik weiter heraus gegen den Nord-Pol, bald unter die Ecliptik weiter hernieder gegen den Süder-Pol steigen; doch aber so, daß sie sich niemahls über 10 Grad von der Ecliptik entfernen. Dieses hat verursachet, daß man zu beyden Seiten der Ecliptik in der Weite von 10 Graden Parallel-Circul beschrieben, und den Streiffen um die Welt-Kugel, welcher von diesen beyden Circuln eingeschlossen wird, den Thier-Kreiß (Zodiacum) genennet.

Anmerckung.

§. 50. Diesen Thier-Kreiß theilet man wie die Ecliptik in 12 gleiche Theile, oder so genannte Himmels-Zeichen, nemlich Widder, Stier und so weiter, weil sich die Sterne, so diesen Nahmen führen, darinnen befinden. Doch ist auch hier zu mercken, daß sich die Sterne nicht mehr in den Stellen befinden, welche mit ihnen einerley Nahmen führen, weil sie von Hipparchi Zeiten um ein gantzes Zeichen fortgerücket sind, so daß z. E. der Widder nunmehro in dem Zeichen des Stiers stehet.

Erklärung.

§. 51. Die Sonne gehet nicht weiter von dem Aequatore als bis in den Anfang des Krebs und den Anfang des Stein-Bocks, das ist, 23½ Grad. Da- durch beschreibet man auch durch diese Parallel-Circul in dem Aequatore, welche die Sonnen-Wenden (*Tropici*) genennet werden. Woraus unmittelbar begreiffen, was der *Tropicus Cancri* und *Tropicus Capricorni*.

1. Anmerckung.

§. 52. Nunmehro sollte ich erklären, wie die Ascension und Descension, die Länge und Breite der Sterne durch Hülffe der sphärischen Trigonometrie und also durch Rechnen zu fin- den; damit die Oerter und die Lagen der Sterne an der Himmels-Kugel genau können bestimmet werden. Es ist dieses aber eine Arbeit, welche nicht für Anfänger, sondern für solche, die sich besonders in der Astronomie hervor thun wollen. Ich werde also meiner gegenwärtigen Absicht Ge- nüge thun, wenn ich die Verfertigung der Himmels-Kugel beschreibe, und, wie durch dessen Hülffe diese Aufgaben aufzu- lösen sind, erkläre.

2. Anmerckung.

§. 53. Doch ist zuvor zu mercken, daß die Ausrechnung der Ascension und Descension, der Länge und Breite der Sterne, die Mittel, wodurch die Catalogi fixarum verfertiget worden. Man hat nemlich ausser den 12 Himmels-Zeichen in dem nordischen Theil der Welt-Kugel die Gestirne durch folgende Nahmen unterschieden. Der kleine und grosse Bär, der Drache, *Bootes*, die Jagd-Hunde, der Berg *Mænalis*, die Haare der Königin *Berenices*, der kleine Löwe, der Lux, der Fuhrmann, der Kamelopard, *Cepheus*, *Cassiopea*, *Per- æus*, *Andromeda*, der grosse Triangel, der kleine Triangel, die Fliege, *Pegasus*, das kleine Pferd, die Eidexe, der Schwan, die Leyer, *Hercules*, die nordische Krone, der Schlangen- Mann, die Schlange, der Adler, *Antinous*, das Sobieski- nische Schild, der Delphin, der Fuchs mit der Gans, der Pfeil. Und in dem südlichen Teil der Welt-Kugel: Der Wallfisch, das Wunderstern im Halse des Wallfisches, der Orion, der Fluß *Eridanus*, der Haase, der grosse Hund,

der

der kleine Hund, das Einhorn, die Waſſer-Schlange, der Rabe, der Becher, der Lanische Serpente, das Schiff, der *Centaurus*, der Wolf, die ſüdliche Krone, der Indianer mit dem Pfau, der *Phœnix*, die Gans, die kleine Waſſer-Schlange, die Taube, die Carolinische Eiche, der fliegende Fiſch, der Chamæl, die ſüdliche Fliege, das Kreutz, der Triangel, der Indianiſche Vogel, der Altar, die

3. Anmerckung.

§. 54. Einige Sterne führen beſondere Nahmen, als *Arcturus* zwiſchen den Beinen *Bootis*; *Gemma* der mittlere helle Stern in der Krone; *Capella cum hædis* auf der Schulter des Fuhrmanns; *Palilitium*; das Auge am Ochſen; *Plejades* oder das Sieben-Geſtirne auf dem Rücken, und *Hyades* auf dem Geſicht des Ochſens; *Caſtor* und *Pollux* auf den Köpffen der Zwillinge; *Præſepe* und *Aſini* auf dem Krebs; *Regulus* oder das Herz des Löwens; *Spica Virginis* in der Hand der Jungfrauen; *Vindemiatrix* auf ihrer Schulter; *Antares* oder das Herz des Scorpions; *Regel* in dem Fuß des Orions, und *Alcor* das kleine Sternlein über dem mittleren Schwantz des groſſen Bärens.

4. Anmerckung.

§. 55. Man rechnet auch unter die Geſtirne die Milch-Straſſe, welche um den gantzen Himmel herum gehet, Caſſiopeam, den Perſeum, Fuhr-Mann, die Zwillinge, die Keule des Orions, den Schwantz des groſſen Hundes, das Schiff Argus, die Füſſe des Centauri, den Altar, den Schwantz des Scorpions, den Fuß des Schlangen-Manns, den Bogen des Schützens, und den Schwan, gehet, in der Geſtalt eines hellen Streiffens. Betrachtet die Milch-Straſſe durch ein Fern-Glaß, ſo werdet ihr finden, daß ſie von dem Glantze unzehlicher kleinen Sterne entſtehe.

5. Anmerckung.

§. 56. Glaubet nicht, daß ihr alle Sterne mit bloſſen Augen ſehen könnet. Betrachtet die nebelichten Sterne, welche einem hellen Flecken gleichen, durch die Gläſer, ſo werdet ihr finden, daß ſie ein Schein von einem Hauffen kleiner Sterne. Galilæus hat z. E. in dem nebli-

den

Sterne des Krebſes 36 Sterne durch das Fern-Glas deutlich unterſcheiden können. Mit mehreren ſuche *Hugenii Lucium ſiderium.*

6. Anmerckung.

§. 57. Von dem Urſprung der Benennungen der Geſtirne haben die Poeten vieles erdichtet. Wer an dieſer Unterredung ein Vergnügen findet, der kan des Hygini Poëticum Aſtronomicum, und des Hrn. Prof. Wiedeburgs Einleitung zur Prognoſie mit Nutzen leſen.

7. Anmerckung.

§. 58 Endlich iſt noch zu mercken, daß die Sterne nach ihrer ſcheinbaren Gröſſe in Sterne der erſten, der andern, der dritten, der vierten, der fünfften, und der ſechſten Gröſſe eingetheilet werden. Nach Keplers Anmerckung ſind Sterne der erſten Gröſſe, welche, wenn die Sonne 12°, der anderen Gröſſe, wenn ſie 13°, der dritten, wenn ſie 14°, der vierten, wenn ſie 15°, der fünfften, wenn ſie 16°, und der ſechſten, wenn ſie 17° unter dem Horizont ſtehet, können geſehen werden.

Aufgabe.

§. 59. **Eine Himmels-Kugel zu verfertigen, d. i. eine Kugel aus Kupfer, Meſſing oder Papier zu verfertigen, auf deren Fläche alle Fix-Sterne in proportionirter Weite, wie ſie an dem Himmel erſcheinen, mit den vornehmſten Circulis, die man ſich bey dem Welt-Gebäude vorſtellen muß, gezeichnet ſind.**

Auflöſung.

1) Verfertiget einen Circul von Meſſing oder Holtze, in welchem ihr die gegebene Kugel alſo hängen können, daß der Circul die Kugel in zwey gleiche Theile theilet, und in demſelben beweglich iſt. In dieſem Circul befeſtiget die Kugel auf zuvor beſtimmte Art, in zwey gegen einander ſtehenden Puncten, ſo ſind dieſe Puncte die Welt-Pole (§. 4.) und der Circul, in welchem die Kugel gehänget, iſt der Meridianus (§. 5.). Tab. I. Aſtronom. Fig. 3.

2) Den

2) Den Meridianum AECD theilet in ſeine Quadranten, und jeden Quadranten in 90°, welche von dem Punct E gegen die Pole müſſen gezehlet werden.

3) Verfertiget einen Kreiß von Holtze oder Meſſing und dergleichen, in welchem die Kugel mit dem Meridiano alſo kan gehänget werden, daß ihn den Pol P nach Gefallen erhöhen könnet. Dieſen Kreiß befeſtiget alſo horizontal auf ein Geſtelle, daß er die Kugel, wenn ſie in demſelben gehänget worden, in zwey gleiche Theile theilet, ſo giebt er den Horizont (§. 5.).

4) Hänget die Kugel mit ihrem Meridiano in den Horizont. Haltet an den Punct E einen Stifft und drehet die Kugel herum, ſo beſchreibet der Stifft den Aequator (§. 23.), dieſen theilet in 360°.

5) Nehmet auf der Fläche dieſer Kugel 23½ Grad von den Welt-Polen P und Q angerechnet zwey entgegen geſetzte Puncte M und N; ſo habt ihr die Pole der Ecliptik.

6) Führet dieſe Pole unter den Meridianum, haltet einen Stifft daran, und drehet die Kugel herum, ſo werden zwey Circul beſchrieben, welche die Polar-Circul genennet werden; und zwar heiſt der, welcher durch den Pol M gehet, der arctiſche Polar-Circul, und der durch den Pol N gehet, der antarctiſche Polar-Circul.

7) Auf beyden Seiten des Aequatoris nehmet einen Punct, welcher von dem Aequator 23½ Grad entfernet, nemlich HI, führet dieſe unter den Meridianum, und beſchreibet wie zuvor aus denſelben Circul; ſo bekommet ihr die Tropicos, und zwar durch H den Tropicum cancri, und durch I den Tropicum Capricorni (§. 51.).

8) Hänget die Kugel in den Meridianum mit den Polen der Ecliptik MN, haltet an dem Punct I einen Stifft, und drehet die Kugel herum, ſo wird die

Ecliptik

Ecliptik beschrieben (§. 31.). Diese theilet in ihre gehörige Theile (§. 33.).

9) Lasset die Kugel in diesen Polen der Ecliptik hängen, und traget auf derselben aus den Tabulis longitudinum & latitudinum fixarum den Ort der Sterne (§. 35. ff.). Oder hänget die Kugel in den Welt-Polen, und traget auf derselben aus den Tabulis Declinationum & Ascensionum fixarum den Ort der Sterne (§. 24. 40. ff.); so sind auf dieser Kugel-Fläche die Sterne in derjenigen Ordnung gezeichnet, wie sie an der Fläche des Himmels stehen.

10) Damit ihr also diese Kugel gebrauchen könnet, die Lage der Sterne, ihren Auf- und Untergang und so weiter, Anfängern begreiflich zu machen; so befestiget ausser an dem Meridiano einen Circul, dessen Mittel-Punct durch die Welt-Axe gehet RAS; theilet diesen, wie eine Uhr, in zweymahl 12 gleiche Theile, so daß die 12te Stunde auf dem Meridiano zu stehen kommet, in dem Mittel-Puncte dieses Circuls befestiget einen Zeiger, den ihr nach Gefallen auf eine jede Stunde stellen könnet, und welcher mit der Kugel zugleich herumgedrehet wird.

Aufgabe.

§. 60. Durch den Gebrauch der verfertigten Himmels-Kugel die Sterne an der Fläche des Himmels kennen zu lernen.

Auflösung.

1) Erhöhet den Pol der Welt-Kugel so viel Grade über den hölzernen Horizont, als er über eurem Horizont erhaben ist.

2) Stellet den Nord-Pol nach Norden.

3) Suchet den Tag, da ihr die Kugel gebrauchen wollet, im Calender, und merket den Ort in der Ecliptik, wo die Sonne stehet.

4) Führet diesen Grad unter den Meridianum, und stellet den Zeiger auf 12.

5) Dre-

5) Drehet die Kugel, bis der Zeiger diejenige Stunde zeiget, in welcher ihr observiren wollet.

6) Setzet auf den Stern, den ihr an dem Himmel suchen wollet, perpendiculär einen Stifft, so muß dieser den Ort zeigen, wo der Stern am Himmel sitzet.

Aufgabe.

§. 61. Durch den Gebrauch der verfertigten Himmels-Kugel alle astronomische Fragen, von dem Orte, von der Höhe eines Sterns zu bestimmten Stunde, und so weiter, zu beantworten.

Auflösung.

1) Erhöhet den Pol, wie zuvor ist gezeiget worden.

2) Führet den Stern, wovon die Rede, unter den Meridianum, und zehlet daran die Grade von dem Aequatore, bis zu dem Stern; so habt ihr seine Declination (§. 24.).

3) Führet den Stern, wovon die Frage, unter den Meridianum; so sehet ihr den Grad des Aequatoris, mit dem er darunter kömmt, das ist seine gerade Ascension (§. 40.).

4) Führet den Stern in den Morgen- und Abend-Horizont, so sehet ihr seine schiefe Ascension und Descension (§. 40. 43.).

5) Stellet die Himmels-Kugel auf 12 Uhr, wie §. 60. ist gewiesen worden, führet den Stern unter den Meridianum; so zeiget der Zeiger seine Culmination (§. 45.), führet ihn ferner in den Morgen- und Abend-Horizont; so weiset der Zeiger die Zeit, wenn er aufgehet und untergehet (§. 9.).

6) Verfertiget einen Quadranten, dessen Centrum ihr an den Pol der Ecliptik befestigen könnet, dieser wird der Höhen-Quadrant genennet. Verfertiget diesen an dem Pol der Ecliptik dergestalt, daß er durch den Mittel-Punct des Sterns gehet, so wird

wird er den Grad der Länge in der Ecliptik abschneiden, und die Breite könnet ihr an dem Quadranten sehen.

7) Messet die Mittags-Höhe der Sonne (§. 12. 13.), und mercket diesen Grad in dem Meridiano. Wendet die Himmels-Kugel, bis ein Grad der Ecliptik in dem gefundenen Grade des Meridiani zu stehen kommt; so habt ihr den Ort der Sonne in der Ecliptik.

8) Wenn ihr den Ort der Sonne in der Ecliptik gefunden, so führet diesen unter den Meridianum und stellet die Kugel auf 12. Uhr. Führet die Kugel in den Morgen- und Abend-Horizont, so weiset der Zeiger die Stunde, wenn die Sonne auf- und untergehet, und folglich die Länge des Tages und der Nacht.

9) Wenn die Kugel, wie Reg. 8. gewiesen, gestellet, so schraubet den höhern Quadranten auf das Zenith, das ist, den 90° des Meridians über dem Horizont abgezehlet (§. 4.); wendet diesen, bis er durch den Grad der Ecliptik gehet, darinnen sich die Sonne befindet; zehlet die Grade in dem Quadranten, zwischen dem Ort der Sonne und dem Horizont; so wisset ihr, wie hoch die Sonne stehet zu der Stunde, welche von dem Zeiger gewiesen wird (§. 12.).

10) Wenn ihr den Ort der Sonne wisset, so stellet, wie zuvor, die Kugel auf 12 Uhr. Wird euch nun die Höhe der Sonne gegeben, und ihr wollet die Stunde des Tages wissen, so befestiget an dem Zenith den höhern Quadranten; wendet so wohl die Kugel, als den höhern Quadranten, bis der Ort der Sonne durch den bestimmten Grad gehet; so weiset der Zeiger die verlangte Zeit. Und so weiter.

Erklärung.

§. 62. Es wird nicht bald finster, wenn die Sonne untergehet. Und es wird helle, ehe die Sonne aufgehet.

geht. Das Licht, welches nach dem Untergange der Sonne über unserm Horizont [illegible] Abend-Dämmerung (Crepusculum vesperi[illegible] und das Licht, welches vor der Sonnen Aufgang unserm Horizont hell macht, heißt des Tages Anbruch (Crepusculum matutinum).

1. Zusatz.

§. 63. Die Luft [illegible] die Sonnen-Strahlen [illegible] chen, und solche dadurch auf unsern Boden [illegible]

(§. 43. Opt.)

2. Zusatz.

§. 64. Die Sonne muß [illegible] Grade unter dem Horizont [illegible] Dämmerung aufhören soll. Wenn demnach der Unterscheid zwischen der Höhe des Aequators und der nördlichen Declination der Sonne nicht [illegible] so muß der Tag die ganze Nacht durch [illegible]

Anmerkung.

§. 65. Wie ihr durch Hülfe der [illegible] Kugel, wenn der Ort der Sonne und die Höhe [illegible] chen werden, die Länge der Abend-Dämmerung und [illegible] da der Tag anbricht, bestimmen könnet, solches werdet ihr aus dem §. 64. und §. 61. beurtheilen können.

Erklärung.

§. 66. Das grosse Licht verdunckelt das kleine; was ist es demnach Wunder, daß wir nicht so gleich alle Sterne sehen können, wenn die Sonne untergegangen, und daß wir nicht alle Sterne so lange sehen können, bis die Sonne aufgegangen. Die Tieffe der Sonne unter dem Horizont, welche erfodert wird, wenn wir einen Stern, der über dem Horizont stehet, sehen sollen, wird der Sehungs-Bogen (arcus visionis). Wenn der Stern

den Sonnen-Strahlen hervor tritt, so ist [illegible] und wenn sich der Stern [illegible] Sonnen-Strahlen verbirgt, [illegible]

Anmerckung.

§. 67. Die Größe des hängenden Bogen ist §. 58. bestimmet worden.

Aufgabe.

Aus den vorhin gegebenen Hebungs-Bogen, [illegible] dem Punct der Ecliptik, mit welchem der [illegible] aufgehet, den Punct der Ecliptik zu finden, welchem die Sonne ist, wenn man ihn zu erst im [illegible] gehen siehet.

Auflösung.

1) Erhöhet wie zuvor den Pol der Himmels-Kugel, und stellet den Stern in den Morgen-Horizont.

2) Befestiget den hohen Quadranten an das Zenith, und suchet dadurch den Grad der Ecliptik, der [illegible] über den Horizont erhoben, als der Hebungs-Bogen [illegible] der, entgegen gesetzte Grad ist der verlangte.

Anmerckung.

§. 69. Auf gleiche Art könnet ihr finden, in welchem Orte die Sonne ist, wenn sich der Stern unter die Sonnen-Strahlen verbirget.

Erfahrung.

Der Schwanz des Löwens und die Hand der Jungfrauen sind stets gegen einander [illegible] wenn man sie nahe bey dem *Meridiano* zu [illegible] pflegen. Allein wenn der erste nur [illegible] dem Horizonte erhaben ist, stehet der andere [illegible] nahe in eben dem Vertical-Circul, schon in [illegible] Horizonte, da er doch noch [illegible] Grad unter [illegible] Horizonte stehen sollte. Dieses [illegible]

Winter über hinaus der Stand der Sonne auf einer Nacht von drey Monathen zu betrachten gelegenheit, da ſie dieſelbe Zeit über dem Horizont war. *Keplerus* Epit. Aſtronom. part. 3. p. 60.

2. Zuſatz.

§. 71. Dieſes beſtätiget aufs neue, was §. 67. erwieſen, daß nämlich die Stralen der Sterne und der Sonne in der Luft ſo merklich gebrochen werden, daß ſie nicht allein aus dem Zenith der Sonne, ſondern auch der Sonne über den Horizont anlangen.

2. Zuſatz.

§. 72. Wenn man demnach die Höhe der Sonne und der Sterne gemeſſen, und ihr wahre, ihre wahren Höhen wiſſen; ſo muß ihr von den gefundenen die gehörige Refraction abgehen.

Lehr-Satz.

§. 73. Wenn ein Stern im Horizont [illegible] wird, ſo hat ſein Stral auf die [illegible] gröſte Inclination.

Beweiß.

Tab. I. Aſtronom. Fig. 4.

Es ſey HA der Horizont, AMH die [illegible] T der Stern, der im Horizont geſehen wird, [illegible] der über den Horizont erhobene Stern; ſo [illegible] und OT die einfallende Stralen. Ziehet aus [illegible] Mittel-Punct der Erde C nach der Peripherie [illegible] Atmoſphäre HM, und die Stralen einfallen, [illegible] Linien CM und CH, ſo ſtehen dieſe auf der [illegible] perpendicular (§. 169. Geom.); und [illegible] und IHF die Neigungs-Winckel (§. 47. Opt.). [illegible] längert die Linien SO bis in R, und aus dem [illegible] Punct C laſſe auf SR eine Perpendicul-Linie CR [illegible] ſo iſt MRC ein rechtwinckligtes Dreyeck. Da [illegible]

NOC ein rechter Winckel (§. 170. 171. Geom.), auch HOC ein rechtwinckichter Triangel. Nach dieses zum Grunde gesetzt, so kan auf folgende Art geschlossen werden:

Im rechtwinckichten Triangel OHC: Sin. CH = Sin. OHC : OC

Im rechtwinckichten Triangel RMC: Sin. CM (= CH §. 21. Geom.) = Sin. RMC : RC (§. 188. Geom.)

Demnach ist

Im rechtwinckichten Triangel OHC: Sin. RMC = OC : RC (§. 40. 131. A. M.).

Demnach ist

OC > RC (§. 148. Geom.).

Demnach ist

OHC > RMC

Nun ist OHC = IHT, und RMC = SMN (§. 117. Geom.).

Demnach ist

IHT > SMN (§. 21. Geom. W. z. E. W.).

Lehr-Satz.

172. Wenn ein Stern im Zenith stehet, so werden seine Strahlen in der Atmosphär gar nicht gebrochen. Stehet er im Horizont, so werden sie am stärcksten gebrochen. Und gehet der Stern von dem Horizont nach dem Zenith, so nimmet die gebrochene Winckel immer mehr und mehr ab, gegen mittag nimmt er immer mehr und mehr zu, wenn er von dem Zenith nach dem Horizont gehet.

Beweis.

Stehet der Stern im Zenith, so gehet der einfallende Strahl durch den Mittel-Punct der Erde (§.), und fällt also perpendiculär auf die Atmosphär (§. 169. Geom.). Dieses bestätiget, daß ein solcher Strahl nicht gebrochen wird (§. 55. Opt.).

Stehet der Stern im Horizont, ſo hat er die gröſte Atmoſphär die gröſte Inclination (§. 73), folglich er auch am ſtärckſten gebrochen werden (§. 52. Opt. W. D. A.

Das dritte und vierdte kan auf gleiche Art erwieſen werden, wie der Satz §. 73 bewieſen, wenn auf dieſen der §. 52. Opt. Acht gegeben wird.

Zuſatz.

§. 75. Wolte demnach die Sonne und ein Fix-Stern gleich hoch ſtehen, ſo müſſen ihre Strahlen gleich ſtarck in der Atmoſphär gebrochen werden.

Aufgabe.

§. 76. Die Gröſſe von der Refraction eines Sterns in einer jeden Höhe zu finden.

Auflöſung.

1) Beobachte einen Stern, der in dem Meridian an dem Zenith ſehr nahe ſtehet, und meſſe deſſen Mittags-Höhe.

2) Suchet von dieſem Stern die Parallaxe (§. 46), welche alſo muß gefunden werden. Bey der Sonne iſt nichts zu helfen, weil der Sonnen-Diameter unmenglich klein (§. 174.).

3) Meſſet die Höhe dieſes Sterns, wenn er 15 Grade (§. 22.), und mercket noch einige Stunden, die bey Tage nach der Mittags-Linie gemeſſen, die Zeit, wenn dieſe Höhe gefunden worden.

4) Suchet durch Hülffe der gefundenen Declination die wahre Höhe, welche der Stern zu der beobachteten Zeit haben muß (§. 61.).

5) Subtrahiret die kleinere Höhe von der gröſſern. Das übrige zeiget an, wie viel die Refraction gehoben werden.

Anmerckung.

§. 77. De la Hire hat in Tab. Aſtron. p. 6. die Refractiones durch alle Grade der Höhe genau beſtimmet.

Er

Erklärung.

§. 78. *Micrometrum* ist ein Instrument, so in einem Fern-Rohre, da, wo der Punct des Bildes ist, angebracht wird, um die Kleinigkeit am Himmel damit abzumessen.

Aufgabe.

§. 79. Ein *Micrometrum* zu verfertigen.

Auflösung.

1) In dem Ort eines astronomischen Fern-Rohres, wo der Brenn-Punct des Objectiv-Glases ist, befestiget einen Ring von Meßinge AB. Tab. I. Astronom. Fig. 5.

2) Durch diesen schraubet zwo Schrauben C und D gleichfals von Meßinge mit sehr engen und gleichen Gängen, die in dem Mittel-Punct des Fern-Rohres zusammen stossen. So ist das Instrument fertig.

Beweiß.

Zehlet nach einer accuraten Uhr die Stunden und Minuten, welche vorbey fliessen, ehe ein Stern, der im Aequatore ist, in dem unbeweglichen Fern-Rohre von dem Ende der einen Schraube bis zu dem andern kommet, und verwandelt sie durch Hülffe der Regel-Detri in Minuten und Secunden des Aequatoris; so wisset ihr, wie viel Gewinde von der Schraube auf eine Minute gehen, und könnet daher ein Täffelein ausrechnen, darinnen einer jeden Zahl der Gewinde ihre zugehörige Stunden zugeeignet werden. Wenn ihr nun das Fern-Rohr nach einen Ort richtet, und die Schrauben dergestalt stellet, daß sie beyderseits die äussersten Puncte dessen, was ihr messen wollt, berühren; so dürffet ihr nur sehen, wie viele Zahl die Schrauben umgewendet werden müssen, ehe sie im Mittel-Punct zusammen stossen. Diese Zahl giebet in der verfertigten Tafel die Größe von der Breite dessen, was ihr messen wollt. Folglich

iſt das Inſtrument ein Micrometrum (§. 210. W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 80. Den ſcheinbaren Diameter der Sonne zu meſſen.

Auflöſung.

Stellet das Micrometrum, wie aus dem Beweis des §. 79. zu erſehen, und verfahret alsdenn, wie daſelbſt beſchrieben worden. Nur müſſet ihr merken, daß das Augen-Glaß über dem Licht ſtehende Linſſen muß, nicht allein, wenn ihr nach der Sonne ſehet, ſondern auch, wenn ihr den Fund die Weite wollet, damit der allzugroſſe Glanz [illegible] werde.

1. Folg.

§. 81. Ihr werdet finden, daß der ſcheinbare Diameter der Sonne, des Mondes und der übrigen Planeten nicht immer von einer Gröſſe ſey. Ihr werdet finden, daß der ſcheinbare Diameter des ♄, ♃ und ♂ gröſſer ausſiehet, wenn ſie von der Sonne weit weg ſind, als wenn ſie ihr nahe ſtehen, ſo gar, daß der Diameter des ♂ achtmahl ſo groß ausſiehet, wenn er von der Sonne 80° weg ſtehet, als wenn er mit ihr in einem Ort des Himmels geſehen wird. Ihr werdet endlich wahrnehmen, daß der ſcheinbare Diameter der Fix-Sterne durch das Micrometrum kaum kan gemeſſen werden.

1. Anmerckung.

§. 82. Hugenius hat herausgebracht, ſiehe Systema Saturnium pag. 77. ff. daß in der kleineſten Weite von der Erde der ſcheinbare Diameter des Saturni 30″, des Jupiters 1′ 2″, Martis 30″, der Veneris 1′ 25″. In der mittleren Weite aber den ſcheinbaren Diameter der Sonne 30′ 30″. Huygenius beſtimmet in Cosm. Lib. II. den Diameter des fixen Sterns 4‴.

2. Anmerkung.

§. 83. Hevelius hat durch verschiedene Observationen im Tract. de Mercurio in sole viso f. 101. erwiesen, das folgende Verhältniß unter den scheinbaren Diametern der Planeten.

	der Kleinste	Mittlere	Gröste
♄	14″ 13‴	16″ 8‴	19″ 40‴
♃	14″ 36‴	1′ 18″ 2‴	24″ 22‴
♂	3‴ 46‴	4″ 8‴	20‴ 30‴
☿	9″ 36‴	16″ 46‴	1′ 5″ 58‴
♀	4‴ 4‴	6″ 3‴	11″ 48‴

und Hugenius seinem System. Saturnino den kleinsten scheinbaren Diameter des ♄ 30″, ♃ 1′ 14″ ♂ 30″ ♀ 1′ 25″ zugegeben.

3. Zusatz.

§. 84. Auf gleiche Art könnet ihr den scheinbaren Diameter von den Flecken im Mond, von der Finsterniß im Mond, und in der Sonne, und so weiter, finden.

Zweyter Abschnitt.

Von

Erfindung der Gröse der Welt-Körper und deren Entfernungen nach der Vorstellung des Welt-Gebäudes mit dem Verstande.

Lehr-Satz.

§. 85. Die Sonne, der Mond, wie auch die übrigen Planeten sind der Erde einmahl näher, das andere.

Beweis.

Der ſcheinbare Diameter dieſer Sterne bleibt immer von einerley Gröſſe (§. 81.). Wie wäre dieſes möglich, wenn ſie immer in einerley Entfernung von der Erde ſtehen ſollten (§. 98. L. Opt.)? Siehe §. 38. W. d. E. W.

Erfahrung.

§. 86. Wann die Sonne in dem Morgen-Horizont erſcheinet, das iſt, ſo bald ſie aufgehet, ſo werden alle umſtehende Cörper helle, zu welchen von der Sonne können gerade Linien gezogen werden, und ſie werden warm. Die Sonne kommt nach und nach höher, bis ſie den Meridian erreichet hat, in welchem Augenblick ſie ſich zum Abend-Horizont zu ſencken anfängt, und in demſelben endlich für unſere Augen verſchwindet. Alsdann vergehet das Licht, und die Wärme nach und nach.

Zuſatz.

§. 87. Es iſt demnach die Sonne die Quelle des Lichtes und der Wärme, und hält ein Feuer (§. 1. Opt. et Pyrob.).

Erfahrung.

§. 88. Man hat zu verſchiedenen Zeiten viele Flecken in der Sonne wahrgenommen, und einige ihre Gränzen viele verändern und auch gar balde verſchwinden, andere hingegen von einer mercklichen Dauer ſind, ſo daß ſie vielmahl bis auf 60 und mehrere Tage lang geſehen worden. Sie bewegen ſich vom Morgenrande gegen die Abendſeite, jedoch an den Rändern langſamer als in der Mitten; und dieſe, welche eine geraume Zeit dauren, gebrauchen 13½ Tage,

ſie von einem Rande zu dem andern gelangen, geben eine ſo groſſe Zeit, da ſie aufs neue an 1 Morgen-Rande an ihrem vorigen Orte erſcheinen.

Zuſatz.

§. 89. Da die Zeit, in welcher die Flecken nicht geſehen werden, gleich iſt der Zeit, in welcher man ſolche wahrnimt; ſo könnten wenigſtens dieſe Flecken, die eine ſo geraume Zeit dauren, daß ſie aufs neue am Morgen-Rande zum Vorſchein kommen, nicht von der Scheibe der Sonnen entfernt ſeyn. Hieraus erhellen folgende Sätze:

1) Die Sonne drehet ſich in einer Zeit von 27 Tagen um ihre Axe.

2) Die Sonne iſt ein ſcheinbar kugelförmiger Körper. (§. 122. 129. Opt.)

3) Die Sonne beſtehet aus Theilen von verſchiedener Art.

Anmerckung.

§. 90. Wie die Sonnen-Flecken in Anſehung ihrer Gestalt beſchaffen ſind, und die Mittel ſelbige zu beobachten ſollen in der Vorleſungen gezeiget werden.

Erfahrung.

§. 91. Wenn die Sonne die Lande erleuchtet, werden stets zu erſt die Spitzen der Berge und Türme helle, nach und nach aber der Fuß derſelben erſt erleuchtet, und ſolches geſchicht auch zu der Zeit bey den Einwohnern des Morgen-Seite dieſer Erde, ſpäter aber bey den Abend-Ländern. Wenn im Gegentheil ſich die Sonne ſencket, ſo werden von ihren Strahlen die Füſſe der Berge eher verlaſſen, als die Spitzen, und die Morgen-Länder haben eher Nacht als die Abend-Län-

Zuſatz.

§. 92. Es iſt alſo unſere Erde [illegible] per, und erhält ihr Licht von der Sonne.

Anmerckung.

§. 93. Es erhellet aus dieſen Erfahrungen zugleich, daß unſere Erde rund ſeyn müſſe, da man ſonſt nicht [illegible] dieſe Begebenheiten zu erklären vermag. Die Einwürfe, ſo man gegen die Rundheit der Erde zu machen [illegible] ſind unzulänglich und ſollen in der Erklärung [illegible] werden.

2. Zuſatz.

§. 94. Da die Sonne ein leuchtender Körper (§. 17.) und die Erde ihr [illegible] vorgeſtellet wird (§. 92.), ſo muß die Erde an der der Sonne entgegengeſetzten Seite einen Schatten werffen (§. 29. Opt.), und da unten ſoll erwieſen werden, daß die Sonne gröſſer iſt als die Erde, ſo muß der Erd-Schatten eine kegelförmige Geſtalt haben (§. 32. Opt.).

Anmerckung.

Tab. II. Fig. 1. §. 95. Weil der Schatten in einem Mangel in dem Zufluſſe des Lichtes beſtehet, und daher verſchiedene Grade hat (§. 29. Opt.), ſo iſt leicht einzuſehen, daß ein jeder erleuchteter Körper einen zweyfachen Schatten haben müſſe. Denn die Strahlen, die an den äuſſerſten Seiten oder den gröſſten Mangel in dem Zufluſſe des Lichtes; hingegen da der leuchtende Körper allerhand Strahlen ausſtrahlet, und daher auch ſolche von der rechten [illegible] Linie hinfallen müſſen, ſo gebiert die Strahlen [illegible] dergleichen Schatten, deſſen ſie haben müſſen, einen Theil des Lichtes. Es erhellet alſo zur Genüge, daß die Erde auch den wahren Schatten, den auch einen halb Schatten, [illegible] von der Sonne erhalten müſſe.

Erfahrung.

§. 96. Wenn der Mond nahe bey der Sonne geſehen wird, ſo iſt ein ſehr geringer Theil ſeiner

Scheibe

Scheibe, in Gestalt eines Sichels erleuchtet: Je weiter er sich aber von der Sonne gegen den Morgen-Sterne bewegt, desto mehr nimmt sein Licht zu, also daß er nach Verlauf von 7 Tagen, wenn er 90° von der Sonne abstehet, mit halben Lichte scheinet, welcher Zustand das erste Viertel genennet wird. Der erleuchtete Theil desselben ist stets der Sonne zugekehrt. Je mehr er sich ostwärts von der Sonne entfernt, desto mehr nimmt sein Licht zu, dergestalt, daß er nach abermahligen 7 Tagen, wenn er 180° von der Sonne entfernt ist, mit vollem Lichte pranget, daher er gleichsam der volle Mond genennet wird. Von dieser Zeit an nimmt sein Licht an dem Abend-Rande nach und nach ab, so wie er sich den Morgen-Sterne noch mehr nähert und ist nach wiederum verflossenen 7 Tagen wie zuvor halb. Haben er das letzte Viertel machet. Der erleuchtete Theil desselben, der auch in diesem Zustande der Sonne zugekehrt ist, wird wiederum sichelförmige bis endlich nach Verlauf von 7 Tagen, oder nach 28 Tagen vom Anfange seines Scheines zu rechnen, er dem Auge nicht zu sehen ist, und alsdenn nehmet neuch sein das neue Licht.

Zusatz.

§. 97. Diese Erfahrungen berechtigen uns zu schliessen:

1) Der Mond sey ein dunckler Körper;

2) Er erhalte sein Licht von der Sonne;

3) Er werffe der Sonnen gegen über einen kegelförmigen Schatten, da er seines nach krummen Linien gränzten, und so häuffig abwechselnden Lichtes wegen, ohnmöglich eine andere als kugelförmige Gestalt haben kan (§. 29. seq. Opt.)

4) Er bewege sich von Abend gegen Morgen

Lehr-Satz.

§. 98. Der Mond bewegt ſich um die Erde in einer Zeit von 29 Tagen.

Beweis.

Tab. II. Fig. 2. Es ſey S die Sonne, T die Erde, und abcd der verſchiedene Stand des Mondes in der Bahn. Wenn demnach der Mond in a iſt, ſo kehrt er ſeine dunckle Seite zu, und man kan ihn gar nicht ſehen: kommt er in b, ſo ſiehet man nur einen ſichtbaren Theil ef, welcher, weil er in der Mondwechſel-Stellung daſtehet, die Geſtalt eines halben Zirckels hat. Iſt der Mond in c, ſo iſt ſein ſcheinbar erleuchteter Theil gh, ein Uiberzirckel, und folglich faſt ganz rund. Wird er in d verſetzt, ſo kehret er uns ſeinen noch mehr erleuchteten Theil zu, und er erſcheinet faſt ganz rund. Wenn aber der Mond in a ſtehet, da er mit der Sonne in einer Gegend, und in Anſehung ihrer um 90 Grade von der Erde entfernet iſt, ſo kan er gar nicht geſehen werden. Alle Jahre eben dergleichen erfolget, welches daher kommt, weil der Mond alle 29 Tage rund herum laufet, und man ſolchergeſtalt auf das deutlichſte, zum Grund von den zuvor angezeigten Erfahrungen haben kan, daß ſonſt kein Zweiffel, daß ſich der Mond um unſere Erde in einer Zeit von 29 Tagen bewege.

Erfahrung.

§. 99. Wenn man den Mond durch ein gutes Rohr betrachtet, ſo erkennet man deutlicher als durch bloſſe Augen, daß er viele Flecken habe, davon einige ſehr helle, andere blaß, noch andere ſchwärtzlich ausſehen. Die hellen Flecken, wenn ſie die Gräntzen des Lichtes beſtimmen, ſind ſtets höckericht aus; ja vielmahl ſcheinen ſie von der übrigen Scheibe abgeriſſen in freyer Luft zu ſchweben. Hingegen wenn das Liche an einem

schwarzen Flecken sich endiget, so erscheinet daselbst gerad linigt. Man nimt auch Flecken wahr, die bey dem zunehmenden Lichte des Mondes von der Morgen nach der Abend-Seite nehmen, hingegen bey dem abnehmenden Monde wieder zunehmen, und sich solchergestalt täglich verändern, an dem Monde aber ganz verschwinden. Ausser diesen Flecken entdeckt man noch andere, welche in dem Abend- und Morgen-Rande bleiben, doch also, daß wenn jene am Abend-Rande nach 14 Tagen zurücke gehen, diese am Morgen-Rande eintreten, und abermahls nach 14 Tagen an eben dem Rande wieder verschwinden. Eine gleiche wechselsweise Bewegung haben die Flecken, welche man an dem nördlichen und südlichen Theile des Mondes [illegible]

§. 100. Da der Mond von der Sonnen auf eine gewisse Weise erleuchtet wird (§. 97), demnach aber das Licht nicht auf einerley Art reflectiret, so muß [illegible] von verschiedener Art bestehen.

2. Hügel.

§. 101. Indem ferner die Gränzen des Lichtes bey den sehr hellen Flecken stets höckericht, und vielmahl abgerissen erscheinen, so müssen diese Theile unfehlbar für andere erhabene Theile des Mondes [illegible] Nun aber nennen wir auf unserer Erde unter sich für andere erhabene Theile, Berge; demnach ist unläugbar, daß der Mond Berge habe.

3. Thal.

§. 102. Da der Mond ein dunkler Körper ist (§. 97), und Berge hat (§. 101), so sind entweder die

ſchwarzen Flecken, Bergen und Thäler verſ
oder eine Materie, welche die Licht-Strahlen
reflectirt, ſondern durch ſie hindurchfahren läſſet.

4. Zuſatz.

§. 103. Es ſind demnach die Flecken, die
zunehmenden Monde abnehmen, hingegen
abnehmenden Monde zunehmen, und welche
hellen Lichte deſſelben ganz verſchwinden, g
Schatten der Monds-Berge.

5. Zuſatz.

§. 104. Weil die beſtändigen
den Mondes ſtets einerley
gleich von den
Gränzen gradlinigt ſind; ſo geben ſie eine Vermu
thung, daß ſie
ſind, die das
Denn bey unſern
wahr, daß ſie, in der Ferne,
erſcheinen, ohnerachtet ſie von der
werden.

Lehr-Satz.

§. 105. Der Mond dreht ſich um ſeine Ax

Beweis.

Tab. II. Fig. 3. Wenn ihr annehmet, daß der Mond in ſeiner Bewegung ſtets ſeinen Theil nach dem unbeweglichen Punct x hinkehret; ſo könnet ihr dadurch einſehen, warum an dem Morgen-Rande Flecken in der Geſtalt eintreten, die nach 14 Tagen an eben dem Rande verſchwinden, an deſſen Stelle aber an dem Abend-Rande andere Flecken zum Vorſchein kommen, und auf eine ſolche Weiſe abwechſeln (§. 99.). Demnach der Morgen-Rand und der Abend-Rand des

Mon-

ndes ist; x aber der Punct, zu welchen e beständig
gelet; so sehet ihr in T, als auf der Erde, wenn
Mond in A ist, Flecken an beyden Rändern.
mmt der Mond in B, so entdecket ihr nicht nur die
rigen Flecken in a, sondern sie scheinen dieser Lage
gen, in die Scheibe zu treten, da im gegentheil
e Flecken bey b hinter dem Monde sind, und folg-
vergeln seiner Dunckelheit von uns nicht können ge-
hen werden. Kommt der Mond in C, so scheinen
f Flecken a an dem Rande zurücke zu gehen. Ge-
ngter endlich der Mond in D, so sehet ihr wie zuvor
Flecken an beyden Rändern. Da nun eben der-
lichen erfolget an dem Rande b, wenn der Mond
s D in E, und F bis in A versetzet wird; dieses aber
hr kan gedacht werden, woferne man nicht behaup-
, daß der Mond alle seine Theile nach und nach
r Sonne in der Zeit zukehret, in welcher er seine
uf-Bahn einmahl zurücke leget; so muß man be-
upten, daß sich der Mond in dieser Zeit um seine Axe
rege.

Anmerckung.

§. 106. Wenn nun erhellet, daß diese Bewegung des
Mondes auch um seine Axe nach eben der Direction geschicht,
ach welcher der Mond seine Bahn durchwandert, so kan
an ebenfals den Grund angeben, warum ein wechselhaf-
s Erscheinen der Flecken am nordischen und südlichen
ande entstehet (siehe §. 99.).

Lehr-Satz.

107. Der Mond ist ein ähnlicher Körper mit
ser Erde.

Beweiß.

n wie weit Dinge einerley Merckmahle haben,
weit sind sie ähnlich (§. 5. Alg. M.). Der Mond
) ein dunckeler Körper, 2) erhält sein Licht von
Sonnen, 3) hat abwechselndes Licht und Schat-

ten, 4) ist bergigt, 5) hat Thäler und Gebürge (§. 97. 100. 103. 104.). Diese Eigenschaften finden auch bey der Erde statt (§. 92. seq.). Demnach ist nicht zu leugnen, daß der Mond ein der Erde ähnlicher Körper sey.

Erfahrung.

§. 108. Die Sonne verliert unsern Augen ihren hellen Himmelsschein. Es gewinnet das Ansehen, als ob eine dunckle runde Scheibe vor die Sonne käme, jedoch also, daß der verdunckelte Theil der Sonnen nicht allen Erd-Einwohnern gleich groß vorkommt, sondern denen, die mehr gegen Abend liegen, die Sonne eher scheint ihr Licht zu verlieren, als denen gegen Morgen. Eben also erblicken jene das Licht der Sonnen weit eher wieder als diese.

Zusatz.

§. 109. Da diese Begebenheit nur alsdenn erfolgt, wenn der Mond und die Sonne in einem Orte der Ecliptik gesehen werden, und der Mond ein dunckler Körper ist (§. 97.), auch sich vom Mittag gegen Morgen bewegt (§. 21.); so ist kein Zweifel, daß der Mond derjenige Körper seyn solle, der uns, indem er vor die Scheibe der Sonne tritt, auf einige Zeit dessen Licht beraubet.

Erklärung.

§. 110. Eine Bedeckung der Sonne nennet man eine Sonnen-Finsterniß.

Zusatz.

§. 111. Hieraus ist gnugsam abzunehmen:

1) Wie eine Sonnen-Finsterniß möglich ist.

2) Daß

2) Daß keine Sonnen-Finsterniß entstehen könne als nur zur Zeit des neuen Lichtes.

3) Daß allet Anfang eines solchen Finsterniß an der Abend-Seite der Sonnen erfolgen müsse, und daß der Morgen-Rand zuletzt verlassen werde.

4) Daß nicht alle Einwohner der Erde zu einerley Zeit die Finsterniß auf einerley Art erblicken, sondern die gegen Abend liegen eher, als welche gegen Morgen wohnen.

5) Daß diejenigen, welche in dem wahren Schatten stehen, eine gänzliche, hingegen die in dem halb Schatten sich befinden, nur zum Theil eine Finsterniß sehen, welcher Theil um, desto grösser ist, je näher man sich bey dem wahren Schatten befindet.

Anmerkung.

§. 112. Die ganzen Finsternisse theilt man ein in ringförmige, wo um den Mond, indem er die Sonne zum mehresten bedecket, annoch ein Theil der Sonnen in Gestalt eines Ringes zu sehen ist, und in solche, die entweder mit einigem Verzug, oder ohne denselben die Scheibe der Sonne verfinstern. Wie dieses möglich ist, kan mit leichter Mühe aus dem §. 92. bis 94. Opt. erkläret werden.

Aufgabe.

§. 113. Eine Sonnen-Finsterniß zu beobachten.

Auflösung.

1) Fanget das Bild der Sonnen durch ein Fern-Rohr, in einem dunckten Gemach, auf einen in Rahmen gespannten weissen Bogen Papier auf, und theilet dasselbe in 12 gleiche Theile. Alsdenn könnet ihr

2) nach einer richtigen Secunden-Uhr die Zeit des Anfangs und des Endes, nebst der Zeit der völligen Verfinsterung bestimmen.

Erfahrung.

§. 114. Der Mond verliert zuweilen, wenn er mit vollem Lichte ſcheinet, ſein Licht entweder nur zum Theil oder ganz; und alsdenn ſcheinet es, als ob eine dunckele runde Scheibe in die Scheibe des Mondes kommt. Dieſes geſchicht niemals als nur alsdenn, wenn ſich der Mond entweder würcklich in oder doch nahe bey der Ecliptick befindet. Die Einwohner der Erde, die alsdenn Nacht haben, ſehen diesen verdunckelten Theil des Mondes auf einerley Weiſe.

Zuſatz.

§. 115. Da der Mond ſein Licht von der Sonne hat (§. 97.) und ſich zu der Zeit, wenn eine Begebenheit an einem Orte befindet, wohin nothwendig der Erd-Schatten fallen muß (§. 94.); ſo iſt kein Zweiffel, daß der Mond deswegen ſein Licht auf einige Zeit verlieret, weil er in den Erd-Schatten kommt.

Erklärung.

§. 116. Eine Mond-Finſterniß iſt eine Verdunckelung des Mondes durch den Schatten der Erde.

Zuſatz.

§. 117. Hieraus ſind leichte folgende Sätze zu nehmen:

1) Eine jede Monden-Finſterniß erfolget nur zur Zeit des vollen Lichtes.

2) Nur alsdenn, wenn der Mond entweder ſelbſt in der Ecliptick, oder ihr ſehr nahe iſt.

3) Alle Monden-Finſterniſſe müſſen bey dem Morgen-Rande des Mondes anfangen (§. 97.)

4) Je

4) Je tiefer er sich in den Erd-Schatten einsencket, desto grösser muß sein verdunckelter Theil seyn.

Anmerckung.

§. 118. Wenn drey verschiedene Arten der Monden-Finsterniß werden in den Vorlesungen gelehrt werden.

Aufgabe.

§. 119. Eine Monden-Finsterniß zu beobachten.

Auflösung.

1) Stellet bey Tage eine gerechte Secunden-Uhr nach der Sonne.

2) Richtet ein Fernrohr mit einem Micrometro gegen den Mond, und mercket die Zeit, wenn er an der Peripherie seine Rundung zu verlieren anfängt. Diese giebt den Anfang der Finsterniß.

3) Mercket ebenfals nach und nach die Zeit, zu welcher die Flecken des Mondes, die in der Mond-Beschreibung besondere Nahmen erhalten haben, verdunckelt werden, ingleichen, wann sie abermahls ihr Licht erhalten, und wannehm der Mond völlig wieder zu scheinen anfängt.

4) Ziehet die Zeit des Anfanges von der Zeit des Endes ab, so wisset ihr, wie lange die Finsterniß gedauret.

5) Theilet diese Zeit in 2 gleiche Theile, so ist auch das Mittel der Verfinsterung bekannt.

6) Die Gröſſe der Verfinsterung könt ihr durch das Micrometron messen.

Erfahrung.

§. 120. Wenn ihr die Venus einige Zeit nach ander betrachtet, so werdet ihr finden, daß, wann sie bald nach dem Untergang der Sonnen

gesehen wird, sie bey nahe mit vollem Lichte scheinet, je weiter sie aber von der Sonnen wegrücket, immer mehr und mehr von ihrem Lichte verlieret, bis sie endlich in ihrer grösten Entfernung, welche nicht über 47° beträgt, nur halb erleuchtet erscheinet. Indem sie nach dieser Zeit sich der Sonnen wieder nähert, nimt ihr Licht noch immer mehr und mehr ab, je näher sie der Sonne ist, also daß sie zuletzt sichelförmig und sehr gezackt erscheinet. Wann man sie wieder nach einiger Zeit kurz vor der Sonnen Aufgang am Morgen-Horizonte erblicket, so erscheinet sie abermals sichelförmig, nimt aber täglich in ihrem Lichte zu, je mehr sie sich von der Sonnen entfernt, also daß sie in ihrem abermaligen grösten Abstande halb erleuchtet ist. Wenn sie aber zu der Sonne zurücke kehret, so nimt ihr Licht noch mehr zu, bis sie endlich, da sie bey nahe mit vollem Lichte scheinet, für unsern Augen verschwindet, und sich unter die Strahlen der Morgen-Sonne verberget. Ihr Licht ist stets der Sonnen zugekehrt, und wo sie mit dem schwächesten Lichte scheint, ist ihr Diameter 6 mahl grösser als wenn sie zum mehrsten erleuchtet ist. Man nimt ferner auf der Scheibe der Veneris einige Flecken wahr, welche nach Verlauf von 23 Stunden und 20′ zu ihrem vorigen Orte gelangen. Auch hat Jeremias Horoccius 1639. d. 24. Nov. die Venus als einen runden Flecken gesehen, der sich durch den Teller der Sonne zu bewegen geschienen, und diese Begebenheit soll nach der Rechnung der Stern-Kundigen d. 25. May. 1761. wieder erfolgen.

Erfahrungen.

§. 121. Was man bey der Venus wahrgenommen

[illegible]

Zusatz.

Aus diesen Beobachtungen kan mit gar wenig Mühe gefolget werden

1) Venus und Mercurius gehören unter die dunckele Körper, und erhalten ihr Licht von der Sonnen.

2) Beyde müssen runde Körper seyn, siehe §. 97. n. 3.

3) Venus weichet sich in einer Zeit von 23. Stunden [illegible]

4) Die Venus gehöret unter die heraligten Welt-Körper (§. 101.).

5) Venus [illegible] uns zu einer Zeit [illegible]

Lehrsatz.

Venus und Mercurius bewegen sich in [illegible] um die Sonne.

Erklärung. Die Gestalt und Beschaffenheit der Venus, und die Ursache, warum sie verhindert, daß da die Venus in der dritten Abtheilung der Sonne zukehrt, dort auf der Erde, wenn sie in der Mitte und die Helffte, in einer jeden Helffte, ein sichelförmiger Theil ihres Lichtes müsse gesehen werden. Tab. II. Fig. 4.

Eben dieſes erfolget in einer verkehrten L
wenn die Venusſcheibe in fg und h verſetzet wi
nun nicht allein hiedurch ein richtiger Grund
verſchiedenen Lichte dieſes Planetens kan
werden; ſondern auch überdieß zum deutl
hellet, warum, wenn dieſer Stern in e i
ſen für die Scheibe der Sonnen in G
ſchwarzen Fleckens vorbey gehen müſſe,
derſelbe, wenn er mit dem ſchwächſten Lich
zugleich zum gröſten ausſiehet; ſo iſt nicht z
daß ſich die Venus in einer in ihr ſelbſt
ſenden krummen Linie um die Sonne bew
von die Erſcheinungen des Mercurii un
gerichtet ſind; ſo iſt auch dieſer Satz
den Mercurium anzuwenden.

Erklärung.

§. 124. Die Lage eines Planetens
Sterne, ſo wie ſie von der Erde erſch
nian den Coſmiſch.

Anmerkung.

§. 125. Wenn der Stern mit der Sonne
des Himmels geſehen wird, ſo ſagt man,
Conjunction, und ſein Zeichen iſt dieſes
Stern von der Sonnen 90 Grad
dieſe Stunde ſey geſchehen, gemeldet
net. Iſt er endlich von der Sonnen 180
man, er ſey in der Oppoſition. Die Zeichen
ten, ſind in der geſetzten Ordnung folgende:
z. E. wenn Saturnus und Jupiter im gevirt
ſtändig ſtehen, ſo ſtehet dieſes ſo
Zeichen des Aſpekts nur
verſtehet man den Mond
den Geſichtsſchein der
Mond in dem

Erfahrung.

§. 126. Mars erscheinet stets mit vollem Lichte, wenn man ihn durch das Fern-Rohr betrachtet, und er entweder in der Opposition oder der Conjunction mit der Sonnen stehet; und in dem letzten Fall ist sein scheinbarer Diamet 8 mahl grösser, als wenn er sich in der Conjunction befindet. Betrachtet man ihn aber in dem Gevirt- und Gedritschein anschauet, so siehet er aus als der Mond, der nach dem vollen Lichte abnimt; wobey seyn mittelsten erleuchteter Theil der Sonnen zugekehrt ist. Man nimt auch sehr veränderliche Flecken auf seiner Scheibe wahr, welche sich nach Verlauf von 24 Stunden 40' wieder an dem vorigen Orte befinden.

Zusatz.

§. 127. Auch hieraus ist leichte zu schliessen:

1) Mars müsse ein dunckler Körper seyn, der sein Licht von der Sonne empfängt.

2) Er müsse sich um seine Axe in einer Zeit von 24 Stunden 40' bewegen.

3) Er müsse also ein runder Körper seyn.

4) Er bestehe so wohl aus Theilen von verschiedener Art, als sey uns auch in der Opposition näher als in irgend einer andern Stunde.

Lehr-Satz.

§. 128. Mars beweget sich in einer in ihm selbst zurücklauffenden krummen Linie um die Sonne.

Beweis.

Wenn ihr eine Laufbahn zeichnet, welche so wohl um die Sonne als um die Erde zugleich gehet, und Mars allemahl in verschiedenen Puncten derselben setzet, also daß sein erleuchteter Theil der Sonnen zugekehrt

iſt; ſo könnet ihr wie der Planet Venus deutlich einſehen, warum er in der Oppoſition und Conjunction mit allem Lichte, hingegen im Semiſt- und Bevierten mit wenigerm Lichte ſcheinet, und ihr ſeyt im Stande von den im §. 126. angegebenen Beobachtungen den natürlichen Grund anzuzeigen.

Anmerkung.

§. 129. Ihr habet gehöret, warum die Entfernung der Erde von der Sonne gegen die Entfernung der übrigen Planeten von der Sonne nicht in einem hohen Grade groß ſey, als der Planet Erde von der Sonne, ſondern bewegte er ſich, wie Venus und Merkurius zuweilen alſo, daß er zwiſchen der Sonne und der Erde ſtünde; ſo müſte auch Mars zuweilen eine ſolche Stellung erhalten, da aber dieſes niemahls geſchiehet, ſo müſſe ein ſehr großer Streich ſich Mars in einer weiten Bahn bewegen müſſe, als der Abſtand der Erde von der Sonnen ausmachet, und demnach iſt die angenommene Hypotheſe ein vollſtändiges Mittel ſeine Erſcheinungen zu erklären.

Erfahrung.

§. 130. Die Geſtalt des Jupiters iſt rund, wenn man unterſcheidet ihn durch ſtarke Fernglaſer, die ſehr veränderlich ſind, ſo daß zuweilen 2. 3. 4. ſolche dergleichen auf einer Scheibe vorgebracht werden. Wenn er in der Oppoſition iſt, ſo iſt ſein ſcheinbarer Durchmeſſer bey nahe noch einmahl ſo groß, als wenn er in der Conjunktion deſſelben ſich befindet. Man erkennet auch zuweilen daſelbſt Flecken an den Rändern, welche ſich in der Mitte der Scheibe, als in der Mitte der Planeten, langſamer bewegen, als in der Mitten, und nach Verlauf von 9 Stunden und 56′ wieder von dem vorigen Rande erſcheinen.

Anmerkung.

§. 131. Aus dieſen Beobachtungen muß man nothwendig ſchlieſſen, daß Jupiter eine ſehr ſchnelle Umdrehung um ſeine Axe habe, und

da er stets rund aussiehet, so ist dieses bey seiner Bewegung und die Art unmöglich, woferne er nicht selbst ein runder Körper seyn solte.

Erfahrung.

§. 132. Marius entdeckte zuerst 1609. 4 kleine Sterne mit dem Jupiter, die mit demselben fortrückten, und zugleich in Ansehung des Jupiters ihre Stellen veränderten. Sie bewegen sich alle gegen Abend bis zu einer gewissen Entfernung, von welcher sie zu der Scheibe des Jupiters zurücke kehren, und weiter vorwärts gegen Morgen sich bewegen, bis sie abermahlen nach einer gewissen Entfernung sich der Scheibe des Jupiters nähern.

Zusatz.

§. 133. Diese Erscheinung ist nicht zu erklären, woferne man nicht behauptet, daß diese Sterne sich um den Jupiter bewegen. Da wir nun erkannt haben, daß der Mond hauptsächlich sich um die Erde beweget (§. 98.); so hat man Grund genug, diese 4 Sterne, die sich um den Jupiter bewegen, die Jupiters Monden zu nennen.

Anmerckung.

§. 134. Der nächste Jupiters Mond beweget sich in 1 Tage 18 Stunden 28′ 36″. Der andere in 3 Tag. 13 St. 13′ 54″. Der 3te in 7 Tag. 3 St. 59′ 39″, und endlich der 4te in 16 Tag. 18 St. 5′ um den Jupiter. Eben so entfernet sich der erste von der Scheibe des Jupiters 2½ der 2te, 4, der 3te, 7½, und der 4te, 13½ des Diametri Jovis.

Erfahrung.

§. 135. Man siehet die 4 Monden einige Zeitlang nicht, wenn sie eine solche Lage haben, daß aus der Sonne zu sie durch die Scheibe des 4 eine

gerade

gerade Linie kan gezogen werden. Wenn sie aber vor der Scheibe des 4 vorbey gehen, so nimt man öfft wahr, daß sich auf der Scheibe des 4 ein runder Flecken abbildet, der am Rande scheinbar so geschwinde beweget als in der Mitte, und welcher daselbst anzutreffen ist, wo die gerade Linie, die man von der Sonne durch den 4 [illegible] zu ziehen vermag, den 4 berühret.

1. Zusatz.

§. 136. Aus der ersten Erfahrung erhellet, daß 1) 4 Trabanten dunckle Körper sind, und Licht von der Sonnen haben. 2) Daß sie in gewisser Lage eine Verfinsterung erdulden, und 3) daß diejenige Seite, welche von der Sonnen abgekehret, dunckel sey.

2. Zusatz.

§. 137. Die 2te Erfahrung berechtiget uns zu glauben, daß diese Flecken, die Schatten der 4 Trabanten seyn müssen. Und daraus ist zugleich klar, daß 4 selbst ein dunckeler Körper seyn müsse.

Erfahrung.

§. 138. Saturnus erscheinet durch gute Fern-Röhren bald rund mit einem schwartzen Streiffen in der Mitten, bald mit 2 Armen, die in einer geraden Linie ausgedehnt sind, bald mit zweyen dunckelen Flecken, durch welche man die Fix-Sterne erblicken kan. Wenn der runde Flecken erscheinet, so ist der schwartze Streiffen auf dessen Scheibe zu sehen; wenn er aber mit Armen erscheinet, so befindet sich der Streiffen etwas über diesen. Ist der Saturnus in der Opposition mit der Sonnen, so hat sein scheinbarer Diameter etwas grösser, als wenn er sich in der Conjunktion befindet.

Anmerckung.

§. 139. Diese besondere Gestalt des ♄ zu erklären nimt Hugenius und mit ihm die neuern Stern-Kundiger an, daß um den ♄ in einerley Weite eine Menge kleiner Sterne in Form eines Ringes sich befünden, welcher Ring gegen die Ecliptik geneiget sey. Alsdenn ist leicht einzusehen, daß der schwartze Streiffen, ein Schatten dieses Ringes sey, und daher, nach dem verschiedenen Stande des Planetens gegen unsere Erde bald über bald unter dem Ringe erscheinen müsse.

Erfahrung.

§. 140. Es bewegen sich um den ♄ 5 kleine Sterne in allen Stücken wie die Trabanten des 24. Der vierte in der Ordnung ist vom Hugenio 1655, die übrigen 4 aber sind nach diesen von Cassini entdecket worden.

Anmerckung.

§. 141. Der nächste an dem ♄ kommt um den ♄ in 1 Tage 21 St. 18′ 27″, der andere, in 2 Tag. 17 St. 41′ 27″, der 3te in 4 Tag. 13 St. 47′ 16″, der 4te in 15 Tag. 22 St. 41′ 11″, und der 5te in 74 Tag. 7 St. 53′ 57″. Der Abstand von dem Mittel-Punct des ♄ ist bey dem ersten Sterne bey nahe 1 Diameter des Ringes, des 2ten $1\frac{1}{4}$ des 3ten $1\frac{1}{2}$ des 4ten 4, und des 5ten $12\frac{1}{2}$.

1. Zusatz.

§. 142. Weil die Bewegung der 5 Sterne um den ♄ völlig eben also geschicht, als wie bey dem 24 Möndgens (§. 140); so sind sie nicht nur ebenfals Trabanten von ♄, so wie jenes vom 24; sondern sie müssen auch dunckle Körper seyn, die ihr Licht von der Sonnen erhalten, und demnach auch zu gewissen Zeiten eine Verfinsterung erdulden, wenn sie nemlich an einem solchen Orte sich befinden, wohin von der Sonne durch die Scheibe des ♄ eine gerade Linie kan gezogen werden.

2. Zusatz.

§. 143. Es muß demnach Saturnus sein Licht nicht von ihm selbst, sondern von der Sonnen haben, mithin ein dunckler Körper seyn.

Lehr-Satz.

§. 144. So wohl der ♃ als auch ♄ bewegen sich in einer in ihnen selbst zurücklaufenden krummen Linie um die Sonne.

Beweiß.

Wenn ihr in allem verfahret wie bey dem Mars dargethan worden, nur daß die Laufbahn des ♄ gröſſer ist als des ♃, und dieses ihre gröſſer ist als ♂ seine; so werdet ihr nicht nur deutlich daraus erklären können, warum diese Welt-Körper in der Opposition gröſſer erscheinen, als wenn sie in der Conjunction sind; sondern ihr sehet auch ein, warum sie stets mit vollem Lichte, nicht aber wie die vorhergehenden mit abwechselndem Lichte scheinen. Man hat demnach Grund zu glauben, daß sich diese Welt-Körper in einer krummen Linie um die Sonne bewegen.

Lehr-Satz.

§. 145. Merkurius, Venus, Mars, Jupiter und Saturnus sind ähnliche Welt-Körper mit unserer Erde.

Beweiß.

Sie sind alle sinnlich runde und dunckle Körper, welche ihr Licht von der ☉ erhalten, haben Theile von verschiedener Art, sind rauhe in der Oberfläche, haben folglich Thäler und Berge; überdies bewegen sich um den ♃ und ♄ Trabanten (§. 122. 127. 131. 133. 136. 137. 142. 143.). Da nun eben dieses bey der Erde statt findet (§. 91. seq.); so hat man Grund

nenne zu behaupten, daß die erwehnten Welt-Körper eine Aehnlichkeit mit unserer Erde haben.

1. Zusatz.

§. 146. Da also die Erde in den Haupt-Stücken mit dem Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturnus übereinstimt, so ist es der Vernunfft sehr gemäß zu behaupten, daß sie auch mit diesen darin überein komme, daß sie sich wie jene um ihre Axe in einer Zeit von 24 Stunden weltze, und sich um die Sonne innerhalb Jahres-Frist bewege.

2. Zusatz.

§. 147. Nimt man die Merckmahle dieser Sterne zusammen, so müssen wir behaupten, ein Haupt-Planet sey ein dunckler Welt-Körper, der sein Licht von einer Sonne oder einem Fix-Stern erhält, und welcher sich um dieselbe in einer in ihm selbst zurücklauffenden krummen Linie bewegt. Ein Neben-Planete aber, oder ein Mond, oder ein Trabante, sey derjenige dunckle Welt-Körper, der sein Liecht von einem Fix-Stern erhält, und sich hauptsächlich um den Haupt-Planeten, mit diesem aber um den Fix-Stern beweget.

3. Zusatz.

§. 148. Es sind demnach Merkur, Venus, die Erde, Mars, Jupiter und Saturnus Haupt-Planeten (§. 146. 147.) Neben-Planeten aber der Mond (§. 98.) Jupiter (§. 193) und Saturnus (§. 149.).

4. Zusatz.

§. 149. Da man alle diese Planeten ihr Liecht von der Sonnen als einen sich beleuchtenden Körper hat, die Welt-Körper aber, der sein Liecht von keinem andern Körper bekommt, ein Fix-Stern genennet wird;

wird; so ist offenbar, daß die Sonne ein Fix-Stern, mithin kein Planete seyn könne.

5. Zusatz.

§. 150. Es beweget sich derowegen die Sonne weder um die Erde von Abend bis Morgen in einer Jahres-Frist, noch täglich von Morgen gegen Abend (siehe §. 19.), sondern dieser Schein muß eine Folgerung der Bewegung unserer Erde seyn, deren Möglichkeit aus dem §. 126. Optic. erhellet.

Erklärung.

§. 151. Ein Planete ist gradelaufig, wenn er in seiner Bewegung sich von den Abend-Sternen gegen Morgen-Sternen nähert. Er ist rückgängig, wenn er sich von den Morgen-Sternen mehr den Abend-Sternen nähert. Er ist stille stehend, wenn er einige Zeit an einerley Orte des Himmels zu stehen scheint.

Zusatz.

§. 152. Da sich die Planeten zugleich mit der Erde bewegen, so ist es sehr natürlich, daß sie bald gradelaufig, bald rückgängig, und zuweilen gar stehend erscheinen müssen (§. 120. 122. 124. Opt.).

Erfahrung.

§. 153. Der Mond ist stets gradelaufig, obgleich seine Bewegung in verschiedenen Zeiten nicht gleichförmig ist.

Erfahrung.

§. 154. Der ☿ und ♀ sind gradelaufig, und bewegen sich auch geschwinder, wenn sie über der Sonne sind, als wenn sie sich unter derselben befinden, ersterer durch 93 Gegenden beynahe

bey nahe durch 542. Tage. Wenn sie sich unter der Sonne befinden, und mit ihr an einem Orte gesehen werden, so werden sie rückgängig, ersterer durch 22, diese durch 42. Tage. Ersterer stehet stille durch einen halben, diese durch einen ganzen Tag.

Erfahrung.

§. 155. Mars, Jupiter und Saturnus bewegen sich geschwinder, wenn sie der Sonne nahe, langsamer aber, wenn sie von ihr mehr entfernt sind. Stehen sie in der Opposition mit der Sonne, so werden sie rückgängig, und stehen stille kurtz vor ihrem Ruckgang, und kurtz vorher ehe sie aufhören rückläufig zu seyn. Mars ist geradeläufig durch 205 Tage, ruckgängig 75 Tage, und stillestehend durch 2 Tage. Wiederum Jupiter ist 283 Tage geradeläufig, 119 Tage rucklaufig, und 4 Tage stillestehend. Endlich Saturnus bewegt sich gerade durch 244 Tage, ist ruckgängig durch 136, und stillestehend durch 8 Tage.

Anmerckung.

§. 156. Diese algemeine und besondere Erscheinungen der Planeten hat man zu erklären sich schon in den ältesten Zeiten angelegen seyn lassen, und zu diesem Ende die Lage derselben und der Sonne also zu bestimmen gesucht, daß man dadurch den Grund dieser Begebenheiten zu erkennen vermögte. Eine solche Lage der Planeten und der Sonne gegen einander, dadurch man einsehen konte, wie die eine den Grund von den Erscheinungen des andern enthielte, nennete man ein Systema Planetarum. Wir würden die Gräntzen der Anfangs-Gründe überschreiten müssen, wenn wir bey den erdachten und verschiedenen Systemen uns aufhalten, selbige nicht alleine beschreiben, sondern auch entweder verwerffen, oder annehmen solten. Es ist genug, daß sie in 2 Arten zu theilen sind, in solche, bey welchen die Erde in dem Mittel-Punkt und unbeweglich angenommen, und in diese, bey welcher die Sonne als unbeweglich, im gegentheil die Erde beweglich angenommen worden. Dieses letztere

leztere behaupteten ſonderlich Ariſtarchus Samius und die Pythagoräer Philolaus, welches Copernicus durch ſeine Beobachtungen beſtätigte und wieder auf die Bahn brachte, daher man ſolches zur Zeit das Syſtema Copernicanum nennet. Und da man bis hieher kein vollſtändigeres erhalten als eben dieſes, ſo wollen wir uns bemühen daſſelbe begreiflich zu machen, und zuſehen, in weit die Erſcheinungen mit demſelben übereinſtimmen. Wer inzwiſchen Belieben trägt die verſchiedenen Syſtemata näher zu kennen, kan mit Vortheil *Bions* Abhandlung von der Welt-Beſchreibung nachleſen. lesen.

Lehr-Satz.

§. 157. Wenn die Sonne entweder in dem Mittel-Punkt oder doch nahe bey demſelben in dem Planeten-Gebäude geſetzet, und angenommen wird, daß die Bahn des Planetens, ſo groß ſein Abſtand von der Sonne mit der Gröſſe der Zeit ſeiner Bewegung wächſet; und daher 1) ☿ ſich um die Sonne in der nächſten Bahn in 88 Tagen, 2) ♀ in der 2ten Bahn ſich in einer Zeit von 225 Tagen, 3) in der 3ten die Erde in einem Jahre ſich um die Sonne beweget, welche Bahn die Ecliptik heiſſet, überdiß aber ſich innerhalb 24 Stunden um ihre Axe wältzet, die gegen die Ecliptik 23½° geneiget und von Abend gegen Morgen gerichtet iſt; 4) Um die Erde ſich in 28 Tagen der Mond bewege, 5) in der 4ten Bahn, ♂ Mars in 686 Tagen, 6) ♃ aber in der 5ten Bahn durch bey nahe 12 Jahre lauffet, um welchen die 4 Trabanten ſich in der gegebenen Ordnung bewegen (§. 134). Endlich ♄ in der 6ten Bahn beweget werde, in einer Zeit von bey nahe 30 Jahren, und ſeine 5 Trabanten in der §. 141. gegebenen Ordnung lauffen; Wenn man ferner behauptet, daß auſſer dem, daß dieſe Planeten ſich von Abend nach Morgen bewegen; in einer gewiſſen Entfernung über den ♄ eine ungeheure Menge von Fix-Sternen ſich befinden, und man dieſe

Kan

Raum in die 12 himmlische Zeichen eintheilet (§. 9.); so wird man hinlänglichen Grund von den besonderen und allgemeinen Erscheinungen der bisher erklärten Welt-Körper geben können.

Beweiß.

1) Denn wenn T die Erde, HR dessen Horizont, und S die Sonne oder die Sterne sind, und es beweget sich die Erde um ihre Axe, so muß wenn S im Aufgange ist, dieser Sterne nach einiger Zeit über den Horizont erscheinen. Indem nemlich die Erde sich von Abend nach Morgen um ihre Axe weltzet, so erhält nach einiger Zeit der Horizont HR die Lage hr, und daher gewinnet es das Ansehen, als ob der Stern S den Bogen sm durchloffen hätte (§. 126. Opt.). Dieserwegen ist klar, daß alle Sterne sich in Circuln schief über unsern Horizont und zwar von Morgen gegen Abend in einer Zeit von 24. Stunden, bewegen müssen (§. 1. 9.). Tab. I. Fig. 4.

2) Ist die Erde in 1, so erscheinet die Sonne in der Ecliptik im ♈, ruckt nach einem Monathe die Erde durch den 12ten Theil ihrer Bahn in 2, so siehet man die Sonne im ♉, kömt die Erde in 3, so erscheint die Sonne in den ♊ und so weiter; daher muß durch die Bewegung der Erde um die Sonne es scheinen, als ob die Sonne in einer Jahres-Frist sich durch die Ecliptik von Abend gegen Morgen bewegte (§. 19. 31. 33.). Fig. 5.

3) Wenn S die Sonne, der Circul AB die Laufbahn des ☿; und CD die Bahn der Erde vorstellet; so muß diese den 4ten Theil ihrer Bahn durchloffen haben, in der Zeit, in welcher ☿ sich gantz um die Sonne beweget hat (§. 19.). In der Zeit also da ☿ sich beweget von 1 in 2, muß die Erde ebenfals sich aus 1 in 2 beweget haben, und man siehet daher diese Bewegung in der graden Linie auf der Fig. 6.

Ausdehnung EF von 1 in 2; kömt ♀ in 3, so gelanget auch die ☽ in 3, und ♀ erscheinet in EF in 1, und so ferner. Hieraus erhellet, warum ♀ bald rückgängig, bald stillestehend, bald gradeläufig gesehen muß (§. 154.), welches auf ähnliche Art bey den übrigen Planeten, darzuthun ist.

Fig. 5. 4) Eben so ist es leicht einzusehen, warum ♃ alle 13 Monathen stets in der Opposition der Sonne ist. Denn wenn Jupiter da stehet, wo er gesehen wird, und sich die ☽ in 10 befindet; so hat ♃ in dieser Frist den 12ten Theil seiner Bahn zurückgeleget (§. 19.) und ist mithin in x, da im Gegentheil die Erde nach dem 12ten Monathe allererst in ☽ anlanget. Aus gleichem Grunde ist es klar, warum ♂, ♃ und ♄ in der Opposition mit der Sonne grösser erscheinen müssen, als wenn sie in der Conjunction mit derselben sind. Denn wenn die Erde und ♃ wie vorhin stehen, so ist ♃ von der Erde entfernt durch a 10. kömt aber ♃ in der Conjunction in b, so ist sein Abstand von der Erde b 10 > 10 a; so muß auch ♃ in b kleiner a erscheinen (§. 95. Opt.). Dieses ist mit leichter Mühe auf alle andere Planeten anzuwenden, und demnach diese Erscheinungen so genau durch die Lage der Planeten gegen die Sonne können erklärt werden; so ist das Copernicanische Weltgebäude allerdings für gegründet zu halten.

I. Zusätze

1. 358. Es ist demnach falsch, daß der Himmel eine hohle Kugel, in dessen Mittel-Punct die Erde und an dessen Peripherie die Sonne und die Sterne befestiget; sondern alle diese Welt-Körper sind frey

2. Zusatz.

§. 159. Weil die Länge der Fix-Sterne veränderlich (§. 38.); so ist kein Zweiffel, daß nicht auch ein gleiches in Ansehung der Fix-Sterne zu behaupten.

Erklärung.

§. 160. Sollten wir demnach die Sterne aus dem Mittel-Punct der Erden sehen, so würden wir ihnen den andern Ort, als jetzo, beylegen, da wir solche von der Erd-Fläche ansehen (§. 3. Optic.). Die Weite beyer Oerter, wo eine Sache aus verschiedenen Ständen gesehen wird, heist die *Parallaxis*. Folglich ist auch eine *Parallaxis* der Sterne möglich, als welche die Weite zweyer Oerter ist, wo ein Stern aus dem Mittel-Punct der Erde und von der Erd-Fläche gesehen wird.

Lehr-Satz.

§. 161. Der Winckel, dessen Schenckel durch die beyden Oerter gehen, aus welchen wir eine Sache sehen, und dessen Spitze der Mittel-Punct der Sache, welche wir sehen, ist so groß als die *Parallaxis*. Daher er auch der *Angulus parallacticus* genennet wird.

Beweiß.

Es sey T der Mittel-Punct der Erde, V die obere Fläche, S der Stern; so ist M der Ort, wo er aus dem Mittel-Punct der Erde, L der Ort, wo er von der Erd Fläche gesehen wird, und also LM die Parallaxis (§. 89.). Folglich ist die Parallaxis der Unterscheid zwischen dem Bogen ZM und ZL. Der Bogen ZM ist das Maaß des Winckels MTZ (§. 109. Geom.), und weil der Radius der Erd-Kugel in Ansehung der obersten Fläche der Welt-Kugel, wo ihr euch den Bogen ZH einbilden müsset, als ein Punct anzusehen,

Tab. I. Astronom. Fig. 6.

zuſehen, ſo könnt ihr auch den Bogen ZL als das Maaß von dem Winckel LVZ annehmen (§. [illegible] Geom.), folglich iſt der Unterſcheid dieſer Wi[illegible] der Parallaxi gleich. Da nun TSV der Unterſ[illegible] dieſer Winckel MTZ und LVZ (§. 145. Geom. ſo iſt der Winckel TSV der Parallaxi gleich. W. Z. E. W.

Lehr-Satz.

§. 162. Je weiter ein Stern von der Erd[illegible] weg iſt, deſto kleiner muß ſeine *Parallax* ſeyn.

Beweiß.

Tab. I. Astronom. Fig. 6. Es ſey ein Stern in S und der andere in L, ſo i[illegible] die Parallaxis des näheren = TSV, des weiter[illegible] aber = TLV (§. 90.). Da nun TSV > TLV (§. 145. Geom.), ſo iſt auch die Parallaxis des n[illegible] heren gröſſer, als die Parallaxis des weiteren. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 163. Der Mond, die Sonne und die übrig[illegible] Planeten haben nicht immer einerley Weite von d[illegible] Erde (§. 57.), folglich muß auch ihre Parallaxis aus dieſem Grunde bald ab- bald zunehmen.

2. Zuſatz.

§. 164. Sind die Sterne unendlich weit von d[illegible] Erde, ſo iſt auch ihre Parallaxis unendlich klein.

Willkührlicher Satz.

Tab. I. Astronom. Fig. 7. §. 165. *Keplerus in Comment. de motibus ſtell. Martis* hat aus verſchiedenen Obſervationen g[illegible] ſchloſſen, daß ſich die Erde, Saturnus, Jup[illegible] Mars, Venus und Mercurius, in einer E[illegible] um die Sonne bewegen, welche in ihrem [illegible] Brenn-Punct S lieget, und zwar dergeſtalt, d[illegible]

die Linie SI, welche aus der Sonne in den Mittel-Punct des Planeten gezogen wird, in gleicher Zeit gleiche Theile von der *Ellipsi* beschreibet, so daß der Theil von der *Ellipsi* ASI sich zu der ganzen *Ellipsi* verhielt, wie die Zeit, da der Planet den Bogen AI durchläufft, zu der Zeit, da er die gantze Peripherie durchwandert.

Erklärung.

§. 166. Der Punct P, wo der Planet der Sonne S am nächsten ist, heist das *Perihelium*, und der Punct A, in welchem er von der Sonne am weitesten weg-gehet, das *Aphelium*. Die Linie PA, welche aus dem Perihelio in das Aphelium gezogen wird, das ist, der gröste Diameter in der Ellipsi wird *Linea Apsidum* genennet. Tab. I. Astronom. Fig. 7.

Erklärung.

§. 167. Die Weite des Brenn-Puncts S, wo die Sonne ist, von dem Mittel-Punct C, wird die Eccentricität genennet; und die Linie IS, welche aus dem Mittel-Punct der Sonne S in die Peripherie der Ellipsis oder die Bahn des Planeten gezogen wird, heist die Weite, im Lateinischen auch *Intervallum*.

Erklärung.

§. 168. Der Circul, welcher mit der halben grossen Axe von der Ellipsi CA durch das Perihelium und Aphelium beschrieben wird, heist der eccentrische Circul.

Erklärung.

§. 169. Durch die mittlere Bewegung verstehet man diejenige, vermöge welcher der Planet in gleicher Zeit gleiche Stücke von seiner Bahn beschreibet. Und durch die wahre Bewegung wird diejenige verstanden, welche wir dem Planeten zu-

eignen, indem wir auf der Erde auf ihn Achtung geben.

Erklärung.

§. 170. Die Anomalie iſt die Entfernung des Planeten von dem Aphelio. Die mittlere Anomalie iſt die Zeit, welche der Planete zubringet, indem er von dem Aphelio A bis zu einem gewiſſen Punct I in ſeiner Bahn fortgehet.

Zuſatz.

§. 171. Es wird demnach nicht ohne Grund zum Maaß der mittleren Anomalie angenommen das Stück von der elliptiſchen Fläche ASI, welches die Linie, ſo aus der Sonne S in den Planeten I gezogen wird, währender Zeit beſchrieben (§. 18. Dyn.).

Anmerckung.

§. 172. Kepler, als Erfinder dieſer Theorie, theilet die Ellipſin, wie den Circul, in 360 Grade, und jeden Grad in 60 Scrupel, damit durch dieſe Grade und Scrupel die Gröſſe der mittleren Anomalie könne beſtimmet werden.

Erklärung.

Tab. I. Aſtronom. Fig. 7. §. 173. Die eccentriſche Anomalie iſt der Bogen des eccentriſchen Circuls AK, welcher zwiſchen dem Aphelio des Planetens A und der Linie KL, welche durch den Planeten I auf die Lineam apſidum PA perpendiculär gezogen worden.

Erklärung.

§. 174. Die wahre oder coäquirte Anomalie iſt der Winckel ASI, welchen die beyden Linien, ſo aus dem Mittel-Punct der Sonne S in das Aphelium A und den Planeten I gezogen werden, machen, das iſt, der Winckel, unter welchen der Bogen zwiſchen dem Aphelio und dem Planeten aus der Sonne geſehen wird.

Zusatz.

§. 175. Es ist demnach die coäquirte Anomalie die Entfernung des Planeten von dem Aphelio, wie sie aus der Sonne gesehen wird.

Erklärung.

§. 176. Die Aequation oder *Prostaphæresis* ist der Unterscheid der mittleren und coäquirten Anomalie.

Anmerckung.

§. 177. Eine genaue Ueberlegung desjenigen, was wir bishieher abgehandelt haben, giebt es uns zu erkennen, daß alle mathematische Aufgaben, die wir in der Astronomie aufzulösen haben, dahin gehen, daß wir erkennen können, einmal, die Entfernung der Welt-Körper von einander, fürs andere die wahre und die scheinbare Grösse der Welt-Körper, fürs dritte, die wahre und die scheinbare Grösse derjenigen Stücke, die wir in den Welt-Körpern unterscheiden können. Wir wollen von diesen diejenigen auflösen, die zu den Anfangs-Gründen der Astronomie gehören.

Aufgabe.

§. 178. Aus der gegebenen *Parallaxi* des Mondes TLV und seiner Höhe KL seine Weite von der Erde zu finden.

Auflösung.

Ihr sollt in dem Triangel TLV die Linie TL finden. Da euch nun in diesem Triangel bekant ist der Winckel L, und der Winckel LVT auf folgende Art kan gefunden werden; der Bogen LZ oder die Entfernung des Mondes von dem Zenith, welche leicht kan gemessen werden (§. 12.), ist das Maaß von dem Winckel LVZ (§. 109. Geom.), der Winckel LVZ macht mit dem Winckel LVT 180° (§ 114. Geom.), folglich ist LVT = 180° — LVZ; da ihr ferner den halben Diameter der Erde TV als 1 annehmen Tab. I. Astronom. Fig. 6.

nehmen könnet: ſo könnet ihr die Entfernung des Mondes von der Erde finden, wenn ihr ſprechet: Sin. TLV : 1 = Sin. LVT : TL (§. 188. Geom.).

Anmerckung.

§. 179. Wenn euch die Horizontal-Parallaxis TKV gegeben wird; ſo iſt der Winckel TVK ein rechter Winckel. Folglich könnet ihr die Entfernung des Mondes von der Erde KV finden, wenn ihr ſprechet:

Sin. TKV : 1 = Sin. tot. : KT.

Z. E. die gröſte Horizontal-Parallaxis des Mondes TKV iſt nach dem de la Hire (Tab. Aſtr. XVIII. p. 27.) 61′ 25″ und demnach

Log. Sin. TKV	8. 2519888.
Log. IV	0. 0000000.
Log. Sin. tot.	10 0000000.
Log. TK	1. 7480112.

welchem in den Tafeln $55\frac{97}{100}$ das iſt bey nahe 56 halbe Diametri der Erde zukommen.

1. Zuſatz.

§. 180. Man nimt insgemein an, (in der Geographie werde ich es zeigen, wie dieſes zu beſtätigen) daß der halbe Diameter der Erde 860 deutſche Meilen. Folglich iſt die Weite des Mondes von der Erde in der gröſten Horizontal-Parallaxi, das iſt die kleineſte Weite (§. 93.) 48160 deutſche Meilen.

2. Zuſatz.

§. 181. Iſt euch die Weite eines Sterns von der Erde TK oder TS gegeben, ſo könnet ihr ſeine Horizontal-Parallaxin TKV, ingleichen ſeine Parallaxin TSV in einer gegebenen Höhe finden, wenn ihr ſprechet: im erſten Fall

TK : Sin. tot. = TV : Sin. TKV

und im andern Fall

TS : Sin. SVT = TV : Sin. TSV.

Aufgabe.

§. 182. Aus der gegebenen Weite des Mondes oder überhaupt eines Sterns von der Erde und seinem scheinbaren Diameter, den wahren Diameter zu finden.

Auflösung.

Der scheinbare halbe Diameter der Erde, so wie er aus dem Mond und der Sonnen gesehen wird, ist gleich der Parallaxi der Sonne und des Mondes, so wie sie von der Erde erscheinet (§. 89.). Da sich nun die scheinbaren Diametri zweyer Körper, die in einerley Weite gesehen werden, zu einander verhalten, wie ihre wahren Diametri (§. 95. ff. Optic.); so müssen wir auch folgende Sätze behaupten:

Der halbe wahre Diameter der Erde: zu dem halben wahren Diameter des Mondes = Parallaxis des Mondes: halben scheinbaren Diameter des Mondes.

Der halbe wahre Diameter der Erde: zu dem halben wahren Diameter der Sonne = Parallaxis der Sonne: halben scheinbaren Diameter der Sonne

Und so weiter.

1. Anmerckung.

§. 183. Die Parallaxis des Mondes in seiner kleinsten Entfernung von der Erde ist 1°1′25″, und der halbe scheinbare Diameter desselben 16′21″. Folglich ist der halbe Diameter der Erde zu dem halben Diameter des Mondes = 3685:981. Reduciret diesen Bruch auf eine gewöhnliche Benennung nemlich auf 1000, so werdet ihr finden, daß der Unterscheid dieser Verhältniß 1000:266 von jener unendlich klein. Folglich ist der halbe Diameter der Erde zu dem halben Diameter des Mondes = 1000:266 = 500:133.

2. Anmerckung.

§. 184. De la Hire in Tab. Astron. p. 6. setzet die Horizontal-Parallaxin der Sonne in ihrer Mittleren Entfernung

auf

auf 6″. Der scheinbare Diameter dieser Entfernung ist 15′ 15″. Folglich verhält sich der halbe Diameter der Erde zu dem halben wahren Diameter der Sonne = 6:915 = 2: 305 = 1:152½ das ist bey nahe 1:152.

1. Zusatz.

§. 185. Es verhält sich die Fläche der Erde zur Fläche des Mondes = 250000 : 17689 = 14:1. Und die Fläche der Erde zur Fläche der Sonne = 1: 23104 (§. 342. Geom.).

2. Zusatz.

§. 186. Die Erd-Kugel verhält sich zu dem körperlichen Innhalt des Mondes = 125000000: 2352637 das ist bey nahe wie 52: 1. Und die Erd-Kugel verhält sich zu dem körperlichen Innhalt der Sonne = 1:351808 (§. 336. Geom.).

3. Zusatz.

§. 187. Weil der halbe Diameter der Erde, so wie er aus dem Monde gesehen wird, gleich der Parallaxi des Mondes, so wie sie von der Erde erscheinet; so ist es klar, daß der Diameter der Erde bey nahe viermahl so groß im Monden aussiehet, als der Diameter des Mondes auf der Erde (§. 183.). Folglich kan man in dem Mond von der Erde nichts deutliches sehen (§. 95. ff. Opt.). Woraus leicht zu begreiffen, daß sich die Seleniten oder die Innwohner des Mondes die Erde nicht anders, als einen runden helleuchtenden Teller vorstellen. Und so weiter.

4. Zusatz.

§. 188. Es folget ferner aus diesem Grunde, daß der Diameter der Erde bey nahe 152 mahl kleiner in der Sonne aussiehet, als der Diameter der Sonne auf der Erde (§. 184.). Folglich erscheinet die Erde in der Sonne wie ein kleiner helleuchtender Punct. Und so weiter.

Auf-

Aufgabe.

§. 189. Aus dem halben Diameter des Mon- Tab. I. Astronom. Fig. 8.
des AC und der Weite der Spitze eines Berges, der erleuchtet wird, von dem erleuchteten Theil des Mondes AB, die Höhe desselben Berges zu finden.

Auflösung.

1) Addiret die Quadrate von AB und AC.

2) Aus der Summe ziehet die Quadrat-Wurtzel; so habt ihr BC. (§. 176. Geom.)

3) Von BC ziehet den halben Diameter des Mondes DC ab; so bleibet die Höhe des Berges BD übrig.

Anmerckung.

§. 190. Hevel, welcher in seiner Selenograph. cap. 8. den Bergen im Mond ihre besondere Benennungen gegeben, hat in einigen Bergen des Mondes gefunden, daß AB = $\frac{1}{133}$ AC; da nun AC 266 Theile von denen hat, von welchen der halbe Diameter der Erde 1000 hat (§. 183.); so ist AB = $\frac{266}{133}$. Folglich

AC : AB = 266 : $\frac{266}{133}$ = 3458 : 266 = 1729 : 133.

AC² = 2989441

AB² = 17689

BC² = 3007130

BC = 1734

DC = 1729

BD = 5

Also ist BD = $\frac{5}{1722}$ AC = $\frac{5}{345}$ AC.

Nehmet ihr nun ferner an, daß der halbe Diameter der Erden 860 deutsche Meilen; so werdet ihr finden, daß BD = 12 $\frac{5}{345}$ deutsche Meilen, das ist ein wenig mehr als 12 deutsche Meilen. Folglich ist BD etwas mehr als 1 deutsche

Erklärung.

§. 191. Weil die übrigen Planeten auſſer der Erde ſich nicht in der Ecliptik bewegen, ſondern in einer Bahn, welche gegen die Ecliptik unter einem gewiſſen Winckel incliniret iſt; ſo hat man in Anſehung ihrer nachfolgende Kunſt-Wörter gemacht, welche ich nun erklären werde. Die beyden Puncte der Ecliptik, in welchen die erweiterte Bahn des Planetens ſie durchſchneidet, werden die Knoten (Nodi) genennet. Von dem einem Knoten fänget der Planete an über die Ecliptik herauf zu ſteigen in die nordiſchen Zeichen; und dieſer heiſt der aufſteigende Knoten (Nodus aſcendens ſeu borealis). Von dem andern aber ſteiget er herunter in die ſüdiſchen Zeichen; und dieſer heiſt der niederſteigende Knoten (Nodus deſcendens ſeu auſtralis). Jenen deutet man an durch ☊; dieſen aber durch ☋. In dem Monde nennet man jenen den Drachen-Kopff, und dieſen den Drachen-Schwantz.

Erklärung.

Tab. I. Aſtronom. Fig. 9.

§. 192. Der Winckel, unter welchem die Entfernung des Planetens von der Ecliptik aus der Sonne geſehen wird, das iſt der Winckel, deſſen Maaß der Bogen PR eines Circuls, der durch den Planeten P und die Ecliptik dergeſtalt aus der Sonne S beſchrieben wird, daß er mit ihr in Rechten rechten Winckel macht, wird die Inclination genennet.

Erklärung.

§. 193. Das Argument heiſt in der Aſtronomie ein Bogen, wodurch man zur Erkenntniß eines andern gelangen kan. Und alſo heiſt das Argument der Inclination (ſeu argumentum latitudinis) der Bogen von der erweiterten Bahn des Planetens NP, welcher zwiſchen ſeinem aufſteigenden Knoten und

dem

dem Ort P, wo der Planete aus der Sonne gesehen wird, enthalten ist.

Erklärung.

§. 194. Der eccentrische Ort des Planetens ist der Punct P in seiner erweiterten Bahn, in welchem er aus der Sonne S gesehen wird. Der heliocentrische Ort des Planetens ist der Punct der Ecliptik, wo der Planete aus der Sonne gesehen wird. Der geocentrische aber, wo er von der Erde gesehen wird.

Erklärung.

§. 195. Der Bogen der Ecliptik NR, welcher zwischen den aufsteigenden Knoten und der Inclination des Planetens PR enthalten, wird die eccentrische Länge des Planetens genennet.

Erklärung.

§. 196. Die Reduction der Ecliptik ist der Unterscheid zwischen der eccentrischen Länge und dem Argument der Inclination. Die curtirte oder verkürzte Weite des Planetens ist die Linie SR, welche zwischen dem Mittel-Punct der Sonne S und der perpendicular Linie R aus dem Planeten P auf der Fläche der Ecliptik enthalten ist. Der Unterscheid zwischen der curtirten Weite SR und wahren PS von der Sonne S heist die Curtirung oder Verkürzung.

Erklärung.

§. 197. Der Commutations-Winckel (Angulus ad solem, seu, ut alii dicunt, Anomalia Orbis) ESR ist der Unterscheid zwischen dem wahren Ort der Sonne E, wo sie nemlich von der Erde T gesehen wird, und dem zur Ecliptik reducirten Ort des Planetens R.

Er-

Erklärung.

§. 198. Der Elongations-Winckel ETR (Angulus ad terram) ist der Unterscheid zwischen dem wahren Ort der Sonne E und dem wahren Ort des Planetens, wo er von der Erde gesehen wird.

Erklärung.

§. 199. Die *Parallaxis* der Erd-Bahn ist der Winckel SRT oder der Unterscheid zwischen dem Commutations- und Elongations-Winckel.

Anmerckung.

§. 200. Ich werde diese Redens-Arten nicht alle in den folgendem gebrauchen, weil es meine Absicht nicht erfordert, sondern ich habe sie nur, Anfängern solche geläufftig zu machen, anführen wollen.

Lehr-Satz.

§. 201. Wenn zwey ungleiche Grössen ungleich weit von dem Auge entfernet, so sind die Coëfficienten ihrer halben scheinbaren Grösse in einer zusammengesetzten Verhältniß aus der Verhältniß ihrer Entfernungen von dem Auge und verkehrten Verhältniß ihrer wahren Grössen.

Beweiß.

Es sey von der Sache A die wahre Grösse B, die scheinbare C, und die Entfernung D. Es sey von einer anderen Sache M die wahre Grösse N, die scheinbare O, und die Entfernung P. Damit die Verhältnisse unter diesen können bestimmet werden, so nehmet ferner an, daß von der Sache M, die wahre Grösse N, in der Entfernung D die scheinbare Grösse Q. Dieß vorausgesetzet, so können wir schlüssen;

Sin.

Sin. totus : Cotangenten der ½ scheinbaren Grösse Q = ½ N : D.

Sin. totus : Cotangenten der ½ scheinbaren Grösse C = ½ B : D (der Beweiß des §. 98. Optic.).

olglich ist

Sinus totus, D = Cotang. ½ scheinbaren Grösse Q, ½ N

nd

Sinus totus, D = Cotang. ½ scheinbaren Grösse C, ½ B (§. 130. A. M.).

ieraus folget, daß

Cotang. ½ scheinbaren Grösse Q, ½ N = Cotang. ½ scheinbaren Grösse C, ½ B (§. 20. A. M.).

olglich.

Cotang. ½ scheinbaren Grösse Q : Cotang. ½ scheinbaren Grösse C = ½ B : ½ N (p. 175. n. 2. Rechen.).

erner

Cotang. ½ scheinbaren Grösse O : Cotang. ½ scheinbaren Grösse Q = P : D (§. 98. Optic.).

Da es nun aus dem vorhergehenden klar, daß

Cotang. ½ scheinbaren Grösse Q : Cotang. ½ scheinbaren Grösse C = B : N

folget, daß

Cotang. ½ scheinbaren Grösse O, Cotang. ½ scheinbaren Grösse Q : Cotang. ½ scheinbaren Grösse Q, Cotang. der ½ scheinbaren Grösse C = PB, DN (p. 172. b. 2 Rechenk.).

ieraus folget.

Cotang. ½ scheinbaren Grösse O : Cotang. der ½ scheinbaren Grösse C = PB : DN, (p. 175. n. 2. Rechenk.). W. Z. E. W.

Aufgabe.

§. 292. Die Weite der Sonne von der Erde zu finden.

1. Auflösung.

Insgemein wird die Art die Weite der Sonne von der Erde zu finden also angegeben:

1) Ohngefehr 6 Stunden vor dem ersten Viertel und 6 Stunden nach dem letzten observiret den Mond durch ein Fern-Rohr, dadurch ihr den Mond ganz auf einmahl übersehen könnet, und welches mit einem Micrometro versehen.

2) Mercket die Zeit, da der Mond halb erleuchtet ist, nach einer guten Perpendicul-Uhr, und messet ohne Verzug seine Weite von zweyen Fix-Sternen (§. 12.), deren Länge und Breite bekant ist (§. 35. ff.).

3) Suchet die Länge des Mondes durch die sphärische Trigonometrie, und den wahren Ort der Sonne durch die astronomische Tafeln.

Tab. I. Astronom. Fig. 10.

4) Ziehet die Länge der Sonne von der Länge des Mondes ab, so bleibet die Elongation des Mondes von der Sonne DS übrig (§. 130.).

5) Da nun in dem Triangel LTS der Winckel bey L ein rechter Winckel, DS das Maaß von dem Winckel DTS, und die Weite des Mondes von der Erden LT bekant ist (§. 110.): so könnet ihr die Linie LS oder die Weite der Sonne von dem Monde, und hieraus die Weite der Sonne von der Erden nach der Trigonometrie finden.

2. Auflösung.

Ich will folgende Auflösung hinzusetzen, welche sich auf den §. 201. gründet.

1) Messet die scheinbaren Diameter der Sonne und des Mondes (§. 80.).

2) Mes

2) Messet den wahren Diameter der Sonne und des Mondes (§. 182.).

3) Messet die Entfernung des Mondes von der Erde (§. 178.).

4) Sprechet:

Der Cotangent von dem ½ scheinbaren Diameter des Mondes verhält sich zu dem Cotangenten von dem ½ scheinbaren Diameter der Sonne, wie das Factum aus der Entfernung des Mondes in den wahren Diameter der Sonne, zu der vierten Proportional-Grösse.

5) Diese vierte Proportional-Grösse dividiret durch den wahren Diameter des Mondes: so ist der Quotient die Entfernung der Sonnen von der Erde (§. 107. A. M.).

Anmerckung.

§. 203. Wendelinus, wie aus dem Ricciolo in Almag. Lib. III. Cap. VII. Tom. I. zu ersehen, hat durch accurate Observationen festgesetzet, daß der Winckel LTS = 89° 45′ und also der Winckel TSL = 15′. Wenn nun die mittlere Entfernung des Mondes von der Erden 60 halbe Diametri der Erde, so ist

Log. Sin. S =	7, 6398160
Log. TL =	1. 7781512
Log. Sin. tot.	10.0000000
Log. TS	4. 1383352

Folglich die Entfernung der Sonne von der Erde 13751 halbe Diametri der Erde.

Aufgabe.

§. 204. Es wird das *Intervallum* PS, und die Inclination PSR gegeben, ihr sollt die curtirte Weite SR finden. Tab. I. Astronom. Fig. 9.

Auflösung.

Gedencket, als wenn aus dem Ort des Planetens P eine Perpendicul-Linie auf die Ecliptic SR gezogen

worden, ſo iſt in dem Triangel PRS bekant der Winckel bey R, weil es ein rechter Winckel, der Winckel bey S, und die Linie PS, folglich könnet ihr die Linie RS nach der Trigonometrie finden, indem ihr ſprecht:

Sinus totus: PS = Sin. PRS: RS.

Aufgabe.

§. 205. Es wird gegeben der Commutations-Winckel ESR, die Entfernung der Sonne von der Erde TS, die curtirte Weite des Planeten SR; ihr ſollt finden den Elongations-Winckel RTS, die *Parallaxin* der Erde SRT, und die Entfernung des Planeten von der Erde TR.

Auflöſung und Beweiß.

1) Ziehet den angulum Commutationis *ab* von 180°, ſo bleibt der angulus TSR übrig (§. 114. Geom.).

2) Da nun TS und TR gegeben ſind, ſo könnet ihr den Winckel TRS und RTS (§. 8. Trigon.), ingleichen die Seite TR finden (§. 4. Trigon.).

Aufgabe.

§. 206. Es wird gegeben der Inclinations-Winckel RSP, der Elongations-Winckel STR und der Commutations-Winckel ESR, wie auch die Weite der Sonnen von der Erden, ihr ſollt die Breite des Planeten PTR finden.

1 Auflöſung.

1) Suchet die Weite des Planeten von der Erde TR (§. 138.) und die curtirte Weite SR (§. 137.).

2) Weil die optiſchen Winckel RSP und RTP ſehr klein, ſo können ſie mit den Entfernungen in eine

Ver-

Verhältniß gesetzet werden (§. 97. ll. Optic.). Folglich könnet ihr inferiren:

TR : RS = RSP : PTR.

2. Auflösung.

Schliesset: wie der Sinus des Elongations-Winckels STR sich verhält zu dem Sinu des Commutations-Winckels RSE oder RST (§. 114. Geom. et 182. n. 4.): so verhält sich der Cotangens des Inclinations-Winckels RSP, zu den Cotangenten der Breite des Planetens.

Beweiß.

Da RP bey Reinen rechten Winckel machet (§. 192), so kan man ihn als den Sinum totum annehmen, und denn wird RT der Tangens des Winckels RPT, und RS der Tangens des Winckels RPS (§. 173. Geom.). Daraus ist klar, daß RT der Cotangens von RTP, und RS der Cotangente von RSP wird (§. 180. Geom). Folglich ist RT : RS = Cotangente RTP : Cotangent RSP. Nun aber ist RT : RS = der Sinus RST : Sinu RTS (§. 188. Geom.). Folglich erhellet, daß der Sinus RTS sich zu dem Sinu RST verhalte, wie der Cotangente des Inclinations-Winckels RSP zum Cotangent der Breite des Planetens RTP. W. Z. E. W.

1. Zusatz.

§. 207. Wenn demnach der Winckel RST und Elongations-Winckel gegeben, so ist die Verhältniß der Entfernung der Erde von der Sonne TS, zu der Entfernung des Planeten von der Sonne RS bekant (§. 5. Trigon.). Dieses ist der Grund, wodurch gefunden worden, daß wenn die Weite der Erde von der Sonne 10, die Weite des ☿ von der ☉ 4, der ♀ 7, des ♂ 15, des ♃ 52, und des ♄ 95.

2. Zusatz.

§. 208. Hieraus kan leicht verstanden werden, wie die Weite der Planeten von der Erde zu finden, wenn die Weite der Sonne von der Erde gegeben.

Anmerckung.

§. 209. Nach dem Cassini (wie Ozanam in seinem Cours de Mathematique Tom. V. festgesetzet) sind die Weiten der Planeten und der Sonne von der Erde in halben Diametern der Erde, den halben Diameter zu 860 teutsche Meilen gerechnet, in folgender Grösse

	Gröste Weite	Mittlere Weite	Kleineste Weite
♄	244000	210000	176000
♃	145000	115000	87000
♂	59000	33500	8000
☉	22374	22000	21626
♀	38000	22000	6000
☿	33000	22000	11000
☽	61	57	53

Aufgabe.

§. 210. Die Verhältniß des wahren *Diametri* der Planeten zu dem wahren Diameter der Sonne zu finden.

Auflösung.

1) Suchet die Weite des Planetens von der Erden (§. 143.), wie auch die Weite der Sonne von der Erden (§. 134.).

2) Suchet den scheinbaren Diameter des Planetens in der gefundenen Weite (§. 143.). Alsdenn suchet die Grösse seines scheinbaren Diameters, wenn der Planet so weit von der Erde, als die Sonne. Dieser wird gefunden, wenn ihr inferiret:

Die Weite des Planetens: Weite der Sonne = Cotangens der ½ scheinbaren Grösse des Planetens

tens in der gegebenen Weite: den Cotang. der ½ scheinbaren Grösse desselben in der Weite der Sonne (§. 98. ll. Optic.).

3) Sprechet: der scheinbare Diameter der Sonne zu dem gefundenen scheinbaren Diameter des Planetens = der wahre Diameter der Sonne: dem wahren Diameter des Planetens (§. cit. Optic.).

1. Zusatz.

§. 211. Wollt ihr den scheinbaren Diameter der Planeten nach den Observationen des Hugenii annehmen, so werdet ihr beygefügtes Täffelein verfertigen können.

	Verhältniß des Diameters der Planeten gegen den Diameter der Sonne.	Verhältniß der Flächen der Planeten gegen die Fläche der Sonne.	Verhältniß des körperlichen Inhalts der Planeten gegen den körperlichen Inhalt der Sonne.
♄	1 : 37	1 : 55	1 : 495
♃	2 : 11	1 : 30	1 : 166
♂	1 : 166	1 : 27556	1 : 4574296
♀	1 : 84	1 : 7056	1 : 592704
☿	1 : 290	1 : 84100	1 : 24389000

2. Zusatz.

§. 212. Die Verhältniß des Diameters der Erde zu dem Diameter der Sonne: Die Verhältniß der Fläche der Erde zu der Fläche der Sonne, und des körperlichen Innhalts der Erde zu dem körperlichen Innhalt der Sonne lehret der §. 117. ll. Also könnet ihr auch diese Verhältnisse der Planeten gegen unsere Erde finden.

Lehr-Satz.

§. 213. Die Fix-Sterne sind weiter von unserer Erde entfernet, als der Saturnus.

Beweiß.

In den Miſcellan. Berolin. p. 205. ſſ. wird angemercket, wie 1679. den 7. Jan. von dem Kirchio obſerviret worden, daß der Saturnus den Stern der ſechſten Gröſſe in dem Horn des Widders bedecket. Folglich müſſen die Fix-Sterne weiter von unſerer Erden entfernet ſeyn, als der Saturnus (§. 86.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 214. Da das Licht der Fix-Sterne weit heller, als das Licht des Saturni, ſo iſt nicht möglich, daß ſie ihr Licht von der Sonne haben können.

Anmerckung.

§. 215. Hugenius hat im Syſtem. Saturnino p. 8. mit dem Beding, daß die Entfernung der Sonne von der Erde 24177 halbe Erd-Diameter, ausgerechnet, daß die kleinſte Entfernung der Fix-Sterne von der Erde 95100530 halbe Erd-Diameter. Siehe des Herrn Baron von Wolff Elem. Aſtron. P. II. Cap. IX §. 1186.

Lehr-Satz.

§. 216. Die Fix-Sterne ſind gröſſer, als unſere Erde.

Beweiß.

Unſere Erde kan in der Sonne nicht viel gröſſer ausſehen, als die Fix-Sterne auf unſerer Erde erſcheinen (§. 120.). Da nun die Fix-Sterne von unſerer Erde viel weiter weg ſind, als die Erde von der Sonne (§. 213.); ſo iſt klar, daß die Fix-Sterne weit gröſſer ſeyn müſſen, als unſere Erde (§. 95 ff. Optic.). W. Z. E. W.

Tab. I. Astron.

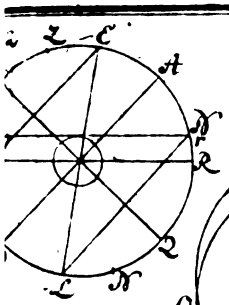


Fig. 9.

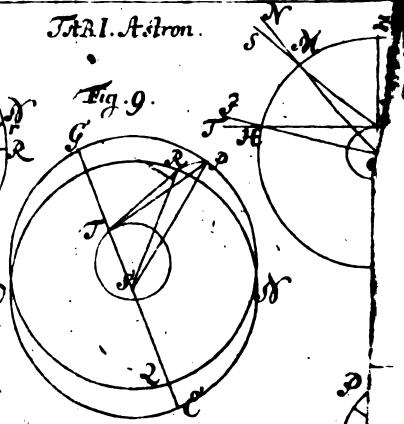


Fig. 5.

Fig. 3.

Fig. 10.

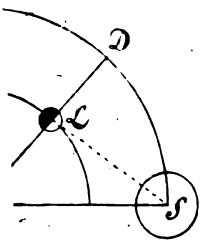
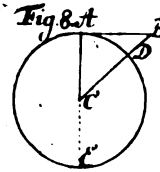


Fig. 8.



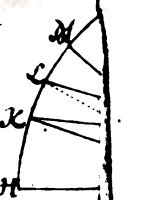


Fig. 11.

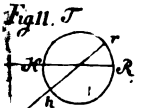
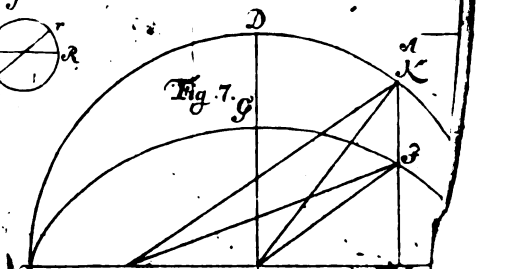


Fig. 7.



TAB. II. Astronom.

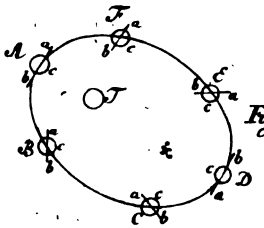


Fig. 3.

Fig. 4.

ELEMENTA CHRONOLOGIAE ET GNOMONICES.

АТЛАНТЫ
ПАЛЕОНТОЛОГИИ
ТЕТРАПОДЫ

Erste Gründe der Chronologie.

Erklärung.

§. 1.

In der ausübenden Mathematik verstehet man durch die Chronologie eine Wissenschaft gewisse Theile der Zeit von einander zu unterscheiden, und zu bestimmen, wieviel dergleichen Theile, von einem gewissen Punct an gerechnet, verflossen sind.

Zusatz.

§. 2. Folglich hat man in der Chronologie auf zwey Stücke zu sehen, nemlich auf die Eintheilung der Zeit, das ist, der Reihe in der Folge der Dinge, und auf die Begebenheiten, von welchen man anfängt die Theile der Zeit zu zehlen.

Erklärung.

§. 3. Diejenige Begebenheiten, von welchen man anfängt die Theile der Zeit zu zehlen, werden chronologische Zeichen (Characteres chronologici) genennet.

Zusatz.

§. 4. Es werden demnach die chronologische Zeichen nicht ohne Ursache in astronomische, künstliche und historische eingetheilet.

Er-

Erklärung.

§. 5. Die gewöhnlichste Eintheilung der Zeit wird durch die Tage bestimmet. Es ist aber das Wort Tag zweydeutig. Wird der Tag der Nacht entgegen gesetzet, so heist der Tag die Zeit, welche die Sonne über unseren Horizont zubringet; und die Nacht, welche sie sich unter unserem Horizont verweilet. Wird der Tag nicht der Nacht entgegen gesetzet, so heist er eine Zeit, welche vorbei streichet, indem die Sonne einmahl um die Erde herumkommet. In dieser Bedeutung heist es ein natürlicher, und in der ersten, ein bürgerlicher Tag.

Zusatz.

§. 6. Folglich ist der natürliche Tag eine Zeit, welche aus einem bürgerlichen Tag und aus einer Nacht zusammen gesetzet.

Erklärung.

§. 7. Der natürliche Tag wird in etliche aliquote Theile getheilet und zwar insgemein in 24, von den Babyloniern aber und von den Griechen in 12. Ein solcher aliquoter Theil eines natürlichen Tages wird eine Stunde genennet, und zwar im ersten Fall eine einfache, und im letzten eine zusammengesetzte.

Anmerckung.

§. 8. Weil einfache Stunden die gewöhnlichsten sind, so werde ich auch nur von diesen reden.

Erklärung.

§. 9. Eine Stunde wird in 60 gleiche Theile getheilet, oder in 60 Minuten, und eine Minute in 60 gleiche Theile, oder in 60 Secunden, und so weiter.

Erklärung.

§. 10. Der Anfang, von welchem man die Tage zehlet,

theilet, wird der Tags-Termin (Epocha diei) genennet.

Zuſatz.

§. 11. Es iſt demnach am natürlichſten, wenn wir den Tags-Termin in demjenigen Theil der Zeit ſetzen, da die Sonne durch den Horizont, oder durch den *Meridianum* gehet.

Erklärung.

§. 12. Die Aſtronomen ſetzen den Tags-Termin um Mittag, und zehlen 24 Stunden in einer Reihe fort; daher nennet man auf ſolche Art gezehlte Stunden aſtronomiſche Stunden. Die Juden ſetzen den Tags-Termin in dem Untergang der Sonne. Vor dieſen haben ſie jeden bürgerlichen Tag und auch jede Nacht in 12 Stunden getheilet. Daher auch ſolche ungleiche Stunden jüdiſche Stunden genennet werden. Einige nennen dieſe jüdiſche Stunden auch Planeten-Stunden. Die Italiäner und Sineſer ſetzen auch den Tags-Termin in dem Untergang der Sonne, und ſind nur darin von den Juden unterſchieden, daß ſie den natürlichen Tag allezeit in gleiche Theile theilen, und dieſe Theile in einer Reihe fortzehlen. Die Babylonier ſetzen den Tags-Termin in dem Aufgang der Sonne; im übrigen zehlen ſie die Stunden, wie zuvor. Wir ſetzen den Tags-Termin in Mitternacht, und zehlen 12 Stunden bis zu Mittage, von Mittag aber bis Mitternacht wieder 12 Stunden, und heiſſen ſie europäiſche Stunden.

Zuſatz.

§. 13. Nachmittag kommen die aſtronomiſchen Stunden mit den europäiſchen überein: Vormittage aber addiret man zu den europäiſchen 12 Stunden, ſo hat man die aſtronomiſchen des vorhergehenden Tages, oder ſubtrahiret von aſtronomiſchen 12

Stun-

Stunden, so hat man die europäischen des folgenden Tages.

Anmerckung.

§. 14 Auf gleiche Art könnet ihr begreiffen, wie babylonische Stunden in astronomische, italiänische, jüdische Stunden in europäische und so weiter zu verwandeln. Siehe des Herrn Baron von Wolffs Elem. Chronol. §. 30.

Erklärung.

§. 15. Ein chaldäischer Scrupel ist $\frac{1}{1080}$ von einer Stunde, wenn der natürliche Tag in gleichlange Stunden eingetheilet worden. Die Juden, Araber und andere morgenländische Völcker bedienen sich derselben, und nennen solche *Helakim*.

Zusatz.

§. 16. 18. chaldäische Scrupel machen eine Minute; folglich werden die Minuten in chaldäische Scrupel verwandelt, wenn ihr sie durch 18 multipliciret; hingegen die chaldäischen Scrupel in Minuten, wenn ihr sie durch 18 dividiret. Also sind 15 Minuten 270 chaldäische Scrupel.

Erklärung.

§. 17. Eine Zeit von 7 Tagen heist eine Woche. Die Nahmen der Tage in der Woche sind bekannt.

Erklärung.

§. 18. Die Zeit, in welcher die Sonne ein himmlisches Zeichen durchläufft, heist der Sonnen-Monat. Und die Zeit von einem Neu-Monden bis zu dem andern, wird ein Monden-Monat genennet; beyde heissen astronomische Monate.

Zusatz.

§. 19. Nach der mittleren Bewegung ist ein Sonnen-Monat 30. Tage 10. St. 29′ 5″. Die Grösse eines Monden-Monats ist 29. Tage 12

St.

St. 44′ 3″ 11‴. Folglich können beyde im bürgerlichen Leben nicht genau beobachtet werden.

Erklärung.

§. 20. Ein bürgerlicher Monat ist eine Reihe ganzer Tage, welche bey nahe gleich einem astronomischen Sonnen-Monat, oder einem astronomischen Monden-Monat. Woraus leicht zu begreifen, was ein bürgerlicher Sonnen- oder Monden-Monat.

1. Zusatz.

§. 21. Ein astronomischer Monden-Monat hat 29 Tage 12 St. 44′ 3″ 11‴ (§. 19.), folglich muß ein bürgerlicher Monden-Monat entweder 29 oder 30 Tage haben.

2. Zusatz.

§. 22. Wenn demnach die bürgerlichen Monden-Monate wechselsweise 29 und 30 Tage haben, so bleiben bey jedem Monat 44′ 3″ 11‴ übrig. Welcher Ueberschuß, wenn 948 Monat verflossen, einen Monat von 29 Tagen; oder wenn 33 Monate verflossen, einen Tag und 13′ 39″ 33‴ machet.

3. Zusatz.

§. 23. Ein astronomischer Sonnen-Monat hat 30 Tage 10 St. 29′ 5″ (§. 19.). Folglich hat ein bürgerlicher Sonnen-Monat bald 30, bald 31 Tage (§. 20.). Und so weiter.

Erklärung.

§. 24. Eine Reihe von Monaten heist ein Jahr. Die Zeit, in welcher die Sonne die 12 himmlische Zeichen durchläuft, oder die Reihe von 12 astronomischen Sonnen-Monaten, heist das astronomische Sonnen-Jahr. Folglich ist das bürgerliche Sonnen-Jahr eine Reihe von 12 bürgerlichen Sonnen-Monaten.

1. Zu-

1. Zusatz.

§. 25. Ein astronomisches Sonnen-Jahr hat 365 Tage 5 Stunden und 49′. Folglich hat ein bürgerliches Sonnen-Jahr 365 Tage (§. 20.). Da nun 365 : 12 = 30 + 5, so haben in einem bürgerlichen Sonnen-Jahr 7 Monat, 30 Tage; und 5 Monat, 31 Tage.

2. Zusatz.

§. 26. Das astronomische Sonnen-Jahr ist 5 Stunden und 49′ grösser, als das bürgerliche Sonnen-Jahr (§. 25.). Dieses macht in 4 Jahren 23 Stunden und 16 Minuten, und also in 100 Jahren 24 Tage 5 Stunden und 40 Minuten. Soll demnach eine Reihe von bürgerlichen Sonnen-Jahren gleich seyn der Zeit, welche von einer Reihe astronomischer Jahre bestimmet wird, und soll der Anfang des Jahres nicht durch alle Jahres-Zeiten durchwandern; so müssen in einer Reihe von 100 bürgerlichen Sonnen-Jahren 24 Jahre 366 Tage haben.

Erklärung.

§. 27. Ein bürgerliches Sonnen-Jahr von 366 Tagen heist ein Schalt-Jahr (Annus solaris bissextilis), und der Tag, so eingeschaltet wird, ein Schalt-Tag (Dies intercalaris seu bissextilis).

Zusatz.

§. 28. Es wird demnach die Absicht, so §. 26. angesetzet, erhalten, wenn allezeit das vierte Jahr ein Schalt-Jahr.

Erklärung.

§. 29. Ein Monden-Jahr ist eine Reihe von 12 Monden-Monaten. Woraus leicht zu folgern, was ein astronomisches und ein bürgerliches Monden-Jahr.

1. Zusatz.

§. 30. Es hat demnach ein astronomisches Monden-Jahr 354 Tage 8 Stunden 48 Minuten 36 Secunden; und ein bürgerliches Monden-Jahr 354 Tage. $354 : 12 = 29 + 6$. Folglich haben in einem bürgerlichen Monden-Jahr, 6 Monate, 30; und 6 Monate, 29 Tage.

2. Zusatz.

§. 31. Der Unterscheid eines astronomischen Sonnen-Jahres und bürgerlichen Monden-Jahres, ist 11 Tage, 5 St. 49 Min. Soll demnach eine Reihe von bürgerlichen Monden-Jahren gleich seyn einer Reihe astronomischer Sonnen-Jahre, und doch nicht der Anfang des Jahres durch alle Jahres-Zeiten durchwandern; so müssen in 100 Monden-Jahren 37 Monate von 30 Tagen, und 14 von 31 Tagen eingeschalt werden, und bleiben doch noch in 100 Jahren 5 St. 40 Min. übrig.

Erklärung.

§. 32. Die Römer hatten anfänglich Monden-Jahre, und theilten nach Romuli Anordnung ihre Jahre in 10 Monate, wie aus folgender Tafel zu sehen.

Nahmen der Monate	Zahl der Tage	Nahmen der Monate	Zahl der Tage
Martius	31	Sextilis	30
Aprilis	30	September	30
Maius	31	October	31
Iunius	30	November	30
Quintilis	31	December	30

Allein Numa Pompilius suchte diese Eintheilung dadurch zu verbessern, daß er in einem jeden Jahr 12 Monate setzte, wie folgende Tafel zeiget:

Nahmen der Monate	Zahl der Tage.	Nahmen der Monate	Zahl der Tage.
Ianuarius	29	Quintilis	31
Februarius	28	Sextilis	29
Martius	31	September	29
Aprilis	29	October	31
Maius	31	November	29
Iunius	29	December	29

1. Zusatz.

§. 33. Ein Jahr des Romuli ist 61 Tage kleiner, als ein bürgerliches Sonnen-Jahr, und 50 Tag kleiner, als ein bürgerliches Monden-Jahr (§. 25. 30.).

2. Zusatz.

§. 34. Ein Jahr von dem Numa Pompilio ist 355 Tage (§. 32.). Folglich ist es einen Tag grösser, als ein bürgerliches Monden-Jahr (§. 30.), und 10 Tage kleiner, als ein bürgerliches Sonnen-Jahr (§. 25.).

1. Anmerckung.

§. 35. Hieraus ist zu begreiffen, daß nach dieser Art die Jahre zu zehlen, der Anfang der Jahre sehr unbeständig sey.

2. Anmerckung.

§. 37. Die Römer haben eine ganz besondere Art gehabt die Tage zu zehlen. Den ersten Tag nennten sie Calendas; darauf folgeten im Merz, May, Julio und October 6, in den übrigen Monaten 4 Nonæ; auf die 8 Idus, und die übrigen Tage wurden Calendæ des folgenden Monats genennet. Wie aus den bekandten Versen zu sehen:

Prima dies mensis cuiusque est dicta Calendas,
Sex Maius Nonas, October, Iulius & Mars,
Quatuor at reliqui: dabit Idus quilibet octo.
Inde dies reliquos omnes dic esse Calendas.

Es wurden aber so wohl die Nonæ und Idus, als auch die Calendæ rückwärts gezehlet. z. E. Der andere Merz hies

Sextus Nonarum Martii. Der 14. Merz decimus quintus Calendarum Aprilis. Und ſo weiter.

Erklärung.

§. 37. Iulius Caeſar hat, um die Verwirrung in der Rechnung der Jahre zu vermeiden, auf Anrathen eines Aſtronomi des Soſigenis, eingeführet, daß man einem jeden Jahr 365 Tage 6 Stunden, und jedem Schalt-Jahr, als welches allezeit das vierte Jahr, 366 Tage, geben ſollte. Das Jahr hat er in 12 Monate getheilet, wie folgende Taffel zeiget:

Nahmen der Monate	Zahl der Tage	Nahmen der Monate.	Zahl der Tage
Ianuarius Jenner	31	Iulius Heumon.	31
Febr. Hornung	28	Aug. Auguſtm.	31
Martius Merz	31	Sept. Herbſtm.	30
Aprilis April	30	Octob. Weinm.	31
Maius May	31	Nov. Wintermon.	30
Iunius Brachm.	30	Dec. Chriſtm.	31

Der Schalt-Tag wird nach dem 23 Februarii eingeſchoben, und bekommt daher in einem Schalt-Jahr dieſer Monat 29 Tage. Das Jahr wird mit dem erſten Jenner angefangen, weil zu Iulii Caeſaris Zeiten der Anfang des Winters oder der Einkunft der Sonne in den Steinbock ihm ſehr nahe war.

Zuſatz.

§. 38. Ein gemeines julianiſches Jahr iſt 11 Minuten gröſſer, als ein aſtronomiſches Sonnen-Jahr (§. 25.). Da nun dieſes in 100 Jahren 18 St. 20 Min. austrägt; ſo iſt auch dieſe Einrichtung der Jahre nicht ohne alle Verwirrung.

Erklärung.

§. 39. Aus dieſer Urſache hat der Pabſt Grego-

Klus XIII. den julianischen Calender zu verbessern gesucht. Er hat zwar wie Julius Cæsar die Größe eines gemeinen Jahres in 365 und eines Schalt-Jahres in 366 Tage gesetzet, und alle vier Jahre ein Schalt-Jahr beybehalten; weil aber in vier hundert Jahren noch 22 St. 40 Min. von den astronomischen Sonnen-Jahren übrig bleiben, so hat der Pabst angeordnet, daß man in dem hunderten Jahr dreymahl hinter einander ein gemeines Jahr behalten und nur das vierte hundert Jahr als ein Schalt-Jahr ansetzen soll.

Zusatz.

§. 40. Nach der gregorianischen Eintheilung weicht in 400 Jahren 1 St. 20 Min. von dem wahren Sonnen-Jahr abgewichen. Und in 400 Jahren fänget sich allemahl das gregorianische Jahr um 3 Tage früher an, als das julianische.

Anmerckung.

§. 41. Die Christen haben das julianische Jahr bis 1582. gebrauchet, da Gregorius den Calender geändert. Doch aber ist dieser von den Protestanten nicht eher, als 1700, weil dazumahl der Unterscheid des gregorianischen und julianischen Jahres bis auf 11 Tage angewachsen, und also im Handel und Wandel viele Unordnung entstanden, angenommen worden. Doch ist zu merken, daß die Protestanten zwar das gregorianische Jahr aber doch nicht völlig den gregorianischen Calender angenommen; und daß das julianische Jahr noch bis jetzo bey den Russen gebräuchlich.

Erklärung.

§. 42. Der Anfang, von welchem man eine Reihe der Jahre zehlet, wird der Jahr-Termin (Aera) genennet.

Erfahrung.

§. 43. Die Christen setzen jetzo den Jahres-Termin in der Zeit der Geburt Christi; die Juden

n in der Zeit der Erschaffung der Welt; die al
Römer in der Zeit der Erbauung der Stadt
m; die Griechen in der Zeit der Einsetzung
olympischen Spiele. Und so weiter.

Anmerkung.

§. 44. Ich werde jetzo nur das Kalender der Christen beschreiben. Von den übrigen kan gelesen werden, der Herr Baron von Wolff in Elem. Chronologiae Cap. V. und Petavius in Doctrina Temporum L. XI. Cap. 10. 11.

Aufgabe.

§. 45. Zu finden, ob ein gegebenes julianisches oder gregorianisches Jahr ein Schaltjahr.

Auflösung.

Das gegebene Jahr dividiret durch 4. Bleibet nichts übrig, so ist es ein Schalt-Jahr. Bleibet was übrig, so zeiget dieser Rest, wie viele Jahre von dem letzten Schalt-Jahre verflossen (§. 37. 39.).

Z. E. Wir schreiben jetzo 1757. Diese Anzahl durch 4 dividiret bleibet 1 übrig. Also ist dieses letzte kein Schalt-Jahr, sondern 1756 ist ein Schalt-Jahr gewesen, und 1760 wird ein Schalt-Jahr seyn.

Erklärung.

§. 46. Ein Circul oder *Periodus* heißt in der Chronologie eine Reihe Jahre, nach deren Verlauf das zu Ende kommt, und sich wieder vom neuen fängt.

Erfahrung.

§. 47. Nach der julianischen und gregorianischen Eintheilung der Zeit, welche unter den Christen gebräuchlich, ist allezeit der erste Tag der Woche der Sontag, und eine jede Woche hält 7 Tage.

Zusatz.

§. 48. Wenn ihr demnach von dem Anfang des Jahres an alle Tage durch die ersten 7 Buchstaben des Alphabets ABCDEFG andeutet; so hat in der Tag in der Woche das ganze gemeine Jahr durch einerley Buchstaben; in dem Schalt-Jahr aber nach dem Schalt-Tag eine Veränderung der Buchstaben an.

Erklärung.

§. 49. Derjenige Buchstabe, welcher im Calender die Sonntage das ganze Jahr durch andeutet, heißt der Sonntags-Buchstabe.

Zusatz.

§. 50. Folglich hat ein Schalt-Jahr zween Sonntags-Buchstaben (§. 48.), nemlich den ersten von dem Anfang des Jahres bis zum 24 Febr. und den andern von dem 24 Febr. bis zu Ende des Jahres (§. 37. 39.).

Erklärung.

§. 51. Der Sonnen-Circul (Cyclus Solis) ist eine Reihe der Jahre, nach deren Verlauf die Sonntage und übrigen Tage der Woche wieder mit einerley Buchstaben bemerket werden, als vorhin in einem anderen Jahre geschahe. Es wird auch diejenige Zahl, welche das Jahr in dem Sonnen-Circul andeutet, der Sonnen-Circul genennet.

1. Zusatz.

§. 52. Das gemeine Jahr bestehet aus 365 Tagen (§. 37. 39.), folglich aus 52 Wochen und 1 Tag (§. 17.). Das Schalt-Jahr bestehet aus 366 Tagen (§. 37. 39.), folglich aus 52 Wochen 2 Tagen (§. 17.). Also rücket, nach einem gemeinen Jahr, der Anfang des Jahres um einen Tag, und nach einem Schalt-Jahr, um 2 Tage in der Woche fort.

2. Zusatz.

§. 53. Es ist demnach der Sonnen-Circul eine Reihe von 28 Jahren (§. 51. 52.).

Sonnen-Circul in julianischen Jahren.

G.	F.	5	B.	A.	9	D.	C.	13	F.	E.	17	A.	G.	21	C.	B.	25	E.	D.
	E.	6		G.	10		B.	14		D.	18		F.	22		A.	26		C.
	D.	7		F.	11		A.	15		C.	19		E.	23		G.	27		B.
	C.	8		E.	12		G.	16		B.	20		D.	24		F.	28		A.

3. Zusatz.

§. 54. In dem gregorianischen Calender ist in dem hunderten Jahr dreymahl hinter einander ein gemeines Jahr, und in dem vierten Jahrhundert ist ein Schalt-Jahr (§. 39.), folglich muß nach dieser Rechnung die Zeit alle hundert Jahr ein neues Täffelein verfertiget werden.

Sonnen-Circul in gregorianischen Jahren von 1700 bis 1800.

1	D.	C.	5	F.	E.	9	A.	G.	13	C.	B.	17	E.	D.	21	G.	B.	25	B.	A.
2		B.	6		D.	10		F.	14		A.	18		C.	22		E.	26		G.
3		A.	7		C.	11		E.	15		G.	19		B.	23		D.	27		F.
4		G.	8		B.	12		D.	16		F.	20		A.	24		C.	28		E.

Aufgabe.

§. 55. Auf ein gegebenes Jahr nach Christi Geburth den Sonnen-Circul, und hierdurch den Sonntags-Buchstaben zu finden.

Auflösung.

1) Weil sich der Sonnen-Circul nach der Einrichtung Dionysii, dem wir in der Fest-Rechnung folgen, 9 Jahre vor Christi Geburth anfängt; so addiret zu dem gegebenen Jahr Christi 9, und die Summe dividiret durch 28; was übrig bleibt, ist das Jahr in dem Sonnen-Circul, und der Quotient ist der Sonnen-Circul (§. 51.).

2) Suchet den Sonnen-Circul entweder in dem julianischen oder gregorianischen Täfelein auf; so findet ihr die Sonntags-Buchstaben im julianischen oder gregorianischen Jahre daneben.

z. E. Ihr verlangt den Sonntags-Buchstaben für 1746 zu wissen:

1746 + 9 = 1755

1755 : 28 = 62 und 19 bleiben übrig.

Also ist das Jahr in dem 62 Sonnen-Circul 19, folglich im julianischen Jahr der Sonnen-Buchstabe E (§. 53.), und im gregorianischen B (§. 54.).

Zusatz.

§. 56. Wisset ihr den Sonntags-Buchstaben, so wisset ihr zugleich den Buchstaben eines jeden andern Tages (§. 48.), und also könnet ihr bestimmen, auf welche Tage des Jahres alle Montage, Dienstag, und so weiter, fallen.

Erklärung.

§. 57. Mond-Circul (Cyclus Lunae) ist die Zahl der Jahre, in welcher die Neu- und Voll-Monden wieder auf einen Tag des julianischen Jahres kommen.

Lehr-Satz.

§. 58. Der Mond-Circul ist eine Reihe von 19 Jahren; kan aber nicht länger, als 312 Jahre, die Tage richtig anzeigen.

Beweiß.

19 Julianische Jahre machen 6939 Tage und 11 St. (§. 37.); 235 Monden-Monate machen 6939 Tage 16 St. 32′ 28″ 57‴ (§. 19.). Folglich müssen nach Verfliessung 19 julianischer Jahre die Voll- und Neu-Monde wieder auf den Tag fallen, worauf sie vor 19 Jahren gefallen. Das ist, der Monden-Circul hat 19 Jahr (§. 57.). W. D. E.

Nach Verfliessung 19 julianischer Jahre, fallen zwar

war die Voll- und Neu-Monde auf den Tag, worauf sie vor 19 Jahren gefallen, aber nicht auf diejenige Stunde, sondern 1 St. 27′ 31″ 55‴ zurück. Wenn ihr nun dieses durchrechnet, so werdet ihr finden, daß nach Verfliessung 312 Jahre, die Monden-Veränderungen auf einen ganzen Tag zurück fallen. Folglich ist der einmahl ausgerechnete Monden-Circul nicht länger als 312 Jahre zu gebrauchen. W. D. E.

Erklärung.

§. 59. Die Zahl, welche andeutet, das wievielste Jahr ein gegebenes im Mond-Circul ist, heist die güldene Zahl.

Aufgabe.

§. 60. Die güldene Zahl in einem gegebenen Jahr nach Christi Geburth zu finden.

Auflösung.

1) Nach Dionysii Einrichtung fängt sich der Monden-Circul im Jahr vor Christi Geburth an; derowegen addiret zu dem gegebenen Jahr nach Christi Geburth 1.

2) Die Summe dividiret durch 19; was übrig bleibet, ist die güldene Zahl.

z. E. Ihr solt die güldene Zahl für 1746. finden.

1746 + 1 = 1747.

1747 : 19 = 91 und 18 bleibt übrig; folglich ist 18 die güldene Zahl.

Erklärung.

§. 61. Epacten (Epactae) heisst man in der Chronologie den Ueberschuß des bürgerlichen Sonnen-Monats über den Monden-Monat; und des bürgerlichen Sonnen-Jahrs über das Monden-Jahr. Die ersten heissen monatliche Epacten, und die andern jährliche Epacten.

1. Zuſatz.

§. 62. Ein Monden-Monat hat 29 Tag 12 St. 44′ 3″ (§. 19.). Hat nun der bürgerliche Sonnen-Monat 31 Tage, ſo ſind die monatlichen Epacten 1 Tag 11 St. 15′ 57″. Hat aber der bürgerliche Sonnen-Monat nur 30 Tage, ſo ſind die monatlichen Epacten 11 St. 15′ 57″ (§. 61.).

2. Zuſatz.

§. 63. Ein bürgerliches juliquiſches Sonnen-Jahr hat 365 Tage 6 St. (§. 37.). Ein Monden-Jahr 354 Tag 8 St. 48′ 36″ (§. 30.); folglich ſind die jährlichen Epacten 10 Tage 21 St. 11′ 22″ (§. 61.) das iſt beynahe 11 Tage.

3. Zuſatz.

§. 64. Alſo fallen die Neu- und Voll-Monden dem folgenden Jahr 11 Tage im Monate früher, als im vorhergehenden.

4. Zuſatz.

§. 65. Folglich ſind die Epacten in 2 Jahren 22, in drey Jahren 33 oder weil 30 ein Monat, 3, in vier Jahren 14 und ſo weiter, wie aus folgender Tafel zu erſehen.

Jahr	Epacten	Jahr	Epacten	Jahr	Epacten
1	XI.	7	XVII.	13	XXIII.
2	XXII.	8	XXVIII.	14	IV.
3	III.	9	IX.	15	XV.
4	XIV.	10	XX.	16	XXVI.
5	XXV.	11	I.	17	VII.
6	VI.	12	XII.	18	XVIII.
				19	XXIX.

5. Zuſatz.

§. 66. Da nun die Epacten in 20 Jahren wieder um 11; ſo iſt der Epacten-Circul dem Monden-Circul gleich (§. 58.).

6. Zu-

6. Zusatz.

§. 67. Wann ihr demnach wisset die Tage, auf welche innerhalb 19 Jahr der Neu-Mond fällt, die Epacten setzet, so müssen einerley Epacten durch das ganze Jahr den Tag des Neu-Mondes anzeigen (§. 58.).

Aufgabe.

§. 68. Aus der gegebenen gülden Zahl eines Jahres die ihm zugehörige jährliche Epacte im julianischen Jahre zu finden.

Auflösung.

Multipliciret die gülden Zahl durch 11, was herauskommt, ist die verlangte Epacte, wenn sie weniger als 30 ist; sonst aber dividiret das Product durch 30, so bleibet die Epacte übrig. Z. E. in diesem Jahr ist die güldene Zahl 18, also die Epacten XVIII. Hieraus könnet ihr erkennen, wie die Tafel §. 63. mit leichter Mühe zu finden.

Zusatz.

§. 69. Wie die Protestanten die gregorianische Jahr-Rechnung angenommen, so ist das gregorianische 11 Tage zeitiger gekommen, als das julianische (§. 41.). Ihr werdet demnach die gregorianischen Epacten von 1700. bis 1800 finden, wenn ihr von den julianischen Epacten 11 subtrahiret (§. 54.), welches folgende Tafel zeiget.

Jahr	Epacten	Jahr	Epacten	Jahr	Epacten
1	*	7	VI.	13	XII.
2	XI.	8	XVII.	14	XXIII.
3	XXII.	9	XXVIII.	15	IV.
4	III.	10	IX.	16	XV.
5	XIV.	11	XX.	17	XXVI.
6	XXV.	12	I.	18	VII.
				19	XVIII.

Erklärung.

§. 70. Die Feste, welche die Christenheit in der abendländischen Kirche feyret, werden in bewegliche und unbewegliche eingetheilet. Unbewegliche sind, welche immer auf einen Tag fallen, und bewegliche, welche nicht immer auf einen Tag des Jahrs fallen.

Grund-Satz.

§. 71. Die beweglichen Feste richten sich alle nach Ostern.

Anmerckung.

§. 72. Die unbeweglichen Feste zeiget folgende Tafel.

Januarius		Februarius	
1	Fest der Beschneidung *	2	Mariä Reinigung *
6	Heil. 3 Könige Epiphania *	6	Dorothea
17	Antonius	14	Valentin
20	Fabian Sebastian	22	Petri Stuhlfeyer
25	Pauli Bekehrung	24	Matthias

im Schalt-Jahr 25

Martius		Aprilis	
12	Gregorius	4	Ambrosius
17	Gertraut	23	Georgius
19	Joseph	25	Marcus Evangelist
25	Mariä Verkündigung *		

Majus		Junius	
1	Philipp. Jacobus	8	Medardus
3	Creutz-Erfindung	15	Vitus
25	Urbanus	24	Johannes der Täufer *
		29	Petrus und Paulus

Julius		Augustus	
2	Mariä Heimsuchung *	1	Petri Kettenfeyer
13	Margaretha	10	Laurentius
15	Apostel Theilung	15	Mariä Himmelfarth *
22	Maria Magdalena	20	Bernhard
25	Jacobus	24	Bartholomäus
26	Anna	29	Johannis Enthauptung

September		October	
Aegidius	4	Franciſcus	
Mariä Geburth	16	Gallus	
Creutz Erhöhung	18	Lucas Evangeliſt	
Matthäus	21	Urſula	
Johannis Empfängniß	28	Simon Judas	
Michaelis *			

November		December	
Allerheiligen	4	Eligius	
Aller Seelen	6	Nicolaus	
Martin Biſchoff	8	Mariä Empfängniß	
Eliſabeth	13	Lucia	
Mariä Opfer	21	Thomas	
Catharina	25	Weynachten *	
Andreas	26	Stephanus *	
	27	Johannes Evangeliſta	
	28	Unſchuldige Kinder	

Doch iſt zu mercken, daß die Lutheraner ordentlich nur diejenigen Feſte, welche mit * gezeichnet, und die Reformirten nur Weynachten und das Feſt der Beſchneidung Chriſti von den unbeweglichen feyren.

2. Anmerckung.

§. 73. Von den beweglichen Feſten, und welche ſich alle nach Oſtern richten, ſind die meiſten Sonntage, die keine Sonntage, will in folgender Tabell mit * bezeichnen.

Bewegliche Feſt-Täge vor Oſtern.	Bewegliche Feſt-Täge nach Oſtern.
5) Erſter Sonntag vor Oſtern Palmarum.	1) Erſter Sonntag nach Oſtern Quaſimodogeniti.
) Der Donnerſtag nach * Palm-Sonntag Grüner-Donnerſtag	2) Zweyter Sonntag nach Oſtern Miſericordias Domini.
) Der Freytag nach Palm-Sonntag Char-Freytag.	3) Dritter Sonntag, Jubilate.
) Der zweyte Sonntag vor Oſtern Judica.	4) Vierter Sonntag, Cantate.
) Der dritte Lætare.	5) Fünfter Sonntag, Rogate.

6) Der

6) Der vierte Oculi.

7) Der fünfte Reminiſcere.

8) Der ſechſte Invocavit.

9) Der ſiebende Quinquageſima oder Eſto mihi: Der Dienſtag nach Eſto mihi iſt Faſt-Nacht.

10) Der achte Sexageſima.

11) Der neunte, Septuageſima.

6) Der Donnerſtag nach Rogate. Himmelfarth Chriſti

7) Sechſter Sonntag nach Oſtern Exaudi.

8) Siebender Sonntag Pfingſten

9) Achter Sonntag Trinitatis.

Hiebey iſt zu mercken, daß alle Sonntage zwiſchen Septuageſima und heil. drey Königen von Epiphania, und die Sonntage nach dem Feſt Trinitatis bis auf den vierten Sonntag in Weynachten, als von welchem die Advents-Sonntage ihren, von Trinitatis an gezehlet und benennet werden. Item, daß das Jahr in vier Quatember getheilet wird, der erſte fällt auf die Mittwoche nach Invocavit; der zweyte auf die Pfingſtwoche nach Pfingſten; der dritte die Mittwoche nach Crucis Erhöhung, oder nach den 14 September; der vierte auf die Mittwoche nach Lucia, das iſt, nach den 13 December.

Schluß des *Concilii Nicæni.*

§. 74. Das Oſter-Feſt ſoll ſtets den erſten Sonntag gefeyert werden, welcher auf den Voll-Mond nach dem Frühlings-Aequinoctio folget. Heißt auch dieſer Voll-Mond der Oſter-Voll-Mond genennet wird. Fällt demnach der Oſter-Voll-Mond auf den Sonntag, ſo muß Oſtern 8 Tage hernach gefeyert werden.

Anmerckung.

§. 75. Durch Hülffe des Sonnen- und des Monden-Circuls, wie auch der Epacten, hat man folgende Taffel ausgerechnet, ſo wohl nach der julianiſchen, als auch nach der gregoria-

gorianischen Jahr-Rechnung, die Oster-Voll-Monde zu bestimmen.

Julianisches		Gregorianisches
Oster-Täffelein.		
Güldene Zahl	Oster-Vollmond	Epact	Oster-Vollmond
1	5 April D	*	13 April E
2	25 Martii G	XI.	2 April A
3	13 April E	XXII.	22 Martii D
4	2 April A	III.	10 April B
5	22 Martii D	XIV.	30 Martii a
6	10 April A	XXV.	18 April C
7	30 Martii E	VI.	7 April F
8	18 April C	XXVII.	27 Martii E
9	7 April F	XXVIII.	15 April G
10	27 Martii B	IX.	4 April C
11	15 April G	XX.	24 Martii B
12	4 April C	I.	12 April D
13	24 Martii F	XII.	1 April G
14	12 April D	XXIII.	21 Martii C
15	1 April G	IV.	9 April A
16	21 Martii C	XV.	29 Martii D
17	9 April A	XXVI.	17 April B
18	29 Martii D	VII.	6 April E
19	17 April B	XVIII.	26 Martii A

Aufgabe.

§. 76. Auf ein gegebenes Jahr nach Christi Geburth nach dem Schluß des *Concilii Nicæni* den Tag des Oster-Festes zu bestimmen.

Auflösung.

1) Suchet die güldene Zahl (§. 60.), und den Sonntags Buchstaben des gegebenen Jahres (§. 55).

2) Suchet in der julianischen Oster-Taffel die gefundene güldene Zahl, so stehet darneben a) der Tag, auf welchen der Oster-Voll-Mond fällt; b) der Buchstabe, welcher anzeiget, was es für ein Tag in der Woche.

3) Wer-

3) Vergleichet diesen Tag mit dem gefundenen Sonntags-Buchstaben, so könnet ihr den Tag des julianischen Oster-Festes bestimmen (§. 74.).

4) Wollt ihr die gregorianische Ostern bestimmen, so suchet durch Hülffe der güldenen Zahl die gregorianische Epacte (§. 69.).

5) Suchet diese Epacten in der gregorianischen Oster-Taffel, so stehet abermahl der Tag darneben auf welchen der Oster-Vollmond fällt. Im übrigen verfahret wie zuvor.

6) Die julianische Rechnung trifft niemahls, als selten ohngefehr. Die gregorianische kan auch unterweilen fehlen. Dieses hat verursachet, daß die evangelischen Stände auf dem Reichs-Tag beschlossen, daß in dem verbesserten Calender so wohl das Frülings-Aequinoctium, als der Oster-Voll-Mond durch untrügliche astronomische Rechnung und zwar aus den Rudolphinischen Taffeln gesuchet werden. Dieses verursachet, daß die Protestanten nicht alle Jahr zu gleicher Zeit mit der römischen Kirche Ostern feyern.

Z. E. Die güldene Zahl von 1746. ist 18, der julianische Sonntags-Buchstabe E. Folglich fällt der julianische Oster-Voll-Mond auf einen Sonnabend, nemlich den 29 Martii. Und also ist nach dem julianischen Calender den 30 Martii Ostern. Die gregorianische Epacte ist V.II. und der Sonntags-Buchstabe B. Folglich fällt der Oster Voll-Mond auf den 6 April auf die Mittwoche. Und also sind Ostern den 10 April.

Anmerckung.

§. 77. Nunmehro werdet ihr verstehen, wie ein Calender zu verfertigen. Weil aber in unsern Calendern auch die römische Zinß-Zahl stehet, so wird nicht undienlich seyn, wenn noch von dieser einen deutlichen Begriff beybringe.

Erklärung.

§. 78. Conſtantinus M. hat zuerſt eingeführet, daß man die Jahre nach Indictionen zehlen ſollte. Vide Petavi Doctrinam temporum Lib. XI. Cap. 40. ſq. Dieſes iſt der Grund von der Römer Zinß-Zahl (Cyclus Indictionum). Es iſt aber der Römer Zinß-Zahl ein chronologiſcher Circul von 15 Jahren. In dem dritten Jahr des erſten Circuls ſetzet man Chriſti Geburth. Es wird auch ein beſtimmtes Jahr in einem von dieſen Circuln der Römer Zinß-Zahl genennet.

Aufgabe.

§. 79. Auf ein gegebenes iulianiſches oder gregorianiſches Jahr der Römer Zinß-Zahl zu finden.

Auflöſung.

Addiret zu dem gegebenen Jahr nach Chriſti Geburt 3. Die Summe dividiret durch 15; ſo bleibet der Römer Zinß-Zahl übrig. Gehet es aber auf, ſo iſt ſie 15.

Z. E. Ihr verlanget die Römer-Zinß-Zahl für 1746

1746 + 3 = 1749

1749 : 15 = 116 und 9 ſind übrig, welches der Römer Zinß-Zahl. Das iſt, in der 117 Zinß-Zahl der Römer iſt jetzo das 9te Jahr.

Erſte Gründe der Gnomonik.

Erklärung.

§. 1.

Wenn durch eine gleichförmige Bewegung ein Raum beſchrieben wird, ſo können wir durch die Gröſſe

des Raums, welcher beſchrieben worden, den Theil der Zeit, in welcher die Bewegung geſchehen, beſtimmen (§. 13. Dyn.). Die Tage werden beſtimmet (wenn wir nemlich die Sache nach dem, wie ſie ſcheinet, beurtheilen), indem die Sonne ſich einmahl um den Erdboden herum drehet (§. 5. Chr.); und die Stunden ſind gleiche Theile der Tage (§. 7. Chron.). Wenn wir demnach eine Machine verfertigen, die ſich ſo lange gleichförmig beweget, bis die Sonne einmahl um den Erdboden herum iſt; wenn wir an dieſe Machine einen Zeiger befeſtigen, der durch die Bewegung dieſer Machine beſtimmet wird, einen gewiſſen Raum zu beſchreiben, und wenn wir endlich dieſen Raum in gleiche Theile theilen: ſo können wir durch ſolche Bewegung die Stunden, welche in einem Tag verfloſſen, anzeigen. Eine Machine, durch deren Hülffe wir anzeigen können, wie viele Stunden in einem Tag verfloſſen, wird eine Uhr genennet.

Erklärung.

§. 2. Wenn durch einen dunckelen Körper die Fortpflantzung der Sonnen-Strahlen gehindert wird, ſo wirfft dieſer der Sonne gegen über einen Schatten (§. 29. Optic.), und dieſer Schatten beweget ſich, wenn ſich die Sonne beweget. Folglich kan man auch durch die Bewegung des Schattens, welcher von der Sonne geworffen wird, die Stunden der Tage anzeigen. Dieſes iſt der Grund von den Sonnen-Uhren, d. i. welche Flächen, auf welchen die Bewegung des Schattens, welcher von der Sonnen geworffen wird, anzeigt, wie viele Stunden in einem Tage verfloſſen.

Aufgabe.

§. 3. Auf eine gegebene Fläche eine Sonnen-Uhr zu zeichnen.

Auf-

Auflöſung.

1) Auf die gegebene Fläche richtet alſo einen Stifft von einem dunckelen Körper, welcher der Zeiger (Gnomon) genennet wird, daß die Sonnen-Strahlen in ihrer Fortpflantzung dadurch können gehindert, das iſt, daß dadurch ein Schatten von der Sonne könne geworffen werden.

2) Ziehet auf die Fläche Linien, welche von dem Schatten beſtimmet werden, wenn die Sonne in ihrem Lauf eine Stunde geendiget: ſo habt ihr eine Sonnen-Uhr verfertiget.

Zuſatz.

§. 4. Hieraus iſt leicht zu begreiffen, daß der weſentliche Unterſcheid der Sonnen-Uhren in der Lage der Fläche zu finden, worauf dieſelbe beſchrieben.

Erklärung.

§. 5. Hieraus entſtehen auch die verſchiedenen Benennungen der Sonnen-Uhren. Lieget die Fläche horizontal, ſo heiſt ſie eine Horizontal-Uhr. Stehet ſie vertical, das iſt, perpendicular auf der Horizontal-Fläche, eine Vertical-Uhr. Und dieſe bekommen ihre Benennungen von den Gegenden, gegen welche die Flächen ſtehen. Woraus leicht zu verſtehen, was Morgen-Uhren; Abend-Uhren; Mittags-Uhren und Mitternacht-Uhren.

Erklärung.

§. 6. Macht endlich die Fläche, auf welche die Sonnen-Uhr gezeichnet, mit der Horizontal-Fläche einen ſpitzen Winckel, ſo bekommt die Uhr nach der Gröſſe dieſes Winckels verſchiedene Benennung. Iſt dieſer Winckel gleich der Höhe des Aequatoris, ſo heiſt die Uhr eine Aequinoctial-Uhr, und zwar eine untere Aequinoctial-Uhr, wenn die Uhr auf die Fläche gegen das Nadir, und die obere Aequinoctial-Uhr, wenn die Uhr auf die Fläche gegen das Zenith gezeichnet.

Zuſatz.

§. 7. Es iſt demnach die untere Aequinoctial-Uhr zu gebrauchen, vom Anfang des Herbſtes, wenn die Sonne bey uns unter den Aequatorem ſteigt, bis zum Anfang des Frühlings, da ſie ſich wieder über denſelben erhebet. Und die obere Aequinoctial-Uhr iſt zu gebrauchen, von Anfang des Frühlings bis zum Anfang des Herbſts, das iſt, ſo lange ſich die Sonne über dem Aequatore befindet.

Erklärung.

§. 8. Iſt der Winckel, welchen die beſtimmte Fläche mit der Horizontal Fläche machet, gleich der Pol-Höhe, und die Fläche gegen Norden inclíniret; ſo wird die Uhr eine Polar-Uhr genennet, und zwar eine obere, wenn die Uhr gegen das Zenith, und eine untere, wenn ſie gegen das Nadir gezeichnet.

Zuſatz.

§. 9. Es zeiget demnach die obere Polar-Uhr die Stunden von 6 Uhr früh, bis 6 Uhr abends. Hingegen die untere zeiget nur die Stunden vor 6 früh und nach 6 abends.

Erklärung.

§. 10. Iſt endlich der ſpitze Winckel, welchen die Fläche, worauf die Uhr gezeichnet, weder der Höhe des Aequatoris, noch der Höhe des Poles gleich, ſo heißt die Uhr eine inclinirte Uhr; und wenn dieſe Fläche gleich von Mittag oder Mitternacht abweichet, eine declinirte Uhr.

Aufgabe.

Tab. I. Gnomon. Fig. 1.

§. 11. Eine Aequinoctial-Uhr zu verfertigen.

Auflöſung.

Wollt ihr eine obere Aequinoctial-Uhr,

1) Beſchreibet aus dem Punct C einen Circul ADE,

DE, und theilet dieſen durch die Diametros AD und BE, die ſich rechtwincklicht ſchneiden, in ſeine vier Quadranten.

2) Einen jeden Quadranten theilet in 6 gleiche Theile, und ſchreibet bey dieſen Theilungs-Puncten auf der Abend-Seite die Vormittags-Stunden, und auf die Morgen-Seite die Nachmittags-Stunden, und ziehet aus C die Stunden-Linien, C4, C5, C6, und ſo weiter.

3) In den Mittel-Punct C richtet perpendiculär den Zeiger.

4) Richtet die gezeichnete Seite gegen das Zenith ſo, daß die Linie C12 auf die Mittags-Linie zu liegen kömmt, und dieſe Fläche mit der Horizontal-Fläche einen Winckel macht, welcher gleich der Höhe des Aequatoris; ſo iſt die Sonnen-Uhr völlig verfertiget.

Beweiß.

Die Sonne beweget ſich alle Tage parallel mit dem Aequatore, und einmahl ſo geſchwinde, als das andere. Folglich muß der Schatten der Welt-Axe, ſo von der Sonne auf die Aequinoctial-Fläche geworffen wird, in gleicher Zeit, gleiche Theile in einem Circul beſchreiben. Der angenommene Circul C iſt in der Fläche des Aequatoris. Und weil in Anſehung der Sonnen-Weite von der Erde, ihr halber Diameter nur für einen Punct zu halten (§ 120. Aſtron.), ſo könnet ihr nicht nur den Mittel-Punct des Circuls C für den Mittel-Punct der Erde, ſondern auch den Zeiger für die Welt-Axe annehmen (§. 4. Aſtron.); folglich muß der Schatten von dieſem Zeiger, in gleicher Zeit, gleiche Theile auf den angenommenen Circul beſchreiben. Da nun die Sonne in 24 Stunden herum kömmt (§. 12. Chr.), und die Sonne, wenn ſie gegen Morgen ſtehet, den Schatten gegen Abend wirfft (§. 29. Optic.) und ſo

weiter; ſo iſt klar, daß die gezeichnete Uhr eine obere Aequinoctial-Uhr (§. 6.). W. Z. E. W.

Wollt ihr eine untere Aequinoctial-Uhr zeichnen, ſo verfahret wie zuvor; nur merket, daß die Zeichnung gegen das Nadir geſchehen müſſe (§. 6.).

Aufgabe.

Tab. I. Gnomon. Fig. 2.

§. 12. Durch Hülffe einer Aequinoctial-Uhr auf eine jede Fläche eine Sonnen-Uhr zu zeichnen.

Auflöſung.

Ihr ſollt z. E. eine Sonnen-Uhr auf eine Horizontal-Fläche zeichnen.

1) Suchet auf der Fläche ABDC die Mittags-Linie (§. 15.), welche ihr nach Gefallen auf derſelben, wenn ſie beweglich, annehmen könnet. Dieſe ſey GF.

2) Laſſet einen rechtwinklichten Triangel verfertigen EKF, und ſetzet denſelben alſo auf die gegebene Fläche, daß die Hypothenus EF die Mittags-Linie decket.

3) Stellet die Aequinoctial-Uhr HK alſo, daß der Zeiger Gl mit der Mittags-Linie GF einen Winckel machet, welcher gleich der Pol-Höhe, und daß dieſer Zeiger mit der Welt-Axe parallel gehet, und daß die Linie der Mittags-Stunde die Grund-Linie des Triangels EF berühret.

4) Setzet des Nachts hinter den Zeiger Gl ein brennendes Licht, beweget dieſes um den Zeiger, und wenn der Schatten auf eine Stunden-Linie der Aequinoctial-Uhr fällt, ſo mercket die Grentzen des Schattens auf der gegebenen Fläche; ſo können ſie auf dieſe die Stunden-Linien ziehen.

5) Befeſtiget endlich auf dieſer Fläche einen Zeiger Gl in dem Winckel IGF; ſo iſt die Sonnen-Uhr verfertiget.

Auf

Aufgabe.

13. Auf eine Horizontal-Fläche eine Sonnen-Uhr zu zeichnen.

Auflöſung.

1) Iſt die Fläche unbeweglich, ſo ziehet auf dieſelbe die Mittags-Linie (§. 15. Aſtron.); iſt ſie beweglich, ſo nehmet auf derſelben die Mittags-Linie AB nach Gefallen an. Tab. I. Gnomon. Fig. 3.

2) Nehmet auf dieſer nach Belieben einen Punct A, und richtet auf denſelben eine Perpendicul-Linie AD. Den Winckel CAD machet der gegebenen Pol-Höhe desjenigen Orts, wo die Sonnen-Uhr ſtehen ſoll, gleich.

3) Aus der Spitze D des Triangels GAD ziehet eine gerade Linie auf die gefundene Mittags-Linie nach C, ſo, daß der Winckel CDE = CAD = der Pol-Höhe.

4) Die Linie ED traget auf die Mittags-Linie aus E nach B. Und aus dieſem Punct B beſchreibet mit dem Radio EB einen Quadranten EF, welchen ihr in ſechs gleiche Theile theilet.

5) Durch E ziehet eine gerade Linie GH, welche die Linie AB rechtwinclicht ſchneidet.

6) Aus dem Punct B ziehet durch die Theilungs-Puncte des Quadranten nach der Linie GH gerade Linien Ba, Bb, Bc, Bd, Bl, BH.

7) Traget dieſe Theile aus E gegen G in e, f, g, h, G.

8) Aus A beſchreibet mit beliebiger Eröffnung des Zirckels einen kleinen Circul. Leget an A und die Theilungs-Puncte in der Linie GH das Lineal, und ziehet von der Peripherie des Circuls bis an die nach Belieben gemachte Einfaſſung der Uhr gerade Linien; ſo bekommet ihr die Stunden-Linien, A5, A4, A3, A2, A1, A12, A11, bis A7.

9) Durch A ziehet die 6te Stunden-Linie A6, auf A6, ſo, daß dieſe Linie die 12te Stunden-Linie perpendiculär ſchneidet.

10) Ferner verlängert A7 bis in 7 über den Circul A8 bis in 8, A5 bis in 5, A4 bis in 4.

11) Endlich ſetzet in A den Zeiger alſo, daß er mit der Mittags-Linie CA einen Winckel macht, welcher der Pol-Höhe des Orts, wo die Uhr zu gebrauchen gleich. Oder in C richtet eine Perpendicul-Stang = CD und ſo weiter: ſo iſt dieſe Sonnen-Uhr verfertiget.

Beweiß.

Tab. I. Gnomon. Fig. 4

Es iſt zu beweiſen, daß durch dieſe Auflöſung die Stunden-Linien in der Horizontal-Uhr richtig gezeichnet worden. Dieſes zu begreiffen, ſo gedencke, als wenn der Triangel ADE über die Mittags-Linie AB alſo gerichtet, daß er auf der Horizontal-Fläche perpendiculär ſtehet; und daß in dem Plano, welches in den Winckel DEA incliniret, der Aequinoctial-Circul beſchrieben, welcher in 24 gleiche Theile getheilet: ſo iſt AD der Zeiger einer Aequinoctial-Uhr (§. 11.). Verlängert die Stunden-Linien dieſer Aequinoctial-Uhr bis an die Linie GH, welche da zu finden, wo die Aequinoctial-Fläche die Horizontal-Fläche berühret; ſo iſt klar, daß dieſe Berührungs-Puncte die Eintheilungen der Stunden-Linien in der Linie GH beſtimmen. Gedencket ferner, als wenn die Aequinoctial-Uhr auf die Horizontal-Fläche dergeſtalt niedergeleget worden,

Tab. I. Gnomon. Fig. 3.

daß die verlängerten Stunden-Linien noch in den vorigen Puncten die Linie GH durchſchneiden; ſo wird DE auf EB, und der eine Quadrant der Aequinoctial Uhr auf EFB fallen. Es iſt demnach nicht zu leugnen, daß die Stunden-Linien in der Horizontal-Fläche richtig gefunden worden. W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 14. Nehmet an, daß E B der Sinus totus, ſo d E a, Eb, Ec und ſo weiter, Tangenten von den inckeln, welche die Stunden-Linien mit der Mit- gs-Linie in der Horizontal-Uhr machen (§. 173. 1. Geom.). Da nun der Winckel E B a, E B b nd ſo weiter bekant ſind, zumahl E B a = $\frac{90}{6}$° = 15°, B b = $\frac{90}{3}$° = 30°, E B c = $\frac{90}{2}$° = 45° und ſo weiter . 13.), ſo könnet ihr nach der Trigonometrie (§. 4. rigon.) die Linien E a, Eb, E c und ſo weiter fin- en. Sprechet nemlich:

Sin. B a E : Sin. E B a = Sin. totus : Tang. E a
und ſo weiter.

Anmerckung.

§. 15. Nehmet an, daß E B = 1000, ſo werdet ihr fin- en, daß E a = 267 E b = 577, E c = 1000, E d = 1732, H = 3372. Auf dieſe Art könnet ihr die Stunden-Li- ien, in den groſſen Horizontal-Uhren finden.

2. Zuſatz.

§. 16. C D E iſt die Höhe des Pols, und C E D die Höhe des Aequatoris, und bey C iſt ein rechter Winckel (§. 13.). Wenn ihr nun D E annehmet, = 1000; ſo könnet ihr durch die Trigonometrie die Linien C E und D C finden, indem ihr ſprechet:

Sin. totus : E D = Sin. C D E ; C E.
Ferner:
Sin. totus : E D = Sin. C E D : D C (§. 4. Trig.).

3. Zuſatz.

§. 17. In den Triangeln C A D und C D E iſt C A D = C D E, C = C (§. 13.), und C D = C D; folglich
E C : C D = C D ; C A (§. 192. Geom.).

Wenn demnach E C und C D bekannt (§. 15.), ſo könnet ihr auch die Linie C A finden.

4. Zuſatz.

§. 18. Wird der Zeiger C D gegeben, ſo könnet ihr die Linien C A, C E und E D finden. Denn da der Winckel bey A = der Pol-Höhe, bey C ein rechter Winckel, und alſo der Winckel bey D bekannt (§. 149. Geom.); ſo könnet ihr ſprechen:

Sin. A : C D = Sin. C D A : A C.

Da nun A C gefunden, ſo ſprechet ferner:

A C : C D = C D : C E (§. 16).

Nun iſt ferner der Winckel C D E = der Pol-Höhe (§. 13.); folglich könnet ihr E D finden, indem ihr ſprechet;

Sin. C D E : C E = Sin. C : E D.

Habet ihr dieſe Linien gefunden, ſo könnet ihr die ganze Horizontal-Uhr zeichnen (§. 13.).

Aufgabe.

§. 19. Eine Vertical Uhr zu zeichnen.

Auflöſung.

Tab. I. Gnoman. Fig. 5.

I) Wollt ihr eine Mittags-Uhr zeichnen, ſo verfahret wie bey der Horizontal-Uhr; nur daß ihr auf den Unterſcheid beobachtet, daß der Winckel C A D = C D E = der Höhe des Aequatoris.

Beweiß.

Dieſen könnt ihr auf gleiche Art, wie bey den Horizontal-Uhren, verfertigen.

Anmerckung.

Ihr könnet alſo auch hier, wenn nur die geſetzte Veränderung beobachtet wird, alle Zuſätze gebrauchen, welche §. 14-18. zu finden.

II) Wollt ihr eine Mitternachts-Uhr zeichnen:

1) Zie-

1) Ziehet die Mittags-Linie A S (§. 15. Aſtr.), Tab. III. Gnomon. Fig. 6.
d aus A beſchreibet mit beliebiger Eröffnung des
rckels einen kleinen Circul.

2) Bey A macht einen Winckel C A D, welcher
ich der Höhe des Aequatoris.

3) Auf der Mittags-Linie nehmet nach Gefallen
nen Punct C, und richtet auf denſelben eine Per-
ndicul-Linie C D.

4) Ziehet aus dem Punct D nach der Mittags-
nie A S eine gerade Linie D E, ſo, daß der Winckel
D C = C A D = der Höhe des Aequatoris.

5) Macht I B = E D, und durch I ziehet eine ge-
de Linie H G, welche die Mittags-Linie S A recht-
inclicht ſchneidet.

6) Aus dem Punct B beſchreibet mit B I einen
Quadranten F I, und theilet dieſen in 6 gleiche
heile.

7) Durch die zween letzten Theilungs-Puncte zie-
et aus A die Linien A d und A H, welche die 7te und
8te Stunden-Linie nach Mittage geben.

8) Machet E h = E d, und E G = E H; ſo be-
ommet ihr die 4te und 5te Stunden-Linie vor
Mittage.

9) Ziehet durch A eine gerade Linie, welche die
Mittags-Linie A S rechtwincklicht ſchneidet; ſo habt
ihr die ſechſte Stunden-Linie vor und nach Mittage.

10) Richtet den Zeiger entweder nach der Linie
A D oder C D: ſo habt ihr die Uhr verfertiget.

Beweiß.

Der Beweis wird, wie bey der Horizontal-Uhr, gerichtet, und ſtellet man ſich vor, als wenn die Aequinoctial-Uhr nach dem Winckel D E A, welcher die Höhe des Pols gleich (§. 27. Aſtron.), angele-

get,

get, der Zeiger aber durch den Mittel-Punct der Aequinoctial-Uhr bis in A geſtoſſen würde.

III. Wollt ihr eine Morgen-Uhr beſchreiben;

Tab. II. Gnomon. Fig. 7.

1) Auf der Seite der Mittags-Fläche, die gegen Morgen ſtehet, ziehet eine gerade Linie AB mit dem Horizont parallel, und mit derſelben verknüpffet eine andere Linie AK, ſo, daß der Winckel KAB = der Höhe des Aequatoris.

2) Aus einem nach Belieben auf der Linie KA angenommenen Punct D beſchreibet mit beliebiger Weite DE einen Circul und ziehet durch D die Linie EC, welche KA rechtwinclicht ſchneidet.

3) Einen jeden Quadranten theilet in 6 gleiche Theile, und durch die Theilungs-Puncte ziehet aus D bis an die Linien EG und CI gerade Linien. Dieſe beſtimmen die Stunden-Linien, wie aus der Figur zu erſehen.

4) In D ſetzet den Zeiger = DE auf die Fläche perpendiculär, oder befeſtiget in der Höhe der Linie DE eine Stange, welche mit CE parallel gehet: ſo iſt die Uhr verfertiget.

Beweiß.

Stellet euch vor, als wenn die Aequinoctial-Uhr auf die Linie FG dergeſtalt perpendiculär aufgerichtet worden, daß FG von der ſechſten Stunden-Linie in E berühret wird, und alſo der Zeiger mit EC parallel iſt; ſo läſſet ſich der Beweiß, wie bey der Horizontal-Uhr, verfertigen.

IV) Wollt ihr endlich eine Abend-Uhr zeichnen;

Tab. II. Gnomon. Fig. 8.

Verfahret auf der Abend-Seite der Mittags-Fläche, wie auf der Morgen-Seite bey der Morgen-Uhr; nur werden die Stunden anders geſchrieben, wie die Figur zeiget.

Aus

Anmerckung.

§. 20. Ueberhaupt iſt zu mercken, daß bey groſſen Uhren die Eintheilungen zu finden, wie §. 14-18. gezeiget.

Aufgabe.

21. Eine Polar-Uhr zu verfertigen.

Auflöſung.

Wollet ihr eine obere Polar-Uhr verfertigen:

1) Ziehet mit dem Horizont eine Parallel-Linie AB, und auf derſelben die Mittags-Linie CE. Tab. II. Gnomon. Fig. 9.

2) Dieſe theilet in zween gleiche Theile in D, und durch C ziehet die Linie FG mit AB parallel.

3) Aus dem Mittel-Punct D beſchreibet mit DE einen Quadranten, und theilet dieſen in 6 gleiche Theile.

4) Durch dieſe Theilungs-Puncte ziehet aus dem Mittel-Punct D gerade Linien nach AB, D 12, D 1, D 2, D 3, D 4, D 5.

5) Aus dieſen Puncten ziehet mit der Mittags-Linie Parallel-Linien.

6) Machet E 11 = E 1, E 10 = E 2, E 9 = 3, und ſo weiter, und verfahret wie zuvor.

7) Endlich richtet den Zeiger in der Höhe DE über der Mittags-Linie in D perpendiculär: ſo iſt die obere Polar-Uhr fertig.

II) Wollt ihr eine untere Polar-Uhr verfertigen; ſo verfahret wie bey der oberen; nur ſtreichet alle Stunden weg, bis auf 4 und 5, ingleichen 8 und 7.

Beweiß.

Dieſer kan auf gleiche Art verfertiget werden, wie der Beweiß von der Morgen-Uhr.

Erklärung.

§. 22. Die Magnet-Nadel (Acus magnetica) eine Nadel, welche aus dem reinſten Stahl ganz dünne

dünne geschmiedet, und nach diesem an einen ma
Magnet folgender Gestalt gestrichen worden, d
derjenige Theil, so sich gegen Süden wenden s
an den Nord-Pol; der andere hingegen, der sich
gen Norden kehren soll, an den Süder-Pol
Magnets gestrichen.

Erfahrung.

§. 23. Wird eine solche Magnet-Nadel
einen Stifft gesetzet, auf welchem sie sich um
hindert bewegen kan, so weiset sie nach Nord
oder Mitternacht. Doch ist hiebey zu merck
daß diese Magnet-Nadel nicht an allen Or
und allezeit accurat nach Norden weiset, sonde
offtmahls mit der Mittags-Linie entweder gen
Osten oder gegen Westen einen Winckel mach

Erklärung.

§. 24. Dieser Winckel, welchen eine Magnet-Na
del, welche sich auf einem Stifft ungehindert bew
gen kan, mit der Mittags Linie machet, wird die Ab
weichung der Magnet-Nadel (Declinatio ac
magneticae) genennet.

Zusatz.

§. 25. Und also bestätiget die Erfahrung, daß di
Abweichung der Magnet-Nadel nicht an allen Or
ten, auch nicht zu allen Zeiten an einem Ort glei
groß sey (§. 23.).

Erfahrung.

§. 26. Ziehet durch den Ruhe-Punct der Ma
gnet-Nadel eine gerade Linie mit der Horizon
tal-Linie parallel; so werdet ihr finden, daß der
nordliche Theil in dem grösten Theil der nördli
schen

e Helffte unſerer Erd-Kugel ſich unter die
izontal-Linie ſencket: hingegen in dem grö-
Theil der ſüdlichen Helffte der Erd-Kugel
: dem Horizont erhaben wird.

Erklärung.

. 27. Dieſer Winckel, welchen die Magnet-
del mit der Horizontal-Linie, ſo durch ihren Ru-
Punct gezogen, machet, wird die Neigung der
gnet-Nadel (Inclinatio acus magneticae) ge-
net.

Erklärung.

. 28. Durch die Schiff-Roſe) Roſa nautica) ver- Tab. II.,
el man die Figur SWNOS, welche die 32 Gegen- Gnomon.
der Welt vorſtellet. Fig. 10.

Erklärung.

. 29. Ein Compas (Pyxis magnetica) iſt eine
kerne Büchſe, in deſſen innere Grund-Fläche eine
chiff-Roſe gezeichnet, in deſſen Mittel-Punct ein
ifft befeſtiget, auf welchen eine Magnet-Nadel
o geleget, daß ſie ſich frey um denſelben bewegen
ne.

Aufgabe.

§. 30. Die Abweichung der Magnet-Nadel,
einem gegebenen Ort, zu einer geſetzten Zeit,
finden.

Auflöſung.

1) Setzet den Compas an den beſtimmten Ort;
ſo wird die nordliche Spitze der Magnet-Nadel ge-
gen Norden fahren.

2) Haltet an den Compas einen Faden mit ei-
nem Bley-Wurff, alſo, daß deſſen Schatten durch
den Mittel-Punct der Schiff-Roſe gehet.

3) Mer-

3) Mercket genau diejenige Gegend, auf welch der Schatten des Fadens fällt, wenn er am kürzeſten. Denn ſo wiſſet ihr, wenn Mittag (§. 37 Optic. 13. Aſtr.), wo die Mittags-Linie (§. 5. Aſtr.) und könnet alſo die Abweichung der Magnet-Nad beſtimmen (§. 24.).

Aufgabe.

§. 31. Die Neigung der Magnet-Nadel, einem gegebenen Ort, zu einer geſetzten Zeit, finden.

Auflöſung.

Tab. III. Gnomon. Fig. 11.

1) Machet einen Ring ABCD von einer Ma rie, die weder den Magnet von ſich ſtöſſet, noch ſich ziehet z. E. von Meßing, und theilet dieſen C cul in ſeine 360 Grade.

2) Durch den Mittel-Punct dieſes Ringes p het ein dünnes Lineal von Meßing AC, und be ſtiget ſolches an der Peripherie des Ringes in A und C

3) An dem Mittel-Punct dieſes Lineals beſch get einen ſubtilen Stifft von Meßing, woran d Magnet-Nadel alſo zu befeſtigen, daß ſie ſich u gehindert neigen könne.

4) Das Inſtrument bedecket auf beyden Seit mit hellen Glaſſe, damit ihr dadurch die Lage de Magnet-Nadel ſehen, und die Bewegung der Luft die Lage der Magnet-Nadel nicht verändern kön

5) In dem Zenith von dem Ring B befeſtiget einen andern Ring, woran ihr den Ring frey auf hängen könnet.

Wenn ihr nun dieſen Ring perpendiculär auf hänget, ſo muß das Lineal AC horizontal ſtehen, und die Spitze der Magnet-Nadel wird auf dem Ring den Grad zeigen, welcher das Maaß von der Neigung (§. 27.).

An-

Anmerckung.

§. 32. Von der Abweichung und Neigung der Magnet-
bel kan mit Nutzen gelesen werden, was in Actis Erud. Lipsi.
1684. pag. 387. ff 1715. p. 191. und in des Herrn Ba-
von Wolffs nützlichen Versuchen P. III. Cap. IV. zu
den.

Aufgabe.

33. Ein Instrument zu machen, dadurch Instrumen-
die Abweichung einer Vertical-Fläche von tum decli-
den oder Norden ingleichen von der Hori- natorium.
al-Fläche erforschen kan.

Auflösung.

1) Last eine viereckigte Tafel ABCD von Holtz ver- Tab. III.
stigen, und beschreibet auf diese einen halben Cir- Gnomon.
l AED. Fig. 12.

2) Theilet die beyden Quadranten dieses halben
irculs in 90 Grad, so, daß ihr diese Grade zehlen
nnet von E nach D, und von E nach A.

3) In F befestiget einen Nagel, damit ihr an den-
lben einen Faden mit einem Bley-Wurff hängen
nnet.

4) Ferner befestiget in dem Mittel-Punct F ein Fig. 13.
neal HI, welches um den Punct F beweglich, und
ran ein Compaß K befestiget. Es muß aber in
iesem Compaß nicht nur die Mittags-Linie, son-
ern auch die Declinations-Linie der Magnet-Nadel
eschrieben seyn.

Dieses Instrument werdet ihr zu der verlangten
bsicht gebrauchen können.

Aufgabe.

34. Zu untersuchen, ob eine gegebene Flä-
horizontal oder vertical, oder ob sich solche
gen den Horizont neiget, und wie groß diese
eigung.

Auflösung.

Tab. III. Gnomon. Fig. 14.

1) Nehmet das Instrumentum declinatorium, und haltet es mit der Seite BC an die gegebene Fläche ll.

2) In F hänget den Bley-Wurff. Ist die Fläche horizontal, so wird der Faden den halben Circul AEB in E durchschneiden; ist die Fläche vertical, so fällt der Faden auf AD; wo aber der Faden weder in E, noch auf AD fällt, so neiget sich die Fläche gegen den Horizont, und der Faden berühret auf den Quadranten denjenigen Grad, welcher das Maaß von der Neigung

Zusatz.

§. 35. Vergleichet diese Neigung mit der Höhe des Pols und des Aequatoris; so werdet ihr beurtheilen können, ob auf die Fläche eine inclinirte Sonnen-Uhr zu beschreiben (§. 10.).

Aufgabe.

§. 36. Zu untersuchen, ob eine gegebene Fläche von dem *Meridiano* abweichet, und wie groß die Abweichung.

Auflösung.

Tab. III. Gnomon. Fig. 15.

1) Nehmet das Instrumentum declinatorium, und hänget an den Stifft in F den Compaß (§. 33. Reg. 4).

2) Die Seite dieses Instruments AD haltet an die gegebene Fläche MN, und beweget das Lineal um den Stifft so lange, bis die Magnet-Nadel über der Declinations-Linie ruhet.

3) Fällt die Schärffe des Lineals in E, so ist die Fläche in dem Meridiano. Fällt die Schärffe des Lineals zwischen D und E, z. E. auf PQ, so weichet die gegebene Fläche von dem Meridiano gegen Abend; und fällt die Schärffe des Lineals zwischen A und E, so weichet die Fläche von dem Meridiano gegen Morgen. Die Gröſſe dieser Abweichung bestimmet der Grad, welcher von dem Lineal abgeschnitten wird (§. 23. 4.).

Zuſa

Aufgabe.

37. Eine Sonnen-Uhr zu verfertigen, die Mittage gegen Morgen, oder gegen Abend eichet.

Auflöſung.

1) Beſchreibet eine Horizontal-Uhr AGH (§. 13.), Tab. III. Gnomon. Fig. 16.
ıd GH ſey die Linie, in welcher die Aequinoctial-Flä-
e die Horizontal-Fläche durchſchneidet.

2) Durch E, wo die Mittags-Linie AE die Linie GH
ırchſchneidet, ziehet eine gerade Linie IK, welche mit
H einen ſo groſſen Winckel macht, welcher der Ab-
eichung der gegebenen Fläche gleich; ſo geben ſich
ie Eintheilungen für die Stunden-Linien auf der Li-
ı IK.

3) Ziehet auf der gegebenen Fläche die Linie IK mit
er Horizontal-Linie parallel, und traget die gefunde-
en Linien E 1, E 2, E 3, und ſo weiter, auf dieſelbe.

4. In E richtet den Perpendicul EC in der Länge
uf, als die Weite des Mittel-Puncts der Mittags-
hr von der Horizontal-Fläche (§. 19. Caſ. I.) beträ-
et; ſo habt ihr den Mittel-Punct C, daraus die
tunden-Linien CE, C1, C2, C3, und ſo weiter ge-
ogen werden.

5) Laſſet auf dem Papiere aus A als dem Mittel-
unct der Horizontal-Uhr auf IK die Perpendicul-
inie AD fallen, und traget die Weite ED auf die ge-
ebene Fläche; ſo iſt DC die Linie, darüber der Zeiger
ommet.

6) Setzet endlich AD und DC rechtwincklicht zu-
ammen; ſo iſt AC der Zeiger, welcher unter dem
Winckel DCA in C an der gegebenen Fläche befeſtiget
ird.

Aufgabe.

38. Eine Uhr zu verfertigen, die von Mittern-
ht gegen Morgen und Abend abweichet.

Auflöſung.

Die Mitternachts-Uhr iſt nichts anders als eine verkehrte Mittags-Uhr. Beſchreibet demnach eine Uhr, die von Mittage abweichet, und wendet ſie dergeſtalt um, daß ihr Mittel-Punct C gegen den Horizont, und der Punct E gegen das Zenith gekehret wird.

Aufgabe.

§. 39. Eine Sonnen-Uhr zu verfertigen, die von dem Zenith gegen Morgen oder Abend abweichet.

Auflöſung.

Tab. III. Gnonom. Fig. 17.

Es ſey HR der Horizont, PR die Pol-Höhe, Z das Zenith, und N das Nadir; ſo iſt klar, daß unſere Horizontal-Fläche in einem Ort, der von uns 90° wegliget, die Vertical-Fläche ſey, und demnach die Pol-Höhe an demſelben Ort das Complement unſerer zu 90° PZ. Derowegen darf man nur eine abweichende Mittags-Uhr auf das Complement der Pol-Höhe verzeichnen (§. 37.); ſo iſt ſelbige die bey uns von dem Zenith abweichende Uhr.

Gleicherſtalt erhellet hieraus, daß man vermittelſt der Mittags-Uhr unſeres Orts, als welche die Horizontal-Uhr unter dem Complement unſerer Pol-Höhe iſt, die von dem Zenith abweichende Uhr zeichnen kan, wie man die vom Mittage abweichende vermittelſt der Horizontal-Uhr verzeichnet (§. 37.).

Anmerckung.

§. 40. Ich trage Bedencken, mehrers von Verfertigung der Sonnen-Uhren zu ſchreiben. Wer das, was hiervon erkläret, verſtanden, der wird mit Nutzen leſen können, was der neu vermehrten Welperiſchen Gnomonik, in des Ozanam Cours de Mathem. T. V. Tr. de Gnomon. und in des Herrn Baron von Wolffs Elem. Gnom. von Verfertigung der Sonnen-Uhren weitläufftiger abgehandelt.

ELE-

TAB. I. Gnom.

A
Fig. 1.
C
B
D

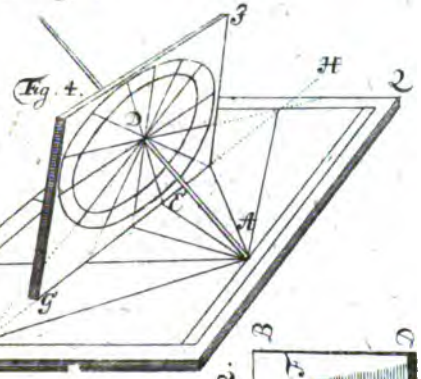


Fig. 4.
3
H
2
D
E
A
G

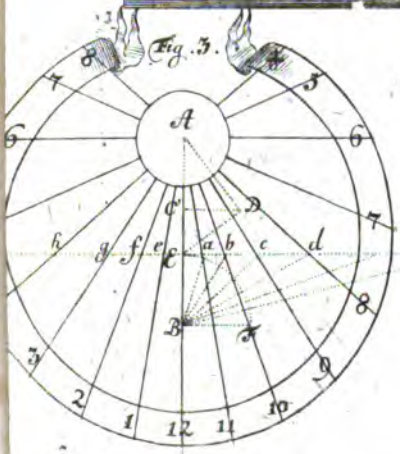


Fig. 3.
A
C
D
h
g
f
e
E
a
b
c
d
B
F

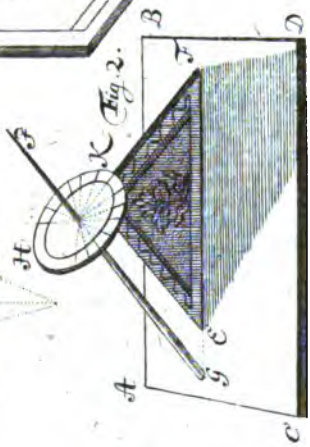


Fig. 2.
B
D
F
E
K
H
G
A
C

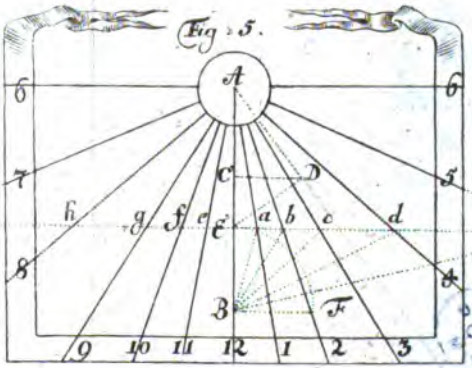
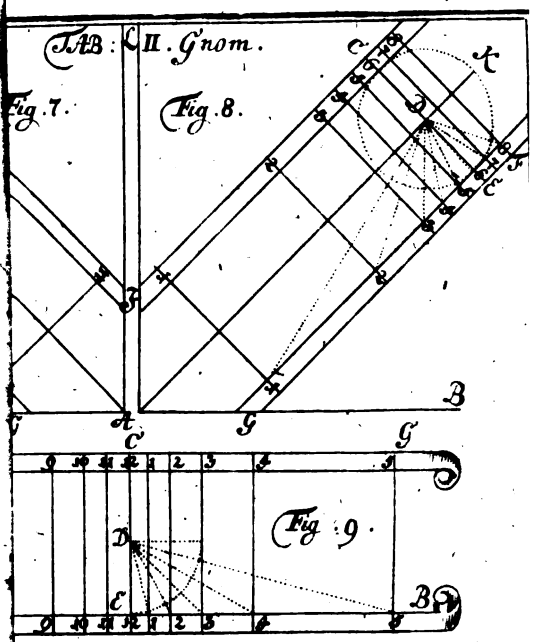
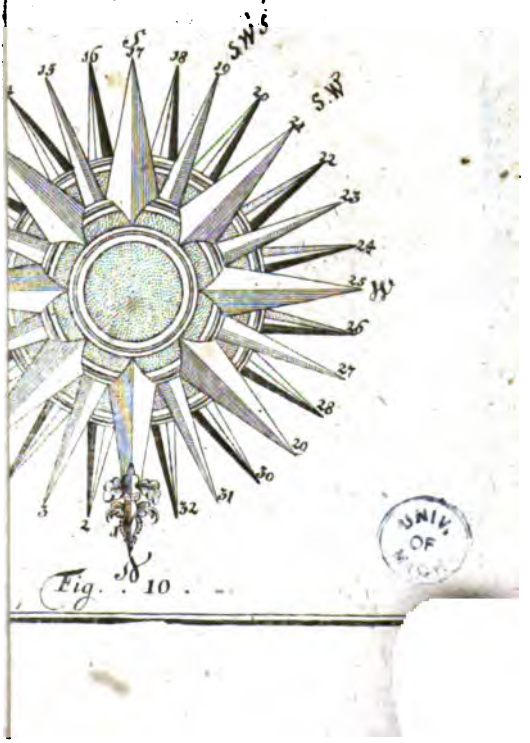


Fig. 5.
A
C
D
h
g
f
e
E
a
b
c
d
H
B
F
9
10
11
12
1
2
3


TAB. II. Gnom.
Fig. 7.
Fig. 8.
Fig. 9.


S.W.
W
N
Fig. 10.

TAB: III. Gnom.

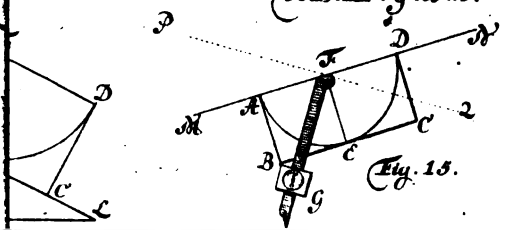
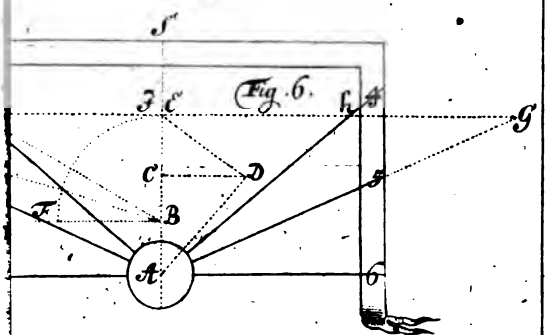


Fig. 15.



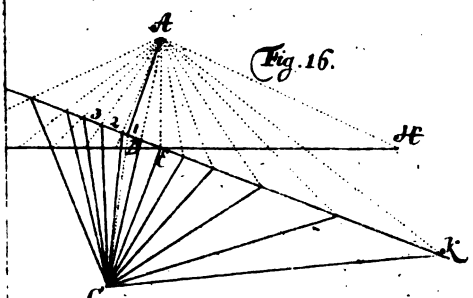


Fig. 13.

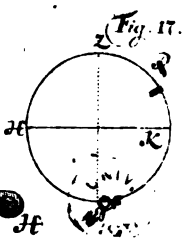


Fig. 17.

ELEMENTA EOGRAPHIAE

Das ist

Erſte Gründe

Von

findung der Gröſſe der Erd-Kugel
nd der Lage der Oerter gegen einander.

Erſte Gründe der Geographie.

Lehr-Satz. §. 1.

Die Erde iſt bey nahe kugelrund.

Beweiß.

Wenn der Mond verfinſtert wird, ſo tritt der Mond in den Schatten der Erde, und dieſer Schatten ſtellet dar ein Circul aus, der Mond mag in denſelben hineinkommen, wo er will. Folglich erſcheinet der Durchſchnitt der Erde wie ein Circul (§. 30. Opt.); folglich iſt die Erde wie eine Kugel (§. 66. Geom.). Weil aber die hohen Berge einer vollkommenen Kugel-Fläche zuwider, und Hugenius in Diſcurſ. de cauſſa grauitatis pag. 154. ſ. f., wie auch Newton in Princip. Phil. Nat. Mathem. Lib. III. Prop. 19. dargethan, daß die Erde unter dem Aequatore höher, als gegen die Pole: ſo können wir die Erde nicht vollkommen kugelrund nennen. Daher iſt nur zu beweiſen, daß ſie bey nahe kugelrund.

Lehr-Satz. §. 2.

Die Höhe der Berge auf der Erd-Fläche haben gegen den Diametrum der Erde, in Anſehung der Entfernung des Mondes, keine merckliche Verhältniß haben.

Beweiß.

Dieſes erhellet, weil die Berge nicht verhindern können, daß ſich der Schatten der Erde in dem Mond wie ein Circul präſentiret.

Zuſatz.

§. 3. Aus dieſer kugelrunden Figur der Erde können wir verſchiedene Begebenheiten erklären, nemlich

1) Warum die Sonne nicht an allen Orten auf dem Erdboden zu gleicher Zeit auf- und untergehet.

2) Warum wir nicht allein zu Lande, ſondern auch zu Waſſer die Spitzen der Thürme, Maſt Bäume der Schiffe, die Berge und Klippen allezeit eher ſehen, als was der Erde näher iſt.

3) Daß uns einige heute die Füſſe zukehren müſſen, welche Antipodes und Antichthones genennet werden. Und ſo weiter.

Lehr-Satz.

§. 4. Die Erde kan, ohne merklich zu irren, als eine vollkommene Kugel angenommen werden.

Beweiß.

Die Urſache, warum die Erde keine vollkommen runde Kugel, iſt einmahl, weil auf ihrer Fläche hohe Berge zu finden; zweytens, weil ſie gegen die Pole eingedrücket (per dem. §. 1.). Da nun aber das Verhältniß von den Höhen der Berge gegen den Diameter der Erde ſehr klein (§. 2.), und nach des Hugens Rechnung ſich der gröſte Diameter der Erde zu dem kleineren Diameter verhält, wie 578:577, und alſo auch hier kein merklicher Unterſcheid: ſo können wir ohne merklich zu irren, die Erde als eine vollkommene Kugel annehmen (§. 144. A. M.). W. Z. E. W.

1. Zuſatz.

§. 5. Wir haben demnach Urſache uns auf der Tab. Geog.
rd-Kugel alle Circul zu gedencken, welche wir auf Fig. 1.
r Welt-Kugel beſchreiben. Alſo nehmen wir auf
rſelben an

1) Die Welt-Pole, PQ, ſo daß P der Nord-Pol
nd Q der Süder-Pol (§. 4. Aſtr.).

2) Die Welt-Axe PQ, die durch die beyden Pole
nd den Mittel-Punct der Kugel gezogen wird (§.
. Aſtr.).

3) Den *Aequatorem* oder, mit den Schiffs-Leuten
reden, die Linie DA, welches ein Circul um die
ugel, welcher von jedem Pol 90° entfernet (§. 23.
ſtr.).

4) Die Ecliptik EL, als welche ein Circul auf
er Fläche der Kugel, welcher den Aequatorem der-
eſtalt durchſchneidet, daß er mit ihm einen Winckel
on 23°29′ machet (§. 31. Aſtr.).

5) Den *Tropicum Cancri* EM, und den *Tropicum*
Capricorni LN, als welche Circul mit dem Aequatore
n der Weite 23°29′ parallel gezogen werden (§. 5.
ſtr.).

6) Die Polar-Circul FG und RS, welche um die
Pole in der Weite 23°29′ beſchrieben werden.

7) Den *Meridianum* PAQD, als welcher ein Cir-
ul, der durch die Pole und einen jeden Ort beſchrie-
en wird (§. 5. Aſtr.).

8) Den Horizont, welcher, wie in der Aſtronomie,
in wahrer und ſcheinbarer (§. 5. Aſtr.).

2. Zuſatz.

§. 6. Der Aequator theilet die Erde in zwo halbe Kugel, ſo daß die eine Helffte der Norder- und die andere Helffte der Süder-Theil.

3. Zuſatz.

§. 7. Die Ecliptik, die Tropici, der Meridian und ſo weiter, auf der Erd-Kugel ſind mit der Ecliptic mit den Tropicis und dem Meridiano der Himmels-Kugel in einer Fläche (§. 5. 31. und 51. Aſtron.).

4. Zuſatz.

§. 8. Verſchiedene Oerter können unter einem Meridiano liegen. Und weil wir Mittag haben, wenn die Mittel-Punct der Sonne in den Meridianum kommet; ſo haben alle Oerter, die in einer Helffte des Meridiani liegen, zu gleicher Zeit Mittag. Und alſo geht die Uhr bey ihnen auf einerley Art.

Erklärung.

§. 9. Damit man einen gewiſſen Anfang auf der Erd-Kugel hat, ſo nimmt man einen von den Meridianis zum erſten an (Meridianus primus), und zehlet von ihm an die übrigen von Abend gegen Morgen zu.

Anmerckung.

§. 10. Es nehmen nicht alle Geographi einerley Mittags-Circul für den erſten an. Ptolomaeus ziehet ihn durch die Inſulas fortunatas. Andere durch die Inſul des heiligen Nicolai. Hondius durch die Inſul St. Jacob. Die Frantzoſen auf Befehl des Königs durch die Inſul del Ferro. Siehe Riccioli Geographiam reformatam Lib. IX. Cap. 2. Dieſes iſt wohl zu mercken, wann man die Land-Charten und Schrifften verſchiedener Autorum gebrauchen will.

Aufgabe.

Tab. Geog. Fig. 2. §. 11. Die Entfernung zweyer Oerter auf der Fläche der Erden zu finden, wenn ſie ſehr groß.

Auflöſung.

1) Nehmet nach Gefallen zwey Stände an C und D, aus welchen ihr die beyden Oerter überſehen könnet. Meſſet die Entfernung der angenommenen Stände CD, und die Winckel ADC, CDB, ACD, DCB (§. 110. Geom.).

2) Su-

2) Suchet in dem Triangel ACD die Linie AD, durch diese Verhältniß:

Sin. A : CD = Sin. ACD : AD.

3) Suchet ferner in dem Triangel CDB die Linie DB, indem ihr sprechet:

Sin. B : CD = Sin. DCB : DB.

4) Suchet in dem Triangel ADB den Winckel DAB durch folgenden Schluß:

DA + DB : DA — DB = tang. ½ (DAB + ABD) : tang. ½ diff. (§. 8. Trigon.).

5) Endlich suchet in dem Triangel ADB die verlangte Linie AB durch diese Verhältniß:

Sin. DAB : DB = Sin. ADB : BA.

Aufgabe.

§. 12. Die Größe des Erd-Diameters zu finden.

1. Auflösung.

1) Nehmet zwey hohe Berge an EG, die einige Meilen von einander liegen, und messet ihre Weite EG (§. 11.), welche in die Stelle von LM, ohne merklich zu fehlen, kan gesetzet werden (§. 2.). Tab. Geog. Fig. 3.

2) Weil die Höhen der Berge durch den Mittel-Punct der Erde gehen (§. 168. Geom.); so könnet ihr den Winckel bey F finden, wenn ihr nemlich den Winckel bey E und bey G gemessen (§. 110. 149. Geom.).

3) Sprechet:

F : LM = 360° : Per. des gröſten Circuls der Erd-Kugel.

4) Nun habt ihr die Peripherie in Meilen, folglich könnet ihr auch den Diameter der Erde in Meilen finden (§. 285. Geom.). Diese Art den Diameter der Erde zu messen hat Kepler in Epit. Astron. p. 28. f. gebraucht.

2. Auf-

2. Auflöſung.

Tab. Geog. Fig. 4.

1) Nehmet zwey Oerter A und B, welche in einem Meridiano HIDFGH liegen.

2) Suchet in beyden Oertern die Pol-Höhen nemlich in A den Bogen DF, und in B den Bogen (§. 14. Aſtron.). Da nun FG in Anſehung der G de = fg (§. 107. Geom.); ſo iſt fg der Unterſch beyder Pol-Höhen.

3) Af = Bg = 90° (§. 5. Aſtron.); folglich AB = fg (§. 92. A. M.), und alſo iſt auch AB Unterſcheid von beyden Pol-Höhen DF und DG. ihr nun den Bogen AB in Graden habet, ſo ſuchet deſſen Gröſſe in Meilen (§. 11.).

4) Schlieſſet weiter:

Die Grade des Bogens: zu der geſuchten Anzahl der Meilen = 360°: der Gröſſe Peripherie der Erde in Meilen.

5) Aus dieſer vierten Proportional-Zahl findet den Diameter der Erd-Kugel (§. 286. Geom.).

1. Anmerckung.

§. 13. Vergleichet dieſe Arten den Diameter der Kugel zu finden, mit dem, was in der Geometrie §. von Erfindung der Gröſſe des Diameters eines Circuls, §. 192. ff. von den Triangeln ausgeführet: ſo werdet leichter Mühe noch mehrere Arten entdecken können, den ren Diameter der Erde zu finden. Mit Nutzen kan hierv geleſen werden, was Riccioius in Geographia reformata Cap. III. ausgeführet.

2. Anmerckung.

§. 14. Insgemein nimmet man an, daß der halbe D meter der Erde 860 deutſche Meilen, deren 15 auf einen in dem gröſten Circul der Erd-Kugel gehen.

Erklärung.

§. 15. Es werden auf der Erd-Kugel beſtim

Circul angenommen, welche in allen ihren Punc-
ten dem Aequatore gleichweit entfernet ſind,
dieſe werden Parallel-Circul genennet.

Aufgabe.

16. Zu finden, wie viele Meilen auf einen
d eines Parallel-Circuls gehen, deſſen Ent-
ung von dem *Aequatore* gegeben.

Auflöſung.

Es ſey A Q der Diameter von dem Aequatore, Tab. Geo-
d E F der halbe Diameter von dem Parallel-Cir- graph. Fig.
l, ſo iſt F Q die Entfernung des Parallel-Circuls 5.
n dem Aequatore, E F der Coſinus von dieſer Ent-
rnung (§. 182. Geom.), und C F der halbe Dia-
eter von der Erde oder der Sinus totus. Daher
hlieſſet:

Sinus totus: Coſinum der gegebenen Entfernung F Q = Gröſſe eines Grades im Aequatore: der Gröſſe eines Grades in dem Parallel-Circul.

1. Anmerckung.

§. 17. Es ſey F Q = 51°. Daher ſchlieſſet:

Log. Sinus totus	=	10000000
Coſin. 51°	=	9798871
Log. 14	=	11760913
Log. 1° Paral. Circ.	=	10974631.

da nun dieſes der Logarithmus von 9° 26′; ſo hat ein
Grad in dem Parallel-Circul 9 Meilen und 26 Minuten.
60 gehen aber 60 Minuten auf eine Meile.

2. Anmerckung.

§. 18. Durch dieſe Aufgabe kan folgende Taffel verfer-
get werden, in welcher die erſte Reihe die Weite der Pa-
rallel-

rallel-Circuln vom Aequatore in Graden, die andern die Grösse eines Grades in deutschen Meilen und in Minuten angegeben wird.

0	15	0	23	13	48	46	10	25	69	5	23
1	14	59	24	"	42	47	"	14	70	"	8
2	"	59	25	"	36	48	"	2	71	4	53
3	"	58	26	"	29	49	9	50	72	"	38
4	"	57	27	"	22	50	"	38	73	"	23
5	"	56	28	"	15	51	"	26	74	"	8
6	14	55	29	13	7	52	9	14	75	3	53
7	"	53	30	12	59	53	"	2	76	"	38
8	"	51	31	"	51	54	8	49	77	"	23
9	"	48	32	"	43	55	"	36	78	"	8
10	"	46	33	"	35	56	"	23	79	2	52
11	14	43	34	12	26	57	8	10	80	2	36
12	"	40	35	"	17	58	7	57	81	"	20
13	"	37	36	"	8	59	"	44	82	"	5
14	"	33	37	11	59	60	"	30	83	1	50
15	"	29	38	"	49	61	"	16	84	"	34
16	14	25	39	11	39	62	7	2	85	1	18
17	"	21	40	"	29	63	6	48	86	"	3
18	"	16	41	"	19	64	"	34	87	0	47
19	"	11	42	"	9	65	"	20	88	"	31
20	"	6	43	10	58	66	"	6	89	"	16
21	"	0	44	"	47	67	5	52	90	0	0
22	13	54	45	"	36	68	"	38			

Aufgabe.

Tab. Geographph. Fig. 6.

§. 19. Es wird die Höhe des Auges von [illegible] Fläche des Erdbodens gegeben nemlich BA: [illegible] sollt bestimmen, wie weit ihr von dieser H[illegible] auf die Fläche des Erdbodens sehen könnet.

[illegible]

Auflösung.

1) Addiret die Höhe des Auges B A zu dem halben Diameter der Erde C B; so habt ihr die Linie C A.

2) Da nun bey D ein rechter Winckel (§. 170. 171. Geom.) und die Linie C D als der halbe Diameter der Erde auch bekant ist, so könnet ihr den Winckel bey C durch folgenden Schluß finden:

C A : Sin. D = C D : Sin. A.

Nun aber ist C = 180° — (D + A) (§. 149. Geom.).

3) Da euch nun der Bogen B D als das Maaß von C in Graden bekant, so könnet ihr denselben in Meilen finden (§. 14.).

4) Sollte der Bogen B D in einem Parallel-Circul seyn, so suchet die Entfernung dieses Circuls von dem Aequatore; so könnet ihr die Weite auf gleiche Art finden (§. 18.).

Anmerckung.

§. 20. Es sey B A = 5′ nemlich die ordentliche Höhe des Auges eines Mannes von der Erde; so werdet ihr finden, daß B D in dem grossen Circul der Erd-Fläche nicht über $1\frac{1}{2}$ Meile.

Zusatz.

§. 21. Hieraus ist leicht zu begreiffen, wie folgende Aufgaben aufzulösen:

1) Es wird die Weite gegeben, in welcher eine Sache von der Erd-Fläche gesehen wird: ihr sollt die Höhe finden.

2) Es wird die Höhe einer Sache gegeben, und der Punct auf der Erd-Fläche, aus welchem sie zu erst gesehen wird; ihr sollt die Entfernung dieser Sache von dem gegebenen Punct finden.

Erklärung.

§. 22. Die Weite des Mittags-Circuls eines Orts, zu dem ersten Mittags-Circul, heist in der Geographie die Länge des Orts. Und die Entfernung

des

des Orts von dem Aequatore gegen den Po heiſt die Breite des Orts.

Zuſatz.

§. 23. Folglich iſt die Länge eines Orts der Lä des Aequatoris zwiſchen dem erſten Mittags-Cr und dem Mittags-Circul eines gegebenen Orts. die Breite eines Orts iſt der Bogen des Mittags culs, der zwiſchen dem Aequatore und dem gegeb Ort enthalten.

Lehr-Satz.

§. 24. Die Breite eines Orts iſt der Pol-H gleich.

Beweiß.

Tab. Geographic. Fig. 8.

Es ſey ZA die Breite des Orts Z, und PH die Höhe. Zumahl HI der Horizont. Da nun Z dem Zenith lieget, ſo iſt ZH = 90° (§. 5. Aſtr.) ferner P der Pol, und DA der Aequator, ſo iſt PA = 90° (§. 27. Aſtr.), folglich iſt ZH = PA (A. M.). Subtrahiret demnach von beyden PZ, PH = ZA (§. 92. A. M.). W. Z. E. W.

Zuſatz.

§. 25. Suchet demnach die Pol-Höhe an dem gebenen Ort (§. 14. Aſtron.); ſo habt ihr auch die Breite.

Aufgabe.

§. 26. Den Unterſchied der Mittags-Stun an verſchiedenen Oertern zu finden.

Auflöſung.

Es wird voraus geſetzet, daß man an den Oertern den Anfang der Stunden zehlet von d Termin, da der Mittel-Punct der Sonne den Meridianum tritt. Da nun an allen O ten, welche in einem Meridiano liegen, auf e Helffte der Erd-Kugel die Finſterniß des Mon

u gleicher Zeit anfängt; ſo könnt ihr den Unterſcheid der Mittags-Stunden an verſchiedenen Oertern auf folgende Art finden:

1) Mercket die Stunden, in welchen man an beyden Oertern den Anfang der Mond-Finſterniß wahrgenommen.

2) Suchet den Unterſcheid dieſer Stunden, ſo habt ihr den verlangten Unterſcheid gefunden.

Anmerckung.

§. 27. Z. E. im Jahr 1701. den 22 Febr. hat man den Anfang der Mond-Finſterniß wahrgenommen

in Berlin	10 St.	59′	38″
in Pariß	10	15	25
Alſo iſt		44′	13″ der Unterſchied der Mittags-Stunden, das iſt, in Berlin iſt 44′ 13″ eher Mittag, als in Pariß.

Aufgabe.

§. 28. Zu unterſuchen, wie viele Grade von m *Aequatore* in einer in Stunden gegebenen it durch den *Meridianum* gehen.

Auflöſung.

Indem der Meridianus den Aequatorem rechtwincklicht ſchneidet (§. 23. Aſtron.), ſo können wir annehmen, als wenn der Durchſchnitts-Punct den Bogen des Aequatoris, der durch den Meridianum gegangen, mit einerley Geſchwindigkeit beſchrieben. Hieraus erhellet, daß die Bogen des Aequatoris, die durch den Meridianum gehen, der Zeit, in welcher ſie beſchrieben worden, proportionirlich (§. 19. Dyn.). Da nun der gantze Aequator in 24 Stunden durch den Meridianum gehet, ſo könnt ihr durch folgenden Schluß das verlangte finden:

24 St. : 360 = die gegebene Zeit: den Grad des Bogens, welcher in der geſetzten Zeit durch den Meridianum gegangen.

Aufgabe.

§. 29. Die Länge eines Orts zu finden.

Auflöſung.

1) Obſerviret die Länge eines beſtimmten Orts unter dem erſten Meridiano (§. 22.).

2) Suchet den Unterſchied zwiſchen den Tags-Stunden dieſes und des gegebenen Orts (§. 26.).

3) Verwandelt dieſen Unterſcheid in Grade Aequatoris (§. 28.).

4) Dieſe addiret zu der obſervirten Länge, wenn ihr die Länge eines Orts gegen Abend, und ſubtrahiret ſolche von der obſervirten Länge, wenn ihr die Länge eines Orts gegen Morgen verlanget (§. 2

1. Anmerckung.

§. 30. Ich ſollte glauben, daß durch den Gebrauch der Magnet-Nadel die Längen der Oerter genau könnten beſtimmet werden; doch dieſe Unterſuchung will bis zu einer andern Gelegenheit ausſetzen.

2. Anmerckung.

§. 31. Nunmehro ſollte ich auch beſchreiben, wie die künſtliche Erd-Kugel zu verfertigen, wie auf dieſelbe und die Länge und Breite die Oerter zu tragen, und wie und deren Gebrauch die geographiſche Aufgaben aufzulöſen. Wer aber das verſtanden, was von Verfertigung der Himmels-Kugel (§. 59. Aſtr.), deren Gebrauch (§. 60. Aſtr.) und der Eintheilung der Erd-Kugel bis hieher beſchrieben; der wird alles ohne ferneres Erinnern beurtheilen können.

Auf

Aufgabe.

§. 32. Aus der gegebenen Länge und Breite etlicher Oerter und der Weite vieler andern von eyen der vorhergehenden eine Particulare ins Charte zu verfertigen.

Auflöſung.

1) Beſchreibet ein Rectangulum A B D C, und Tab. Geo-
träget in A C und B D die Grade der Breite in graph. Fig.
Meilen (§. 24. 18.) und auf A B und C D die 7.
Grade der Längen in Meilen (§. 29. 18.). Hier bey iſt zu mercken, daß ihr die Grade der Breiten von beliebiger Gröſſe annehmen könnet; hingegen die Grade der Längen zu ihnen proportioniren müſſet, wie es die Breite der Parallel-Circul A B und C D erfordert (§. 18.).

2) Zehlet in A B und C D die Länge eines Orts ab, und ziehet die Linie H G; in A C und B D nehmet die Breite und ziehet die Linie F E. Wo dieſe beyde Linien einander ſchneiden nemlich in I; da iſt der gegebene Ort.

3) Auf gleiche Art könnet ihr die übrigen Oerter, deren Länge und Breite gegeben, auf die Charte tragen. Z. E. den Ort R.

4) Mit der Weite des Orts L von I, machet aus I, und mit der Weite des Orts L von R, machet aus R einen Durchſchnitt gegen die Gegend, wo er lieget; ſo wiſſet ihr auch ſeinen Ort nemlich L. Und ſo weiter.

Erklärung.

§. 33. Eine jede Fläche auf der Erd-Kugel, welche zwiſchen zween Parallel-Circuln lieget, heiſt ein

Strich Landes (Zona), und zwar ſind dieſe kal
Striche (Zonae frigidae), welche ſich zwiſchen
Polar-Circuln befinden; daher iſt ein kalter Nor
Strich, und ein kalter Süder-Strich: tempe
te (Zonae temperatae), welche zwiſchen den
lar-Circuln und einem Tropico liegen: hitzige S
che (Zonae torridae), welche zwiſchen dem Tr
co Cancri und Tropico Capricorni liegen.

1. Zuſatz.

§. 34. Iſt die Breite eines Orts unter 23°
ſo liegt er in der hitzigen; iſt ſie über dieſe G
aber unter 66° 31′, ſo iſt der Ort in einer m
rirten; endlich wenn ſie über 66° 31′, in einer
ten Zona.

2. Zuſatz.

§. 35. Die Sonne gehet nicht über die Tr
cos von dem Aequatore weg, und kömmt in j
des Jahres einmahl (§. 51. Aſtr.). Woraus
hellet, daß die Sonne denen, die in der hei
Zona wohnen, des Jahres zweymahl; denen,
unter einem Tropico liegen, einmahl; und denen,
auſſerhalb den Tropicis liegen, in einer tempe
ten oder kalten Zona niemahls über dis Sc
tel kommt.

Erklärung.

§. 63. Wenn die Sonne der Scheitel am n
ſten iſt, fängt ſich der Sommer an; wenn ſie
weiteſten davon iſt, der Winter; wenn ſie aus
dem Winter in den Aequatorem tritt, der Frü
ling

g: wenn ſie nach dem Sommer hinein kommt, Herbſt.

1. Zuſatz.

§. 37. Vergleichet mit dieſem den §. 35.; ſo werdet ihr erkennen, in welcher Zona des Jahres zweymahl Sommer und einmahl Winter.

2. Zuſatz.

§. 38. In den nordiſchen Strichen iſt Sommer, wenn die Sonne in den Krebs; Winter, wenn ſie in den Steinbock; Frühling, wenn ſie in den Widder; und Herbſt, wenn ſie in die Waage tritt. Hingegen in den ſüdiſchen Strichen iſt Sommer, wenn die Sonne in den Steinbock; Winter, wenn ſie in den Krebs; Frühling, wenn ſie in die Waage; und Herbſt, wenn ſie in den Widder kömmet. Alſo ſind in dieſen Theilen der Erde allezeit entgegen geſetzte Jahres-Zeiten.

Lehr-Satz.

§. 39. Wenn die Sonne im *Aequatore* iſt, ſo iſt an allen Orten des Erdbodens Tag und Nacht gleich.

Beweiß.

Denn ſie iſt alsdenn 12 Stunden über und 12 Stunden unter den Horizont.

1. Zuſatz.

§. 40. Aus gleichem Grund erhellet, 1) daß unter dem Aequatore das ganze Jahr Tag und Nacht einander gleich.

2. Zuſatz.

§. 41. 2) Daß unter dem Nord- und Süd-Pol ein halbes Jahr Tag, und ein halbes Jahr Nacht.

3. Zuſatz.

§. 42. 3) Daß mit der Gröſſe der Polhöhe, und folglich der Breite des Orts (§. 24.) der längſte Tag zu, und der kürzeſte abnimmt.

Erklärung.

§. 43. Dieſes iſt die Urſache, warum man die Fläche des Erdbodens in Climata theilet. Es heißt nemlich ein *Clima* genennet ein ſolcher Streifen auf der Fläche der Erd-Kugel, wo der längſte Tag im Jahr um ein merckliches zunimmt.

Zuſatz.

§. 44. Folglich wird ein Clima von Parallel-Cirkeln eingeſchloſſen (§. 33.).

Anmerckung.

§. 45. Die heutigen Geographi rechnen 25 *Climata* bis unter die Breite von 66° 41′ wo der längſte Tag 24 Stun-

Regiſter
der vornehmſten Wörter und Redens-Arten welche in dieſen Anfangs-Gründen mathematiſcher Wiſſenſchafften enthalten.

Verfertiget von Joh. Ernſt Heumann, aus Saalfeld in Thüringen, der Gottesgelahrheit und Weltweisheit Beſl.

Anm. Vor- bedeutet ſo viel als Vorbericht von der Mathematik; Arithm. allgemeine Mathematik; Rech. Rechenkunſt; Geom. Geometrie; Dyn. Dynamik; Trig. Trigonometrie; Mech. Mechanik; Aer. Aerometrie; Muſ. Muſik; Hydroſt. Hydroſtatik; Hydraul. Hydraulik; Opt. Optik; Perſp. Perſpectiv; Pyr. Pyrobolik; B. BK. bürgerliche Bau-Kunſt; Art. Artillerie; KBK. Kriegs-Bau-Kunſt; Aſtr. Aſtronomie; Chron. Chronologie; Gnom. Gnomonik; Geogr. Geographie.

Die Zahl zeiget den § in jeder Wiſſenſchafft an.

A

Abdachung, was ſie ſey? § 25. Kr. BK.
Abend, wo er ſey? 9. Aſtr.
Abend-Dämmerung, was ſie ſey? 62.
Auf, was er ſey? 105. B. BK.
Affe, was ſie ſey? 365 Geom.
Abweichung der Magnet-Nadel, was ſie ſey? 24. Gnom.
— wie ſie an einem gegebenen Ort und zu einer geſetzten Zeit zu finden? 30 Gnom.
Adiren, was es heiſſe? 75. 79. A. M.
— das Zeichen womit es ausgedrückt wird. 61.
Aſpect, was er ſey? 124. Aſtr.
Aehnlichkeit, wenn ſie Dingen beygeleget werde? 5. A. M.
— das Zeichen womit ſie ausgedruckt wird. 6.

Aequation, was ſie ſey? §. 17 ff.
Aequator, was er ſey? 23. Anm. 5 Lem.
deſſen Höhe mit der Pol-Höhe 90° mache 27. ff.
wie zu finden, wie viele Grade von demſelben in einer in Stunden gegebenen Zeit durch den Meridianum gehen? 28. Lem.
Aerometrie, was ſie ſey? 34. ff.
Aether, was er ſey? 7. Def.
Aggregat, was es ſey? 57. ff.
Anemometrum, was es ſey? 42. ff.
wie eines zu verfertigen? 43. 44.
Angriff des Feindes, was er ſey? 3. Anm. ff.
Anguli contigui, was ſie ſeyn? 33. Lem.
daß ſie 180. Grad machen, wenn ſie auf einer geraden Linie ſtehen. 114 Lem.
Angulus parallacticus, was er ſey? 161. ff.
Anomalie, was ſie ſey? 170.
mittlere, was ſie ſey? 170.
ihr Maas. 171.
eccentriſche, was ſie ſey? 173.
wahre oder coäquirte, was ſie ſey? 174. 175.
Antichthones, was ſie ſeyn? 3. Lem.
Antipodes, was ſie ſeyn? 3. Lem.
Anzahl, was ſie ſey? 3. ff.
Aphelium, was es ſey? 166. ff.
Approchen, was ſie ſeyn? 139. ff.
bewegliche, was ſie ſeyn? 139.
wie ſie gemacht werden? 140.
unbewegliche, was ſie ſeyn? 139.
wie ſie zu machen und aufzuwerffen? 142.
derſelben Maas 143.
wenn ſie halb und gantz tief? 143.
Apſidum Linea, was ſie ſey? 166. ff.
Architrab oder Unter-Balcken, was er ſey? 127. 3. ff.
Argument, was es ſey? 193. ff.
der Inclination, was es ſey? 193.
Aſcenſion, was ſie ſey 40.
gerade, was ſie ſey? 40.
wodurch ſie zu beſtimmen? 41.
ſchiefe, was ſie ſey? 40
Aſtrolabium, wie es zu gebrauchen? 111. Lem.
Aſtronomie, was ſie ſey? 34. Lem.
Aſymptoten, was ſie ſeyn? 417. Lem.

Agne, was zu under geſchliffen erfodert werde? §. 138. 145. 146. Kr. BK.
Areiß, was er ſey? 45. B. Dk.
was aus demſelben zu erkennen? 147.
wie einer von einem Gebäude, deſſen Grundriß verfertiget worden, zu zeichnen? 148.
ge, deſſen verſchiedene Häute und Feuchtigkeiten woraus es beſtehet 82. Opt.
haß durch daſſelbe eine Sache alſo geſehen werde, wie das Bild beſchaffen, welches von der Sache in demſelben abgedruckt worden 87. 88.
wie es beſchaffen ſeyn müſſe, wenn es, ſowohl in der Nähe, als in der Ferne, deutlich ſehen ſoll? 99
wenn es zwiſchen einem erhabenen Glaſſe und dem Brennpunkt oder auch im Brennpunct ſteht, was folgt? 102
Ausdehnung, oder ausgedehnte Gröſſe. Siehe Gröſſe.
wenn zwey derſelben ſich decken? 121. Geom.
daß die, welche einander decken, einander gleich und ähnlich ſind, und v. v. 122.
Auſenwercke, was ſie ſeyn? 88. Kr. BK.
was deren Vollkommenheit erfordert? 90. 91.
Axe eines geſchliffenen Glaſſes; was ſie ſey? 64. Opt.
Axe von einer krummen Linie; was ſie ſey? 364. Geom.
Kleine und halbe Kleine; was ſie ſeyn? 407. 390.
eines Kegels; was ſie ſey? 82
einer Kugel; was ſie ſey? 70
Brechungs-Axe, was ſie ſey? 399
Welt-Axe, was ſie ſey? 4. Aſtr. 5. Geogr.
Zwerch-Axe, was ſie ſey? 46. Opt.

B.

Banquet, was es ſey? 14. Kr. BK.
deſſen Breite und Höhe 15
Barometer oder *Baroſcopium*, was er ſey? 29. Aer.
deſſen Nutzen 31. 38. 41.
wie einer zu verfertigen? 32.
worauf bey deſſen Verbeſſerung zu ſehen? 33
Baſis, was ſie ſey? 56. Geom.
Baſteyen, was ſie ſeyn? 47. Kr. BK.
Batterien, oder Berrungen, was ſie ſeyn? 147.

Bede-

Abtheilung (im Triage); was sie für Eigenschaften haben müsse? §. 10. 18.
Beständigkeit, was sie sey? 55. Def.
Bequemlichkeit eines Gebäudes, was zu derselben erfordert werde? 20. 29. 31. 37. 81
Berme, was sie sey? 32. Def.
• deren Grösse 33.
Bewegung, was sie sey? 30. Def.
• wie eine eben so starcke durch eine geringere Anzahl der Dinge zu erhalten, als sonst durch mehrere Dinge erhalten werden? 4. Ref.
• gleichförmige, was sie sey? 14. Def.
• • was aus derselben folgt, 1) wenn die Geschwindigkeiten und Zeiten gleich? 15.
• • 2) wenn die Geschwindigkeiten und Räume gleich 16.
• • 3) wenn die Zeiten und Räume gleich? 17.
• • 4) wenn die Zeiten gleich? 18.
• • 5) wenn die Geschwindigkeiten gleich? 19.
• • 6) wenn die Räume gleich? 20.
• • daß in derselben die Räume in einer zusammengesetzten Verhältniß der Zeiten und Geschwindigkeiten 21.
• • daß in derselben die Geschwindigkeiten in einer zusammengesetzten Verhältniß der Räume und verkehrten Verhältniß der Zeiten 23.
• • daß in derselben die Zeiten in einer zusammengesetzten Verhältniß aus der Verhältniß der Räume und verkehrten Verhältniß der Geschwindigkeiten 24.
• • wie in derselben die Geschwindigkeit zu finden, mit welcher ein Raum beschrieben? 25.
• • wenn in derselben die Räume sich wie die Geschwindigkeiten verhalten, daß alsdenn die Zeiten gleich 27.
• ungleichförmige, was sey? 14.
• • wodurch sie in einer Machine gleichförmig zu machen? 136. Ref.
• • gleichförmig zunehmende, was sie sey? 28. Def.
• • • daß in derselben die Räume in ratione duplicata der Zeiten 30.
• • • daß in derselben der Anwachs der

Räume durch ungerade Zahlen
auszudrucken §. 32. Dyn.
gleichförmig abnehmende, was ſie ſey? 28.
eigene, was ſie ſey? 20. Aſtr.
gemeine, was ſie ſey? 20.
mittlere, was ſie ſey? 169.
wahre, was ſie ſey? 169.
öſſe geben, was es heiſſe? 3. Kr. BK.
ſchung, was ſie ſey? 25.
äuſſere und innere, was ſie ſey? 25.
deren Anlage 26.
llwercke, was ſie ſeyn? 47.
ihre Gröſſe 51.
daß ſie ſpitzig zulauffen müſſen 48.
daß ſie nicht aus bloſſen Faſen beſtehen können 55.
mbe, was ſie ſey? 46. Arit.
andröhre, was ſie ſey? 46.
rechen (der Strahlen), was es ſey? 45 Opt.
reite, was ſie ſey? 1. Geom.
reite eines Ortes; was ſie ſey? 22. Geogr.
daß ſie der Pol-Höhe gleich 24.
eines Planeten; wie ſie zu finden, wenn der Inclinations-Winckel, der Elongations-Winckel und Communications-Winckel gegeben worden? 206. Aſtr.
eines Sterns; was ſie ſey? 35.
was die Erfahrung von derſelben lehre? 38.
die nordiſche und ſüdiſche, was ſie ſey? 35.
die wahre und ſcheinbare, was ſie ſey? 34.
reennpunct, was er ſey? 366. Geom.
rillen, was ſie ſeyn? 101. Kr. BK.
wie ſie vor ein Ravelin nach Vaubans Art zu zeichnen? 102.
wie ihre Defenſion zu verſtärcken? 103.
ruch, was er ſey? 95. Rech.
wie er geſchrieben wird? 100.
wie einer in einen andern gleichgültigen zu verwandeln, welcher eine gegebene Benennung hat? 112.
rüche, welche herauskommen, wenn man den Zehler und Nenner eines Bruchs durch eine Zahl multipliciret oder dividiret; wie ſie beſchaffen? 101. 102.
riche von unterſchiedener Benennung; wie ſolche

ſolche unter einerley Benennung zu bringen, ſo, daß dieſe jenen gleich? §. 106.
aufheben, was es heiſſe und wie es geſchehe? 110.
welche einerley Benennung oder Zehler haben, wie ſie ſich zu einander verhalten? 114.
wie verſchiedene zu addiren und ſubtrahiren? 116.
multipliciren? 123.
dividiren? 125.
wie ſie zu gantzen Zahlen zu addiren und ſubtrahiren? 122.
durch gantze Zahlen zu multipliciren? 124.
uneigentlicher, was er ſey? 118.
daß in ſeinem Zehler das gantze, welches in gleiche Theile getheilet worden, ein oder etlichemahl enthalten. 119.

Bruſtwehr, was ſie ſey? 11. §.
deren Höhe und Dicke 13.
daß ſie mit Banquets zu verſehen ſey. 14.
daß ſie gegen den Feind niedriger ſeyn müſſe, als gegen die Beſatzung 18.
daß ſie eine ebene Fläche haben müſſe, welche ſo breit, daß die Stücke darauf ſtehen können 21.
daß ihr Angrif dem Feind ſo beſchwerlich zu machen, als immer möglich 28.
wohin ſie zu legen? 45.
daß ſie nicht in einer geraden Linie könne fortgeführet werden. 46.
daß niedrigere von höhern durch einen Graben abzuſondern. 89.

C.

Calculiren, was es heiſſe? 18. Vor.
Calculus dyadicus, worinne er beſtehe? 18. 19. §.
Calendae, was ſie ſeyn, und wie ſie zu zehlen? 36. Exam.
Caliber, was er ſey? 14. Art.
wozu er zu gebrauchen? 15.
Caliberſtab, was er ſey? 14.
wie er zu verfertigen? 17.
Canales communicantes, wie ſie ſeyn? 1. Hydr.
wenn ſie mit einer flüßigen Materie von einerley Art gefüllet; was folgt? 3.

wenn ſie mit flüßigen Materien von verſchiedener ſpecifiſcher Schwere gefüllet, was folgt? §. 7. Hydroſt.
ical, was es ſey? 123. B. BK.
mieres, was ſie ſeyn? 117. Kr. BK.
ganze und halbe, was ſie ſeyn? 117.
haune, was ſie ſey? 27. Art.
wie groß deren Ladung? 89.
elle oder Citadelle, was ſie ſeyn? 120. Kr. BK.
wie und wo ſie anzulegen? 121. 122.
beti, was ſie ſeyn? 52. Geom.
Einfalls-*Catheti*, was er ſey? 133. Opt.
Obliquations-*Catheti*, was er ſey? 133.
Reflexions-*Catheti*, was er ſey? 133.
onologie im algemeinen Verſtande, was ſie ſey? 25. Vor.
die Urſach ihrer Benennung 27.
practiſche, was ſie ſey? 1. Chron.
cul oder *Periodus*, was er ſey? 46.
Mond-Circul, was er ſey? 57.
daß er eine Reihe von 19. Jahren, und die Tage nicht länger als 312. Jahre richtig anzeigen könne 58.
Sonnen-Circul, was er ſey? 51.
in iulianiſchen Jahren 53.
in gregorianiſchen Jahren 54.
wie er auf ein gegebenes Jahr nach Chriſti Geburth zu finden? 55.
cul, was er ſey? 39. Geom.
wie er entſtehe? 60.
wie er willkührlich eingetheilet werde? 103.
daß er durch den Diameter in zween gleiche Theile getheilet werde. 112.
daß in einem jeden der Centet-Winckel zweymal ſo groß, als der Peripherie-Winckel 156.
wie einer, deſſen Peripherie durch drey gegebene Puncte, welche nicht in einer geraden Linie ſtehen, gehen ſoll, zu beſchreiben? 184.
wie ein gegebener in ſo viele gleiche Theile zu theilen als man will? 256.
daß ein jeder gleich einem Triangel, deſſen Grund-Linie ſo groß, als die Peripherie des Circuls, die Höhe aber dem Radio des Circuls gleichet 277.
wie deſſen Innhalt, ingleichen der Innhalt von einem Ausſchnitt eines Circuls zu ſuchen? 279.

wie sich dessen Innhalt zum Quadrat seines Diametri verhalte? S. 293.
concentrische, was sie seyn? 99.
deren Eigenschafften 101. 102.
eccentrische, was sie seyn? 99.
der eccentrische (in der Astronomie), was er sey? 168.
halber, wie er entstehe? 113.
daß 2. derselben, welche aus verschiedenen Puncten auf einer geraden Linie beschrieben werden, sich nur in einem Punct schneiden können. 125.
Abweichungs-Circul, was er sey? 23.
Breiten-Circul, was er sey? 35.
Mittags-Circul, was er sey? 6.
Parallel-Circul, was er sey? 35.
wie zu finden, wie viele Meilen auf einen Grad eines solchen gehen, dessen Entfernung von dem Aequatore gegeben? 16.
Weiten-Circul, was er sey? 47.
Circul-Bögen, wenn sie gleich viele Grade haben? 107.
daß die Anzahl ihrer Grade die Grösse eines geradlinigten Winckels bestimme? 108.
wie sie in zween gleiche Theile perpendicular zu theilen? 166.
Clima, was es sey? 43.
und deren Zeichen?
Compaß, was er sey; 59.
Complementum, was es sey? 152.
eines spitzen Winckels was es sey? 180.
Computus quaternarius, worinne er bestehe? 24 25.
decadicus, worinne er bestehe? 26 27.
Conjunction, was sie sey? und deren Zeichen. 125.
Consonantien, was sie seyn? 33. 37.
Contregarde, oder Conserve, was sie sey; 84.
woraus sie entstanden? 96.
Contrescarpe, was sie sey? 37.
woher sie zu vertheidigen? 38.
Cortine, was sie sey? 52.
ihre Grösse. 53. 54.
Cotangens, was er sey? 180.
Cubus, (einer Zahl), was er sey? Siehe Zahl 145.
(in der Geometrie), was er sey; 77.
wie dessen Ausdehnung zu messen? 315. 317.

mination eines Sterns, was ſie ſey? §. 45. Aſtr.
» » wie ſie zu finden? 46.
tirung, was ſie ſey? §. 196. Aſtr.
nder, was er ſey? 80. Geom.
wie er entſtehe? 81.
wie deſſen Innhalt zu finden? 323.
rechtwincklichter und ſchiefwincklichter, was er ſey? 80.

D.

ch, was es ſey? 65. B. Bk.
was es für Eigenſchafften haben müſſe? 67.
woraus es zu bauen? 68.
wie es zu bauen? 69. 70.
gerades, was es ſey? 72.
hohes, was es ſey? 72.
manſardiſches, was es ſey? 72.
» wie es müſſe beſchaffen ſeyn? 75. 77.
ungebrochenes, was es ſey? 72.
zweyhängiges, was es ſey? 72.
Ulranen-Dach, was es ſey? 72.
» womit es zu decken? 73.
Haupt-Dach, was es ſey? 72.
Kuppel-Dach, was es ſey? 72.
Pult-Dach, was es ſey? 72.
Sattel-Dach, was es ſey? 72.
Selt-Dach, was es ſey? 72.
chſtuhl, woraus deſſen Bau zu folgern? 78.
clination oder Abweichung eines Sternes, was ſie ſey? 24. Aſtr.
» wenn ſie die gröſte? 25.
» wie ſie zu finden? 29.
» nordiſche und ſüdiſche, was ſie ſey? 24.
nominator, was er ſey? 122. A. Bk.
» wie er in einer arithmetiſchen Progreßion zu finden? 198. Rech.
ſcenſion, gerade und ſchiefe; was ſie ſey? 43. Aſtr.
ameter eines Circuls, was er ſey? 22. Geom.
» wie er zu finden, wenn uns die Höhe eines Circul-Bogens und die halbe Sehne des Bogens gegeben wird? 209.
» daß alle einerley Verhältniß zu den Peripherien ihrer Circul haben. 280.

- wie deſſen Verhältniß zur Peripherie des Circuls zu finden? §. 283 Lm.
- wie er nebſt der Peripherie zu ſuchen, wenn der Innhalt des Circuls gegeben worden? 295.
- wie deſſen Verhältniß zu ſeiner Peripherie zu finden? 12. Lm.
- einer krummen Linie, was er ſey? 364. Gm.
- einer Kugel, wie ſich deſſen Cubus zur Kugel verhalte? 336.
- wie er zu finden, wenn der Innhalt der Kugel gegeben worden? 339.

Dicke, was ſie ſey? 1.
Differentz, was ſie ſey? 86. L. L.
- wenn gleiche oder ungleiche entſtehen? 92.

Aſcentional-Differentz, was ſie ſey 44 Mm.
Deſcenſional-Differentz, was ſie ſey 44
Dignität oder Potentz, was ſie ſey 145. Am.
- wie eine gegebene zu einer andern zu erheben? 164.

wie aus einer gegebenen eine beſtimmte Wurtzel zu ziehen? 165.
- wie zwo derſelben von einerley Wurtzel durch einander zu multipliciren und dividiren? 149.
- erſte, andere, dritte, vierdte, was ſie ſey 154.

Ding, was darunter in der Mathematik verſtanden werde? 4 Bm.
- daß ein jedes ihm ſelber gleich und ähnlich. 7. L. L.
- wenn eines gröſſer oder kleiner als das andere? 11.

Dinge von einerley Art, was ſie ſeyn? 1. Bm.
- wenn ſie einerley, und wenn ſie verſchieden zu nennen? 1. L. M.
- wenn ſie unähnlich oder ungleich? 5.
- welche aus ähnlichen Stücken auf einerley Art gezeuget, daß ſolche einander ähnlich 11. Gm.
- lebendige (in der Mechanik), was ſie ſeyn 164 Mm.
- - was man von ihnen aus der Erfahrung wiſſe? 166. 168. 169.
- lebloſe (in der Mechanik), was ſie ſeyn 164

Diſſonantien, was ſie ſeyn 33. Bm.
Dividiren, oder Meſſen, was es heiſſe? 98. 102. L. M.
- das Zeichen, womit es ausgedruckt wird. 103.
- wie es vom Multipliciren unterſchieden? 108.

Diviſor, was er ſey (Siehe Maaß). 100.

quadrum, was es sey? §. 64. Geom.
den Kopff, was er sey? und dessen Zeichen. 191. Astr.
den Schwantz, was er sey? und dessen Zeichen. 191.
irung, was sie sey 25. Kr. BK.
, was er sey 61. Dyn.
Werck, was es sey 23. Hydraul.
wie eines zu machen? 26.
m, was es sey 16. A. M.

E.

trickät, was sie sey 167. Astr.
tik, was sie sey §1. 32.
wie sie eingetheilet werde? 33.
eit, was sie sey 5. Vor.
nal eins, wie es zu finden? 69. Rech.
- - - im calculo quaternario? 72.
- - - - - decadico? 73.
wenn keines möglich? 70.
iehung, was sie sey 105. B. BK.
einer Säule, was sie sey 137
fis, was sie sey 367. Geom.
daß sich in derselben die Quadrate der halben Ordinaten verhalten, wie die Rectangula aus den Theilen der Axe, welche durch die halben Ordinaten bestimmet worden 379.
daß in derselben die Grösse der Axe von der Grösse des Parameters bestimmet werde 382.
daß sich in derselben das Quadrat der halben Ordinat zu dem Rectangulo aus den Theilen der Abscisse verhalte, wie der Parameter zur Axe. 384.
wie in derselben die Semiordinate zu finden? 386.
- - - die Axe zu finden? 387.
- - - der Parameter zu finden? 388. 392.
- - - der Brennpunct zu finden? 394.
daß in derselben die Weite des Brenn Puncts von dem Mittel-Punct der Axe die mittlere Proportional-Linie zwischen der halben Axe und der halben Differentz des Parameters von der Axe. 389.
daß in derselben die kleine Axe die mittlere Proportional-Linie zwischen der grossen und

dem Parameter. §. 391.
- daß in derſelben die gerade Linie, welche aus dem Brenn-Punct an das Ende der kleinen Axe gezogen wird, der halben groſſen Axe gleich ſey. 393.
- daß in derſelben zwo gerade Linien, welche aus den Brenn-Puncten in einen Punct der Peripherie gezogen werden, zuſammen genommen, der groſſen Axe gleich 397.
- wie eine zu beſchreiben durch die Bewegung eines Puncts, wenn der Parameter und die groſſe Axe gegeben? 398.

Enfilliren einen Weg, was es heiſſe? 114.
Entfernung, was ſie ſey und wie ſie beſtimmet werde? 14.
- der Krafft, was ſie ſey? 42.
- - daß ſie eine gerade Linie, welche aus dem Ruhe-Punct des Inſtruments auf die Directions-Linie der Krafft perpendiculär gezogen wird. 43.
- der Laſt, was ſie ſey? 42.
- - daß ſie eine gerade Linie, welche aus dem Ruhe-Punct des Inſtruments auf die Directions-Linie der Laſt perpendiculär gezogen wird. 43.

Epacten, was ſie ſeyn? 61.
- jährliche und monatliche was ſie ſeyn? 61.
- - wie ſie im julianiſchen Jahr zu finden, wenn die güldene Zahl gegeben? 68.

Erde iſt ein dunckler Körper. 92.
- ihr Schatten iſt Kegelförmig 94.
- hat einen halb Schatten 95.
- in welcher Zeit ſie ſich um ihre Axe und um die Sonne bewege? 146.
- daß ſie bey nahe kugelrund 93. Anm. 1.
- daß man ſie, ohne mercklich zu irren, für eine vollkommne Kugel annehmen könne 4.
- daß die Höhe ihrer Berge gegen ihren Diameter in Anſehung der Entfernung des Mondes keine merckliche Verhältniß haben können. 2.
- wie auf derſelben die Entfernung zweyer Oerter, wenn ſie groß iſt, zu finden: 11.
- wie die Gröſſe ihres Diameters zu finden? 12.

ment, was er ſey? H. 112. A. M.
wie er in einer geometriſchen Progreßion zu finden? 214. Rech.
einer Dignität, was er ſey? 148
ſchmie, was ſie ſey? 98. B. BK.

F.

s, was ſie ſeyn? 49. 56. Kr. BK.
deren Gröſſe, 50.
woher ſie zu vertheidigen? 57.
s, was ſie ſeyn? 71. A. M.
ores, was ſie ſeyn? 71.
ben, was die Erfahrung von ihnen lehre? 75-81. Opt.
, was es ſey? 346. Geom.
ein gegebenes viſiren, was es heiſſe und wie es geſchehe? 347.
ſſe braye, was es ſey? 41. Kr. BK.
deſſen Eintheilung in *attachée* und *detachée* 44.
ger, was ſie ſey? 182. Mech.
woraus ſie am beſten zu verfertigen? 183.
worauf bey deren Verfertigung vornehmlich zu ſehen? 184.
nd, was einer ſey? 1. Kr. BK.
d, wie ein gegebenes in Grund zu legen? 263. Geom.
wie ein jedes geradlinigtes in ſo viele gleiche Theile zu theilen, als man begehret? 268.
ldſchantzen, was ſie ſeyn? 123 Kr. BK.
die gewöhnliche Stärcke ihrer Wercke? 125.
nſter, deren Abſicht und Eigenſchafften? 29. B. BK.
wenn viele in einer Wand gemacht werden, was dabey zu beobachten? 62.
ſte, und zwar bewegliche, was ſie ſeyn? 70. Chron.
deren Nahmen und Anzahl 73.
unbewegliche, was ſie ſeyn? 70.
deren Nahmen und Anzahl 72.
ſter-Feſt, wenn es nach dem Schluß des Nicaeniſchen Concilii gefeyert werde? 74. Chron.
wie es auszurechnen? 76.
eſtigkeit eines Gebäudes, woraus ſie zu beurtheilen? 11-13. B. BK.
innerliche, was ſie ſey? 43.
woraus ſie zu beurtheilen? 44.

• • was zu derſelben erfodert werde? §. 46. 49. 51. 54. 61. 63. &c.
• äuſſerliche, was ſie ſey 43.
• • woraus ſie zu beurtheilen? 45.
• • was zu derſelben erfordert werde? 66. 67.
Feſtung, daß eine mit Auſſenwercken vollkommner als ohne dieſelbe §. 1.
• deutſche, welche die beſten? 133.
• holländiſche alte, was ſie für Eigenſchafften haben? 129.
• holländiſche neue, was ſie für Eigenſchafften haben? 130.
• frantzöſiſche, deren Eigenſchafften 131. 132.
• regulaire, was ſie ſey 84.
• • wie deren Grund zu zeichnen? 85.
• irregulaire, was ſie ſey 84.
• • wie eine an einen irregulairen Platz anzulegen? 118.
Royal-Feſtung, groſſe, mittel und kleine, was ſie ſeyn? 74.
Feuchtigkeit (im Auge) cryſtalline, was ſie ſey §. 2.
• • was aus der Erfahrung von ihr bekant? 84.
• gläſerne und waſſerige, was ſie ſey 82.
Feuer, daß es ohne Lufft ſeyn könne §. 1.
• daß es in der Lufft weit ſtärcker, als in einem Raum der leer von Lufft 3.
• daß keines ohne ſchnelle Bewegung 5.
• daß es entſtehe aus einer ſchnellen Bewegung des Aethers, wenn dieſer in der Bewegung an andere Körper gerieben wird 6.
• daß es durch die Lufft in einer geraden Linie fortgepflantzt werde 14.
• worauf man bey Beſtimmung ſeiner Gröſſe zu ſehen? 17.
• daß es ſo, wie das Licht, fortgepflantzt werde 19.
• daß deſſen Stärcke in gleichdicker Lufft und bey gleichvielen Feuer-Strahlen durch das Blaſen des Windes vermehret werde 42.
• daß es nach der Gegend die gröſte Hitze habe, wohin deſſen Zug gehet 49.
• was die Erfahrung von demſelben lehre? 52.
Figur, was ſie ſey 35. &c.
• woraus deren Unterſchied zu folgern? 38.

wenn zwey derſelben einander ähnlich, was folgt? §. 189. Geom.
eine gegebene in Grund legen, was es heiſſe? 262.
- - wie ſolches geſchiehet? 263.
wie eine brennende zu machen? 59. Art.
geradlinigte und krummlinigte, was ſie ſeyn 39. Geom.
gleichſeitige und ungleichſeitige, was ſie ſeyn 40.
unter ſich gleichſeitige und unter ſich ungleichſeitige, was ſie ſeyn 40.
- - ihre Eigenſchafften 41. 42.
gleichwincklichte und ungleichwincklichte, was ſie ſeyn 48.
unter ſich gleichwincklichte und unter ſich ungleichwincklichte, was ſie ſeyn 48.
irreguläre, was ſie ſey 49.
rechtwincklichte und ſchiefwincklichte, was ſie ſeyn 50.
reguläre, was ſie ſey 49.
daß eine entſtehe, wenn man die Peripherie eines Circuls in gleiche Theile theilet, und die Sehnen dieſer Bögen ziehet 249.
daß eine beſtimmet werde, wenn eine reguläre geradlinigte Figur in einem Circul beſtimmet worden, und man ziehet mit deren Seiten um den Circul Parallel-Linien. 252.
daß eine jede wenn ſie zugleich eine geradlinigte kan angeſehen werden, als wenn ſie entſtanden, indem man die Peripherie eines Circuls in gleiche Theile getheilet, und die Sehnen dieſer Bogen zuſammen gezogen 253.
vierſeitige und vielſeitige, was ſie ſeyn 43.
inſterniß, was ſie ſey 28. Opt.
fläche, was ſie ſey 37. Geom.
daß eine eingeſchloſſene und eine mathematiſche Figur einerley 37.
daß ſie mit Grund als eine Ausdehnung ohne Dicke zu gedencken, welche aus vielen Linien zuſammen geſetzet 296.

eine meſſen, was es heiſſe? §. 231. fin
daß deren Lage, durch die Lage der Linien beſtimmet werde 297. 301.
wenn auf einer ein Circul beſchrieben und auf deſſen Mittel-Punct eine gerade Linie alſo geſetzt wird, daß ſie von allen Puncten der Peripherie gleichweit entfernet, was folgt? 302.
daß, wenn eine eine andere ſchneidet, der Durchſchnitt eine gerade Linie ſey 303.
daß, wenn eine von einer geraden Linie durchſchnitten wird, dieſe Linie in der Fläche ſey, welche durchſchnitten worden 306.
daß, wenn zwo derſelben, welche parallel liegen, von einer dritten durchſchnitten werden, auch die Durchſchnitte parallel 307.
wie zu unterſuchen, ob eine gegebene horizontal oder vertical, oder ob ſich ſolche gegen den Horizont neiget und wie groß dieſe Neigung? 34. fin
wie zu unterſuchen, ob eine gegebene von dem Meridiano abweiche, und wie groß dieſe Neigung? 36.
die in einem Circul beſchrieben, was ſie ſey 251. fin
die um einem Circul beſchrieben, was ſie ſey 257.
geradlinigte, wodurch ſie könne gemeſſen werden? 219. 220.
wie der Inhalt einer jeden zu finden? 244.
was zu deren Zeichnung erfordert werde? 246. 247.
wie ſie durch Hülffe der Triangel zu zeichnen? 248.
die geometriſche, was ſie ſey 7. fin
die ſchiefliegende, was ſie ſey 57. fin
wenn mit ihrer Länge oder Grund-Linie die Directions-Linie einer Krafft, welche auf derſelben eine Laſt erhalten ſoll, parallel gehet, was daraus folge? 123.
wenn auf derſelben eine Laſt von einer Krafft erhalten werden ſoll, was darzu erfordert werde? 124.
wenn auf einer eine Laſt beweget wird von einer Krafft, deren Directions-

Linie entweder mit der Länge, oder mit der Grund-Linie derſelben parallel geht, was daraus folge? §. 130 Mech.
die in einem Winckel zuſammengeſetzet, wie ſie perſpectiviſch zu zeichnen? 24. Perſp.
Circul-Flächen, daß deren Gröſſe durch das Längen-Maaß könne beſtimmet werden 287. Geom.
daß ſie ſich gegen einander verhalten, wie die Quadrate ihrer Diametrorum 290.
Horizontal-Fläche, wie eine jede gerad-linigte perſpectiviſch zu zeichnen? 17. Perſp.
wie eine jede krummliniget perſpectiviſch zu zeichnen? 22.
Lanquen, was ſie ſeyn 57. Fr. B K.
wie ſie anzulegen? 58.
daß ſie vollkommner, wenn ſie perpendiculär auf der Defens-Linie, als wenn ſie perpendiculär auf der Cortine ſtehen 61.
daß ſie vollkommner, wenn ſie etwas eingezogen, als wenn ſie in einer geraden Linie fortgehen 64.
daß ſie vollkommner, wenn das Drillon und die retirirte Flanque eingebogen gemacht, als wenn beyde nach einer geraden Linie fortgehen 68.
daß, je mehr derſelben hinter einander gelegt, die Feſtung deſto ſtärcker werde 69.
niedergeſenckte, was bey deren Bau zu mercken? 70.
retirirte, was ſie ſey 65.
deren verſchiedene Anlegung 67.
Second-Flanque, was ſie ſey und was von derſelben zu mercken? 62. 63.
Flaſche, was ſie ſey 55. Mech.
Flaſchen-Zug, was er ſey 85.
wenn durch Hülffe deſſelben die Krafft eine gegebene Laſt halten ſoll, wie groß die Krafft ſeyn muß? 113.
wenn durch denſelben eine Laſt beweget wird, was folget? 119.
wenn man durch denſelben eine geſchwinde Bewegung hervorbringen will, was zu beobachten? 121.

Fluch (eines Mörsers), was er sey? und dessen Eigenschafften §. 41. 42. ff.
Flügel, was sie seyn 107. ff.
- deren Maas 108.
Friction, was sie sey 146. ff.
- wie derselben Würcklichkeit zu erweisen? 147.
- worauf man bey Bestimmung ihrer Grösse zu sehen? 152.
- daß sie desto leichter zu verkleinern sey, je härter die Materie der Flächen 153.
- wie sie bey rauchen Flächen zu verkleinern? 154. 155.
- daß solche bey rundenflächen nicht so starck, als bey ebenen 156.
- daß sie stärcker, wenn die Directions-Linie der Krafft mit der Fläche, worauf die Last zu bewegen, einen spitzen Winckel macht, als wenn diese mit der bestimmten Fläche parallel gehet 158.
Fries oder Borten, was er sey 127. ff.
Friesen, was sie seyn 32. ff.
- des ersten Bruchs, was sie seyn 32.
- des andern Bruchs, was sie seyn 32.
Hinter-Friesen, was sie seyn 32.
Kopff-Friesen, was sie seyn 32.
Frühling, wenn er sich anfange? 36. 69.
Fünfeck, was es sey 43. 60.
- wie und wodurch es könne in Triangel getheilet werden? 52.
- regulâres und irregulâres, was es sey 49.
Futter-Mauer, was sie sey und wie zu gebrauchen? 27. ff.

G.

Gantzes, daß es gröſſer sey, als ein jeder von seinen Theilen 15. ff.
Gebälcke, was es sey 127. ff.
Gebäude, was es sey 1.
- was zu einem vollkommenen nothwendig erfordert werde? 5. 15.
- wenn es bequem zu nennen? 7. 9. 17.
- wenn es fest und wenn es schön zu nennen? 10. 11.
- Feuerfestes, was es sey? 79.
- - was es für Eigenschafften haben müsse? 80.

- woraus es zu verfertigen? §. 81. B. BK.
- wie es zu verfertigen? 82.
Drittschein, was er sey? und dessen Zeichen 125. Astr.
mach geheimes, was bey dessen Anlage zu mercken? 34. BK.
ographie, was sie sey 34. Vor.
ometrie, was sie sey 65.
schütze, was es sey 1. Art.
- dessen Eigenschafften 4.
- daß dessen Stärcke durch die Stärcke des Körpers zu bestimmen, welcher daraus soll geschossen werden 13.
- grobes, was es sey 21.
Pulver-Geschütze, was es sey 9.
- - - was dazu erfordert werde? 10. 12.
eschwindigkeit, was sie sey 4. Dyn.
- daß sie in der Bewegung der Körper durch die Circul-Bewegung könne erhalten werden 5. Mech.
esechstschein, was er sey? und dessen Zeichen 125. Astr.
esimse, was es sey 115. B. BK.
Fuß-Gesimse, was es sey 135.
Postement-Gesimse, was es sey 135.
Schafft-Gesimse, was es sey 123.
letriebe, was es sey 49. Mech.
Sevierdtschein, was er sey und dessen Zeichen 125. Astr.
Gewölbe, was es sey 83. B. BK.
- daß ein jedes auf starcken Pfeilern ruhen müsse. 84.
- was durch die Erfahrung von demselben bekannt? 85.
Creutz-Gewölbe, was es sey 83.
Kessel-Gewölbe, was es sey 83.
Spiegel-Gewölbe, was es sey 83.
Tonnen-Gewölbe, was es sey 83.
Glacis, was es sey 112. Kr. BK.
- was bey demselben zu mercken? 113.
Glaß, erhabnes, was es sey 62. Opt.
- - wenn es gleichförmig erhaben? 67.
- glattes, was es sey 62.
- hohles, was es sey 62.
- - wenn es gleichförmig hohl? 67.
- - wie es die Sachen vorstelle? 107.
Fern-Glaß, was es sey 109.

woraus deſſen Verſchiedenheit zu folgern? §. 110.
wie man erforſchen könne, wie viel eines die Sachen vergröſſern? 115.
aſtronomiſches, was es ſey? 113.
galliläaniſches oder holländiſches, was es ſey? 112.
Objectiv-Glaß, was es ſey 109.
Ocular-Glaß, was es ſey 109.
Vergröſſerungs-Glaß, was es ſey, und wie zu erfahren, wievielmahl eines die Sache vergröſſere? 116.
Glaß poliren, was es heiſſe? 56.
Glaß ſchleiffen, was es heiſſe? 56.
was dabey zu beobachten, und was dazu erfodert werde? 57. 60.
Gleichheit, wenn ſie Dingen beygelegt werde? 5. 11.
deren Zeichen 6.
Gleichung, was eine ſey 187. 14.
wie in einer gegebenen der Werth einer Gröſſe durch Hülffe der übrigen Gröſſen, welche in derſelben zu finden, auszudrücken? 188.
Glieder einer Verhältniß, was ſie ſeyn, 24. 11.
daß ſie Gröſſen von einerley Art 27.
das erſte und andere, was es ſey 24.
Glieder in der Baukunſt, was ſie ſeyn? 103. 2.
daß es wider die Schönheit, wenn einerley unmittelbar über einander geſetzt werden 106.
ihre verſchiedene Arten 105.
Gröſſe, was ſie ſey 3. 8.
endliche, was ſie ſey 8.
wie eine deren Unterſchied von einer unendlichen Gröſſe, welche unendlich groß, unendlich klein iſt, zu finden? 147. 2.
wie das Verhalten einer ſolchen zu einer andern, welche unendlich klein, zu beſtimmen? 150.
unendliche, was ſie ſey 8. 8.
wie unendliche groſſe und unendliche kleine zu finden? 140. 141. 2.
daß eine unendliche Kleine, in Anſehung einer endlichen Gröſſe für nichts zu halten 142.
daß verſchiedene als gleiche Gröſſen anzuſehen, wenn ihr Unterſcheid unendlich klein 144.

deren Theile zugleich würcklich, was sie seyn §. 10. Vor.
deren Theile in der Würcklichkeit auf einander folgen, was sie seyn 10.
ausgedehnte, was sie sey 11.
• die aus einem Stücke, was sie sey 12.
• die unterbrochen, was sie sey 12.
nicht ausgedehnte, was sie sey 11.
ähnliche, daß sie als Grössen auch gleiche Grössen seyn 10. A. M.
absolute, positive und negative, was sie seyn 40. Rech.
daß eine negative eine positive die ihr gleich aufhebe 42.
wie positive und negative von einander zu subtrahiren? 67.
wie positive und negative durch einander zu multipliciren? 82.
wie positive und negative durch einander zu dividiren? 92.
subtrahirende, was sie sey 86. A. M.
Grössen summirende, was sie seyn 57.
welche durch Hülffe der Zeichen ausgedruckt, wie sie zu addiren? 47. Rech.
welche durch Hülffe der Zeichen ausgedruckt, wie sie zu multipliciren? 48.
welche durch Hülffe der Zeichen ausgedruckt, wie sie zu subtrahiren? 49.
welche durch Hülffe der Zeichen ausgedruckt, wie sie zu dividiren? 50.
ungenante, wie sie durch Hülffe der Zeichen zu addiren? 52.
• wie sie durch Hülffe der Zeichen zu subtrahiren? 60.
• wie sie durch Hülffe der Zeichen zu multipliciren? 74.
• wie sie durch Hülffe der Zeichen zu dividiren? 86.
genannte, wie sie durch Hülffe der Zeichen zu addiren? 56.
• wie sie durch Hülffe der Zeichen zu subtrahiren? 65.
• wie sie durch Hülffe der Zeichen zu multipliciren? 80.

wie ſie durch Hülffe der Zeichen zu bidiren? §. 90. 94.
wie ſie müſſen beſchaffen ſeyn beym Addiren? 62. 82.
wie verſchiedene zu addiren? 67.
wie eine durch die andere zu multipliciren? 84.
wie ſie beſchaffen ſeyn müſſen beym Subtrahiren? 91.
wie eine gegebene von einer andern zu ſubtrahiren? 96.
wie ſie müſſen beſchaffen ſeyn beym Dividiren? 104.
wie eine gegebene durch einen beſtimmten Theil derſelben zu meſſen? 117.
Gröſſe einer Sache erfinden, was es heiſſe? 14. 82.
genau und beynahe, was es heiſſe? 15.
durch das Calculiren, was es heiſſe? 18.
durch Betrachtung der Gröſſe ſelbſt 18.
eine mit einer andern vergleichen, was es heiſſe? 18. 82.
daß verſchiedene, welche ſollen verglichen werden, von einerley Art ſeyn müſſen 19.
wenn zwey einer dritten gleich, was folget? 20.
wenn eine gröſſer oder kleiner, als eine von zwey gleichen Gröſſen, was folget? 21. 22.
wenn geſazt werde, daß verſchiedene in einer Verknüpffung, 23.
daß man durch Hülffe der einen eine andere finden könne, wenn man weiß, wie ſich eine zur andern verhalten ſolle. 50.
wenn zwey ungleiche ungleichweit von einem Auge entfernet, was folget? 201. 202.
Proportional-Gröſſe, mittlere; was ſie ſey 44. 82.
wie ſie zu finden? 53.
wie ſie zu finden in einer arithmetiſchen Proportion? 199 Rech
wie ſie zu finden in einer geometriſchen Proportion? 215.
vierdte, was ſie ſey 44. 82.
wie ſie zu finden? 52.
wie ſie zu finden in einer arithmetiſchen Proportion? 132. 133.
wie ſie zu finden in einer geometriſchen Proportion? 134. 135.
daß ſie könne gefunden werden, wenn

gleich die Glieder der einen Verhältniß von einer andern Art, als von welcher die Glieder in der andern Verhältniß §. 137 A. M.
Rational-Grössen, was sie seyn 153. Rech.
Irrational-Grössen, was sie seyn 153.
• daß man aus einer die Wurtzel nicht anders als bey nahe finden könne. 154.
• wie sie im calculo decimali zu finden? 155.
• wie aus derselben die vollkommene Wurtzel zu finden, welche in einem Theil derselben enthalten? 179.
• von einerley Benennung, was sie seyn 181.
• wie verschiedene unter einerley Benennung zu bringen? 182.
• wie sie zu addiren und subtrahiren? 183.
• wie sie zu multipliciren und dividiren? 185.
Fläche (eines Körpers) scheinbare, was sie sey 97. Opt.
Graben, daß einer von dem Fuß der Brustwehre durch einen ebenen Gang abzusondern. 31. Kr. BK.
dessen Breite und Tiefe 34. 35.
daß einer aufs höchste in der Höhe eines Mannes horizontal müsse können beschossen werden 39.
Grad, was einer sey 104. Geom.
dessen Zeichen 105
Granaten, was sie seyn 46. Art.
Hand-Granaten, was sie seyn 46.
Grundriß, (eines Gebäudes), was er sey 40. B. BK.
• wie er zu verfertigen? 41.
• woraus dessen Vollkommenheit zu beurtheilen? 42.
• wie und wodurch in einem die verschiedenen Theile zu erkennen? 142.
• wie einer von einem Gebäude, welches auf einen bestimmten Platz aufzuführen, zu zeichnen? 143.
Gürtel, was sie seyn 32. Art.
Hinter-Gürtel, was er sey 32.
Mittel-Gürtel, was er sey 32.
Vorder-Gürtel oder Halsband, was er sey 32.

H.

Halbermond, was er ſey §. 104.
- wie einer aus einem Rabelin zu verfertigen 106.
- ein alter, was er ſey 93.
Halbmeſſer, was er ſey. Siehe Diameter. 20
Haut (im Auge) die harte, was ſie ſey 82.
- - - die ſchwartze, was ſie ſey 82.
Hornhaut, was ſie ſey 82.
Häutlein das netzförmige, was es ſey 82.
- - deſſen Nutzen 85.
Haubitzen, was ſie ſeyn 52.
Hebel, was er ſey 40.
- wenn durch Hülffe deſſelben die Krafft die Laſt in die Höhe hebet, was folget? 77.
- wenn einige zuſammengeſetzet, wie ſie zu berechnen? 75. 76.
- von der erſten Art, was er ſey 40.
- - wenn er ein gleicharmiger oder ungleicharmiger? 45.
- - wenn einer gegeben, und zugleich eine Laſt; wie die Krafft zu finden, welche vermögend die Laſt waagerecht zu erhalten? 71.
- - wenn einer nebſt der Krafft gegeben; wie die Laſt zu finden, welche die gegebene Krafft durch denſelben waagerecht halten könne? 72.
- - wenn einer und zugleich die Laſt und die Krafft gegeben; wie der Ruhe-Punct zu finden, auf welchen derſelbe zu legen, wenn die Krafft die Laſt waagerecht erhalten ſoll? 73.
- von der andern Art, was er ſey 40.
Heber, was er ſey 37.
- wenn deſſen kürtzeſter Theil ins Waſſer geſteckt, und aus dem längſten das Waſſer geſogen wird, was folget? 38.
- daß deſſen Figur verſchieden ſeyn könne 40.
Stechheber, was er ſey 32.
- wie einer zu machen? 93.
Herbſt, wenn er angehe? 36.
Heronsbrunnen, was er ſey 41.
- wie er zu verfertigen? 42.
Himmel, wie er uns erſcheine? 1.

mmelskugel, was eine ſey, und wie eine zu verfertigen? §. 59. Aſtr.
- wie durch deren Gebrauch die Sterne an der Fläche des Himmels kennen zu lernen? 60.
- wie durch dieſelbe alle aſtronomiſche Fragen zu beantworten? 61.
mmelszeichen, deren Anzahl und Nahmen. 33.
e, wie man beſtimmen könne, wie weit man von einer auf die Fläche des Erdbodens ſehen könne, wenn die Höhe des Auges von der Fläche des Erdbodens gegeben worden? 19. Geogr.
einer Figur, was ſie ſey 56. Geom.
- daß ſie könne verſchieden ſeyn 57.
eines beſtimmten Puncts, was ſie ſey 6. Aſtr.
eines Sterns; die wahre, was ſie ſey 6.
- die ſcheinbare, was ſie ſey 6.
ugen-Höhe, was ſie ſey 12. Proſp.
l-Höhe, wie ſie zu einem Orte zu finden? 14. Aſtr.
ten-Quadrant, was er ſey 61. anm. 6.
illeiſten, was er ſey 105. B. d. K.
ſonne, der wahre, was er ſey 5. Aſtr.
der ſcheinbare, was er ſey 5.
- daß ſeine Entfernung von dem wahren in Anſehung der Sonne und Fixſterne unendlich klein 10.
werck, was es ſey 107. Kr. B.K.
- wie eines vor die Cortine zu zeichnen? 110.
- ein detachirtes, was es ſey 107.
, was ſie ſey 55. Art.
raulik, was in derſelben unterſucht werde? 2. Hydraul.
roſtatik, was ſie ſey 34. Vor.
meter, was es ſey 57. Aerom.
- woraus es zu verfertigen? 58. 60.
- wie es zu verfertigen? 59.
rbel, was ſie ſey 367. Geom.
daß in derſelben die halben Ordinaten ſich verhalten, wie die Rectangula aus den Abſciſſen und der Zwerch-Axe in die Abſciſſen 400.
daß in derſelben die Gröſſe der Zwerch-Axe von der Gröſſe des Parameters beſtimmet werde? 403.

- worinne sie von der Ellipsi unterschieden §. 406. fin
- daß in derselben die Weite des Brenn-Puncts von dem Scheitel sey die Gröſſe, welche entstehet, wenn man von der Quadrat-Wurtzel aus der Summe des Quadrats der halben Zwerch-Axe, und des Quadrats aus der halben Zwerch-Axe in den halben Parameter, die halbe Zwerch-Axe subtrahiret 408.
- wie in derselben der Brennpunct geometrice zu finden? 409.
- daß in derselben das Quadrat der Zwerch-Axe sich zu dem Quadrat der kleinen Axe verhalte, wie die Zwerch-Axe zum Parameter 412.
- wenn zwo gleiche in der Weite ihrer Zwerch-Axen einander entgegen gesetzet, was daraus folge? 414.
- wie sie geometrisch zu beschreiben? 415.
- wie sie durch die Bewegung eines Punctes zu beschreiben? 416.
- daß, wenn man ihre Ordinaten verlängert bis an die Asymptoten, die hinzugesetzten Theile einander gleich 418.
- daß in derselben der Unterscheid des Quadrats der halben Ordinat und des Quadrats der bis zur Asymptote verlängerten halben Ordinate gleich sey dem Quadrat der halben kleinen Axe 421.

Hypothenusa, was sie sey? 52.

J.

Jahr, was eines sey 24.
Monden-Jahr, was es sey 29.
- ein astronomisches, was es sey 29.
- - seine Gröſſe 30.
- ein bürgerliches, was es sey 29.
- - seine Gröſſe 30.
- wie es von den Römern ehedem eingetheilet worden? 31.
- wie es von dem Numa Pompilio verbessert worden? 32.
- wie es vom Iulio Caesare eingetheilet worden? 37.

- wie es vom Pabſt Gregorio XIII. verbeſſert worden? S. 39. Chron.
Schalt-Jahr, was es ſey 27.
- wie ein jedes ſo wohl in der julianiſchen als gregorianiſchen Jahres-Rechnung zu finden? 45.
Sonnen-Jahr, was es ſey 21.
- ein aſtronomiſches, was es ſey 24.
- deſſen Gröſſe 25.
- ein bürgerliches, was es ſey 24.
- deſſen Gröſſe 25.
Terrain, was er ſey 42.
- der Chriſten, was er ſey, 42.
- der alten Römer was er ſey 42.
- der Griechen, was er ſey 42.
Tædrum, was es ſey 64. Geom.
, was ſie ſeyn, und deren Anzahl 36. Chron.
lination, was ſie ſey 192. Aſtr.
trument, dadurch man die Abweichung einer Vertical-Fläche von Süden oder Norden, ingleichen von der Horizontal-Fläche erforſchen kan, wie es zu machen? 33. Gnom.
rumente mechaniſche, was ſie ſeyn 39. Mech.
yometrie, was ſie ſey 25. Geo.
- warum ſie alſo genennet, und weswegen ſie ausgeführet worden? 26.
ſter, was er ſey, und deſſen Zeichen 3. Aſtr.
wie er uns erſcheinet? 130.
in welcher Zeit er ſich um ſeine Axe bewege? 131.
beweget ſich in einer in ihm ſelbſt zurücklaufenden krummen Linie um die Sonne 144.
iſt ein ähnlicher Körper mit unſerer Erde 145.
hat 4 Trabanten, ſo ſich um ihn ſelbſt bewegen 132-134.
wie ſie uns erſcheinen? 132. 135.
was hieraus zu ſchlieſſen? 136. 137.

K.

berzähne, was ſie ſeyn 134. B. W.
ame, was ſie ſeyn 49. Mech.
nner eines Mörſers, was ſie ſey 41. Art.
- deren Eigenſchafften 42.
nieß oder Krantz, was er ſey 127. B. B. K.

- ein groſſer, was er ſey §. 104. 3.
- ein verkehrter, was er ſey 105.

Karteſchen, woraus ſie beſtehen, und wie ſie zu machen? 39.

Kegel, was er ſey 82. 6.
- abgekürtzter, was er ſey 85.
- ſechswincklichter, was er ſey 82.
- - - wie er beſchrieben werde? 83.
- ſchiefwincklichter, was er ſey 82.

Kehle, was ſie ſey 74. 2.

Kehlleiſten, was er ſey 105. 3.

Keil, was er ſey 61. 1.
- deſſen Eigenſchaften 125. 126.

Kloben, was er ſey 55.

Knoten, was ſie ſeyn? 191. 1.
- der aufſteigende, was er ſey 191.
- der niederſteigende, was er ſey 191.

Körper, wie einer beſchaffen, wenn er von einem andern in Bewegung gebracht wird? 66. 1.
- daß einer, wenn er zurückſpringet, in dem Winckel zurückſpringen müſſe, in welchem er von einem andern angeſtoſſen worden. 73.
- wenn ſich zwey derſelben in gleicher Zeit in einem Circul bewegen, wie ſich ihre Geſchwindigkeiten zu einander verhalten? 7. 1.
- daß, wenn deſſen Grund groß, mehrere Mühe erfordert werde denſelben umzuwerfen, als wenn ſein Grund klein 29.
- daß, wenn einer in dem Mittelpunct ſeiner Schwere unterſtützet wird, er mit ſeiner Schwere nicht herunterfallen könne 33.
- wenn zwey derſelben einander die Waage halten an einem Hebel? 63.
- wenn zwey derſelben einander die Waage halten an einem Rade an der Axe? 101.
- wenn man ſaget, daß einer horizontal ſtehe? 83.
- wenn einer in eine flüßige Materie eingetaucht wird, wieviel er von ſeiner Krafft verliere? 13. 14. 1.
- wie eine Schwere zu finden, aus der gegebenen Schwere eines Cubic-Schuhes von einer flieſſenden Materie und der gegebe-

den Gröſſe des eingetauchten Theils? §. 22. Hydroſt.
wenn einer in eine flüßige Materie gelegt worden, wie die Gröſſe des eingetauchten Theils zu ſuchen? 28.
wenn einer in eine flüßige Materie, welche ſpecifice leichter, geſencket, wie die Krafft zu ſuchen, mit welcher er unter der flüßigen Materie zu halten? 27.
wenn einer aus Vermiſchung verſchiedener Materien verfertiget, wie man finden könne, wieviel von einer jeden Materie in demſelben vorhanden? 35.
daß ein jeder in der Nähe gröſſer ausſehe, als in der Ferne. 95. Opt.
wenn zwey von verſchiedener Gröſſe unter einem Winckel geſehen werden, wie ſie ſich gegen einander verhalten? 100.
wenn zwey, die von einander entfernet, unter einen unendlichen kleinen Winckel geſehen werden, was erfolgt? 117.
daß einer ſtille zu ſtehen ſcheine, wenn die ſcheinbare Gröſſe des Raums, dadurch er ſich beweget, unendlich klein 120.
wenn zwey derſelben, welche ungleich weit von dem Auge entfernet, ſich mit gleicher Geſchwindigkeit bewegen, was folgt? 122.
daß einer zurück zu gehen ſcheine, wenn ſich das Auge mit ihm nach einer Gegend beweget, aber geſchwinder als er 125.
wenn uns unbewegliche entgegen zu kommen ſcheinen? 126.
ein dunckler, was er ſey 26.
wenn das Licht auf ihn fällt, was er verurſache? 27.
ein durchſichtiger, was er ſey 26.
ein leuchtender, was er ſey 26.
wenn einer in einerley Höhe verurſachet, daß ein dunckler einen verkehrten und ein anderer einen geraden Schatten wirfft, was daraus folge? 39.
wie deſſen Höhe aus der Höhe eines dunckelen Körpers und deſſen geraden Schatten zu finden? 40.
ein mathematiſcher, was er ſey 61. Geom.

woraus deren Unterscheid zu folgern? §. 62
daß deren Ausdehnung nicht könne gemessen werden, als durch die Bestimmung der Verhältniß aller mathematischen Körper zu einer gewissen Art derselben. 311.
daß deren allgemeiner Maasstab der Cubus 312.
daß er mit Grund als eine Ausdehnung zu gedencken, welche aus vielen Flächen zusammengesetzt. 320.
geradlinigte und krummlinigte, was sie seyn 63.
gleichdicker, was er sey 73.
daß alle, welche gleiche Grund-Flächen und Höhen haben, einander gleich seyn, oder gleiche Ausdehnungen in ihrem körperlichen Raume haben. 321.
ungleichdicker, was er sey 73.
rechtwinklichter und schiefwinklichter, was er sey 72.
regulärer, was er sey 64
irregulärer, was er sey 64.
wie der Inhalt eines jeden zu finden? 344
spitzer, was er sey 73.
daß alle, welche gleiche Grundflächen und Höhen haben, gleiche Körper seyn 327.
wie eines jeden körperlicher Inhalt zu finden? 331.
wie dessen Grundlinie entstehe? 332.
wenn er zugleich ein abgekürtzter, wie sein Inhalt zu finden? 333.
wie er nach der Perspectiv zu zeichnen 87. Kupf.
Proportional-Körper, daß der mittlere zwischen zween gleichdicken Körpern, und der vierdte zu drey gleichdicken könne gefunden werden 236. Geom.
Kopff im Hebel, was er sey 45. Mech.
Krafft, was sie sey? 33. 41. Dyn.
daß sie bey einem Körper weder gröſſer noch kleiner werden könne, woferne solches

nicht von andern Dingen verursachet werde? §. 56. Dyn.
daß sie der Bewegung des Körpers gleich, wenn die Ursach von der Bewegung allein die Wegnehmung des äusserlichen Widerstandes 57.
die ausdehnende, was sie sey 178.
" woraus deren Grösse zu beurtheilen? 179.
" wie man eine starcke erhalten könne? 180. 181.
eine lebendige und todte, was sie sey 61.
würckende, was sie sey 33.
" daß sie allezeit der Würckung gleich 34.
" wodurch ihre Grösse könne bestimmet werden? 35. 37.
" deren Verhältniß, wenn die Massen ungleich und die Geschwindigkeiten gleich 43.
" deren Verhältniß, wenn die Massen gleich und die Geschwindigkeiten ungleich 45.
" deren Verhältniß, wenn so wohl die Massen, als auch die Geschwindigkeiten ungleich 46.
" wie deren Grösse in einer gleichförmig zunehmenden Bewegung entstehe? 51.
nicht würckende, was sie sey 33.
ngsteine, was sie seyn 132. B. Bk.
wo sie zu gebrauchen? 133.
onwerck, was es sey 107. Kr. Bk.
wie eines zu zeichnen? 111.
gel, was eine sey 66. Geom.
wie eine beschrieben werde? 67.
daß eine zwey drittheil von einem Cylinder, dessen Grundfläche so groß, als der Circul, dessen Diameter die Axe der Kugel, und dessen Höhe gleich der gesetzten Axe der Kugel 334.
wie deren Innhalt zu messen? 335. 338. 341.
daß ihr Innhalt gleich dem Innhalt einer Pyramide, deren Grundfläche so groß, als die äussere Fläche der Kugel und deren Höhe gleich dem Radio der Kugel 340.
daß sich ihre äussere Fläche zu ihrem grösten Circul verhalte, wie 4. zu 1. 342.
wie ihre Fläche zu finden? 343.

wie von einer pfündigen der Diameter zu finden? §. 17. 18.
Brand-Kugeln, was ſie ſeyn 48.
wie ſie zu verfertigen? 49.
Dampff-Kugeln, was ſie ſeyn 48.
der Satz, woraus ſie zu verfertigen? 51.
Feuer-Kugeln, was ſie ſeyn 48.
Hand-Kugeln, was ſie ſeyn 52.
Leuchr-Kugeln, was ſie ſeyn 48.
der Satz woraus ſie zu verfertigen? 50.
Kumpf, was er ſey 49. 50.
Kurbel, was ſie ſey 170.
deren Eigenſchafften? 171. 173.

L.

Ladeſchauffel, was ſie ſey 33. 34.
Länge, was ſie ſey 1. 6.
wie ein allgemeines Maaß derſelben zu machen? 93.
eines Orts, was ſie ſey 22. 60.
wie ſie zu finden? 89.
eines Sterns, was ſie ſey 37. 38.
was von derſelben durch die Erfahrung bekannt? 38.
die wahre und ſcheinbare, was ſie ſey 37.
die excentriſche eines Planeten, was ſie ſey 195.
Laffeten, was ſie ſeyn 32. 34.
Lager eines Mörſers, was es ſey 41.
Landcharte, wie eine zu verfertigen? 32. 60.
Lauf eines Stückes, was er ſey 20. 21.
wie er müſſe beſchaffen ſeyn 26.
Licht, daß es ohne Lufft ſeyn könne 4. 104.
daß es aus der Bewegung der ſubtilſten Materie in der Lufft entſtehen könne? 5.
daß es keine Sache ſeyn könne, welche für ſich beſtehet. 9.
daß es eine gewiſſe Art einer ſehr ſchnellen Bewegung des Aethers 11.
daß es ſchwächer werden müſſe, wenn ihm nach einer entgegengeſetzten Richtung ein Widerſtand geſetzt wird. 17.
daß es in dem Winckel wieder zurück prallen müſſe, in welchen es eingefallen 127.

ie (in dem Maasstabe), was sie sey §. 94. Geom.
" " derselben Zeichen 97
(in der Geographie), was sie sey 5. Geogr.
in der Geometrie, was sie sey 2. Geom.
wie sie entstehe? 5.
wie und wodurch sie könne beschrieben werden? 6.
wodurch deren Unterscheid zu bestimmen? 7.
wenn verschiedene einen Raum einschliessen? 35.
daß man durch Hülffe derselben multiplicieren und dividiren könne. 203.
daß man durch Hülffe derselben Quadrat- und Cubic-Grösser finden könne. 204.
gerade, was sie seyn 8.
" wodurch und wie sie zu messen? 90. 92.
" wie sie in zween gleiche Theile perpendiculär zu theilen? 132.
" " daß zwey derselben unter gewissen Umständen Parallel-Linien seyn können 144.
" " wenn verschiedene derselben von einem Punct auf eine andere gerade Linie gezogen werden, wie sie alsdenn beschaffen? 152.
" " wie eine in so viele gleiche Theile zu theilen, als man verlanget? 194.
" " wenn eine in gleiche Theile getheilet und aus den Theilungs-Puncten Parallel-Linien gezogen worden, was folget? 200.
" " wenn durch zwey derselben einerley Parallel-Linien gezogen werden, so werden diese durch jene in Proportional-Theile geschnitten 201.
" " wenn sie aus einem über einem Circul angenommenen Punct durch den Circul bis auf die Peripherie desselben gezogen werden; so sind sie in einer verkehrten Verhältniß, wie ihre Theile, welche ausser dem Circul stehen. 215.
" krumme, was eine sey 8.
" " wie man erfahren könte, ob eine eine Parabel? 375.
inie der Ruhe, was sie sey 25. Mech.
" " daß, wenn sie durch den Mittelpunct der

Schwere eines Körpers gehet, ſo der Körper nicht bewegen könne. § 35.
Buchungs-Linie, was ſie ſey 45.
Capital-Linie oder Haupt-Linie, was ſie ſey 77.
Circul-Linie, was ſie ſey 16.
- - wie ſie beſchrieben werde? 17.
- - wodurch ſie beſchrieben werde? 18.
Circumvallations-Linie, was ſie ſey 135.
- - auf was Art ſie aufzuwerffen? 136.
Contravallations-Linie, was ſie ſey 135.
- - auf was Art ſie aufzuwerffen? 136.
Declinations-Linie, was ſie ſey 23.
Defens- oder Streich-Linie, was ſie ſey 59.
- - - deren Maas 60.
- - beſtändige und ſtreichende, was ſie ſeyn 62.
- - - was von denſelben zu merken? 63.
Diagonal-Linie, was ſie ſey 56.
Directions-Linie, was ſie ſey 17.
- - von der Schwere eines Körpers, daß ſie auf der Horizontal-Linie parallel ſtehe. 29.
- - - wenn ſie auf den Grund des Körpers oder auſſerhalb deſſelben fällt, was folget? 27.
Einfalls-Linie, was ſie ſey 42.
Entfernungs-Linie, was ſie ſey 9.
Fundamental- oder Grund-Linie, was ſie ſey 8.
Geſichts-Linien, was ſie ſeyn. Siehe *Facies* 49.
Horizontal-Linie, die wahre, was ſie ſey 20.
- - die ſcheinbare, was ſie ſey 20.
- - - daß ſie für die wahre könne ſubſtituiret werden. 22.
- - (in der Perſpectiv), was ſie ſey 11.
Kehl-Linien, was ſie ſeyn 74.
Mittags-Linie, was ſie ſey 6.
- - wie ſie zu finden? 15.
Parallel-Linien, was ſie ſeyn 22.
- - wie ſie können beſchrieben werden? 23.
- - deren Zeichen 25.
- - wenn zwey derſelben von einer geraden Linie durchſchnitten werden, was folget? 143.
Perpendicul-Linie, wie eine auf einer Linie

18 einem gegebenen Punct aufzurich-
n? §. 133. Geom.
wie eine von einem gegebenen Punct
auf eine Linie zu ziehen? 134.
wie eine auf das Ende einer geraden
Linie aufzurichten? 161.
ctional-Linie, wie eine dritte zu zwo ge-
benen geraden Linien, und die vierdte
drey gegebenen geraden Linien zu fin-
n? 202.
wie eine mittlere zwiſchen zwo gege-
benen geraden Linien zu finden? 205.
mus, was er ſey 221. Rech.
ſen wahre Beſchaffenheit. 223.
es Bruchs, wie er zu finden 224.
er Quadrat-Wurtzel, wie er zu finden? 225.
er Cubic-Wurtzel, wie er zu finden? 225.
er Gröſſe, welche zu einer gewiſſen Di-
gnität erhoben worden, wie er zu fin-
den? 226.
er mittleren Zahl in einer geometri-
ſchen Progreßion, wie er zu finden? 227. 228.
aß ſie eine widerſtehende Krafft habe. 1. Aer.
aß ſie eine Schwere habe? 3.
aß ſie was körperliches 4.
aß ſie eine ausdehnende Krafft habe 5.
aß die obere die untere zuſammen drücke 6.
ß die ausdehnende Krafft der untern
gleich dem Druck der obern 10.
aß die obere dünner, als die untere 13.
ie man erfahren könne, wieviel ſie auf eine
Fläche in einer beſtimmten Zeit drücke? 16.
ie man finden könne, wieviel, in einer be-
ſtimmten Höhe von der Erde, die obere auf
eine gewiſſe Fläche drücket? 19.
aß ſie in einer beſtimmten Höhe nicht alle-
zeit gleich ſchwer 27.
aß ſie durch die Wärme ausgedehnet werde 46.
ie durch Hülffe derſelben eine Laſt zu he-
ben 61.
preſſe, wie ſie zu verfertigen? 63.
pumpe, was ſie ſey, und worauf bey deren
Erfindung zu ſehen? 9.
ſaule, wie ſchwer eine ſey, deren Diameter
1. Schuh? 9. Hydroſt.

M.

Maas, was es ſey? §. 101
Maasſtab, wie er zu machen? 91
- verjüngter, wie einer mit Transverſalli-nien zu verfertigen? 196
Machine, was ſie ſey 135
- woher derſelben Unterſcheid zu nehmen? 137
- auf was Art in einer die mechaniſchen Inſtrumente zu verknüpffen? 144. 145
- wie eine zu verfertigen? 162. 163
- wie eine anzuordnen, welche durch lebendige Dinge zu bewegen? 167
- wenn man ſage, daß eine durch ein Gewicht beweget werde? 171
- was zu beobachten, wenn man eine durch ein Gewicht bewegen will 175. 177
- wie eine zu verfertigen, aus welcher das Waſſer ſpringet, nachdem in derſelben die Luft durch andere Machinen zuſammen gedruckt? 181
- wie eine zu machen, aus welcher das Waſſer ſpringet, nachdem in derſelben die Luft durch die Wärme ausgedehnet worden? 183
- daß eine, welche das Waſſer treiben ſoll, alſo zu bauen, daß das Waſſer an dieſelbe ſchreg ſtoſſen könne 186
Magnetnadel, was ſie ſey 211
- - was durch die Erfahrung von derſelben bekannt? 234. 235
Mars, was er ſey, und deſſen Zeichen 7
- wie er uns erſcheinet? 226
- was hieraus folge? 227
- beweget ſich in einer in ihm ſelbſt zurücklaufenden krummen Linie um die Sonne 228
- iſt ein ähnlicher Welt-Körper mit unſrer Erde 249
Maſſe eines Körpers, was ſie ſey? 59
- daß ſie hinreichend ſey der Bewegung eines andern Körpers zu widerſtehen 59
Materialien eines Gebäudes, woraus ſie beſtehen 52
- - auf was Art ſolche zu verbinden? 63. 64
Materie, flüſſige, daß ſie drucke, und wie ſie drucke 11. 12
- - wie deren Schwere hydroſtatiſch zu finden? 23

Register.

- wie in verſchiedenen die Verhältniß der ſpecifiſchen Schwere zu finden? §. 24. Hydroſt.
matik, was ſie ſey? 19. Vor.
arum ſie anders beſchrieben worden, als es von andern geſchehen? 21.
hre Theile überhaupt 22.
llgemeine, was ſie ſey? 24.
r theoretiſcher Theil, was er ſey? 28.
- was in demſelben zu erklären? 29.
- was bey demſelben zu mercken? 30-34.
r practiſcher Theil, oder die practiſche, was ſie ſey 28.
- was darinne zu erklären 34.
nik, was ſie ſey? 1. Mech.
derſelben Hauptgeſetz, woraus es beſtehe? 63.
wie es durch die Erfahrung zu beſtätigen? 65.
maſchine, was ſie ſeyn 3. A. M.
prius, was er ſey und deſſen Zeichen? 9. Aſtr.
wie er uns erſcheinet 121.
was hieraus zu folgern? 122.
wie er ſich in einer in ihm ſelbſt zurücklaufenden krummen Linie um die Sonne beweget? 123.
wie er ein ähnlicher Welt-Körper mit unſrer Erde iſt? 145.
Ianus, was er ſey 5 Aſtr. 5. Geogr.
Primus, was er ſey 9.
n, was es heiſſe? 98. A. M.
kette, deren Gebrauch 98. Geom.
iſch, 218.
chnure, 98.
wetrum, was es ſey 78. Aſtr.
- wie eines zu verfertigen? 79.
ſtraſſe, was ſie ſey 55.
n, was ſie ſeyn 61. Art.
wie deren Würckung verſchieden, nach Verſchiedenheit der Ladung 63. 64.
ke, was eine ſey 137. Mech. 104. Geom.
deren Zeichen 141. 105.
ag, wo er ſey 51. Aſtr.
rnacht, wo ſie ſey 9.
el, was er ſey 120. Ar. Bk.
er, wie er zu laden? 47. Art.
hängemauer, was ſie ſey 83.
ſiehender, was er ſey 43.

Fuß-

Fuß-Mörser, was sie seyn . . . 5. 6. 8.
Glatteren-Mörser, was sie seyn . . . 43
- - - daß sie vor den Fuß-Mörsern einen Vorzug haben . . . 44
- - - wie sie zu richten? . . . 45.
Monat, ein astronomischer, was er sey . . . 18. 19.
- bürgerlicher, was er sey . . . 20.
Mond-Monat, astronomischer, was er sey . . . 18.
- - - dessen Grösse . . . 19.
- - bürgerlicher, was er sey . . . 20.
- - was von dessen Grösse zu mercken? 21. 22.
Sonnen-Monat, astronomischer, was er sey? . . . 18.
- - - dessen Grösse . . . 19.
- - bürgerlicher, was er sey . . . 20.
- - was von seiner Grösse zu mercken? . . . 23.
Mond, dessen Zeichen . . . 3. 8.
- *Phænomena*, . . . 96.
- was aus denselben zu schliessen? . . . 97.
- wenn er sich um die Erde beweget? . . . 98.
- hat Flecken 90. Berge 101. Thäler 102. 103. Meer und Wasser . . . 104.
- bestehet also aus Theilen von verschiedener Art . . . 100.
- drehet sich um seine Axe . . . 105. 106.
- ist ein ähnlicher Körper mit unserer Erde . . . 107.
- daß er nicht alle Tage gleich hoch über den Horizont . . . 18.
- wie dessen Weite von der Erde zu finden, wenn seine Parallaxis und seine Höhe gegeben? 178. 179.
- wie groß dessen kleinste Weite von der Erde? . . . 180.
- wie dessen wahrer Diameter zu finden, wenn seine Weite von der Erde gegeben worden? . . . 181.
- dessen Berge, wie ihre Höhe zu messen? . . . 189.
Mond-Finsterniß, was sie sey . . . 116.
- wenn und wie sie geschehe? 114. 115. 117.
- wie solche zu beobachten? . . . 119.
Mongen, wo er sey . . . 6.
Mühlenbau, worauf bey demselben vornehmlich zu sehen? . . . 66. 67.
Multiplicator, was er sey . . . 71. 72.
- wie er durch die Division zu finden? . . . 107.

gleichen, was es heisse? §. 69. 73. A. M.
das Zeichen desselben 75.
la derjenigen Grössen, welche durch einfache Zeichen ausgedrückt werden, nach ihren Begriffen 71. Rech.
plum, was es sey 16. A. M.
o oder Mündung eines Stücks, was er sey 18. Art.
queten, was sie seyn 21.
ps, dessen Eigenschafften 91. Opt.

M.

ir, was es sey 5. Astr.
me oder Grössen oder Nenner, was er sey 9. Rech.
me einer Verhältniß, was er sey 25. A. M.
* dass er die Gleichheit und Ungleichheit der Glieder einer Verhältniß ausdrücke 26.
* wodurch er zu finden? 121.
ten Planeten, was sie seyn, und deren Anzahl? 147. 148. Astr.
gung einer Linie zu der andern, was sie sey 21. Geom.
* perpendiculäre, was sie sey 26.
* schiefe, was sie sey 26.
gung, des einfallenden und reflectirten Strahls, was sie sey 139. Opt.
der Magnet-Nadel, was sie sey 27. Geom.
* wie solche an einem gegebenen Orte zu einer gesetzten Zeit zu finden? 31.
mer eines Bruchs, was er sey 96. Rech.
velliren, was es heisse? 84. Mech.
wie es geschehe? 85.
en, was sie seyn und deren Anzahl? 96. Chron.

O.

fen (in den Stuben), wie sie beschaffen, und was bey deren Bau zu mercken 38. 51. 54. 55. Opt.
parabolische, deren Eigenschafften 40.
fnungen (eines Gebäudes), wie sie beschaffen seyn müssen? 23. B. B. K.
daß, wenn verschiedene in einer Wand, solche nicht zu nahe bey einander liegen müssen 61.
position, was sie sey? und deren Zeichen 125. Astr.
dinaten, was sie sehn 364. Geom.

Ord-

Ordnung, was ſie ſey §. 98. 118.
Ordnung (in der Baukunſt), was eine ſey 115.
• wie eine proportionirliche in eine gewiſſe Höhe zu bringen, nachdem uns die Höhe, wohin ſie kommen ſoll, gegeben worden 141.
• Corinthiſche, was ſie ſeyn 121.
• Deutſche, was ſie ſeyn 121.
• Doriſche, was ſie ſeyn 120.
• Joniſche, was ſie ſeyn 121.
• Römiſche, was ſie ſeyn 121.
• Toſcaniſche, was ſie ſeyn 124.
• • worinnen ſie alle von einander unterſchieden? 124.
Ovallon, was es ſey 65. 2.
• deſſen verſchiedene Zeichnung. 67.
Oſcillation der Pendul oder des Perpendicula, was ſie ſey? 191. 8.
Ort eines Dinges), was er ſey 8. 2.
• der excentriſche, (eines Planeten) was er ſey 194. 8.
• der geocentriſche, was er ſey 194.
• der heliocentriſche, was er ſey 194.

P.

Parabel, was ſie ſey 367. 6.
• daß ſich in einer jeden Quadrate der Semiordinaten zu einander verhalten, wie ihre Abſciſſen. 368.
• daß in derſelben das Quadrat der Semiordinate gleich dem Facto aus dem Parameter in ihre Abſciſſe. 369.
• daß in einer die Semiordinate die mittlere Proportional-Linie zwiſchen dem Parameter und der Abſciſſe 370.
• daß in derſelben der Parameter die dritte Proportional-Linie zu einer Abſciſſe und der ihr zugehörigen Semiordinat 371.
• daß in derſelben die Abſciſſe die dritte Proportional-Linie zu dem Parameter und der, der gegebenen Abſciſſe zugehörigen Semiordinate 372.
• wie eine geometriſch zu beſchreiben, wenn der Parameter gegeben worden? 374
• daß in derſelben die Weite des Brenn-

uncts von der Scheitel dem vierdten Theil des Parameters gleich §. 376. Geom.
i in einer die gerade Linie, welche aus dem Brennpunct an das Ende einer Ordinate gezogen wird, gleich sey der Summe aus der Abscisse der gesetzten Ordinate und der Weite des Brennpunets von der Scheitel 377.
ie eine durch die Bewegung eines Puncts zu beschreiben? 378.
xis, was sie sey 160. Astr.
er Sterne, was sie sey 160.
daß sie desto kleiner, je weiter ein Stern von der Erde weg ist 162.
izontal-*Parallaxis*, wie sie zu finden, wenn die Weite eines Sterns von der Erde gegeben worden 181.
llel-Lineal, was von demselben zu mercken? 25. Geom.
lepipedum, was es sey 77.
wie dessen Innhalt zu finden? 225.
lelogrammum, was es sey 47.
daß ein jedes durch die Diagonal-Linien in zwey gleiche Triangel getheilet werde. 223.
daß zwey derselben, welche gleiche Grund-Linien und Höhe haben, einander gleich seyn. 225.
daß sie sich verhalten, wie ihre Höhen, wenn sie gleiche Grund-Linien; und wie ihre Grund-Linien, wenn sie gleiche Höhen haben 239.
wie eines aus einem gegebenen Punct in zwey gleiche Theile zu theilen 265.
wie eines in so viele gleiche oder proportionirliche Theile zu theilen, als man verlanget? 266.
ertical-*Parallelogrammum*, wie es perspectivisch zu zeichnen? 23. Persp.
ameter, was er sey 366. Geom.
ernosterwerck, was es sey 19. Hydraul.
was bey demselben vornemlich zu mercken? 20.
ndul, was sie sey 192. Mech.
wenn man sie in die Höhe hebt und wieder fallen lässet, was erfolgt? 193.

Peribelium, was es sey §. 166. Ast.
Perpendicul, was er sey, und wie er sonst genennet werde? 192. Anh.
Perspectiv, was sie sey 1. Persp.
- nach derselben einen Körper zeichnen, was es heisse? 5.
- einer Figur, was sie sey 6.

Pfaffenmütze, was eine sey 97. Kr. S.
Pfeiler, was sie seyn 56. S. Arch.
Wand-Pfeiler, was sie seyn 56.
Pfühle, was sie seyn 105.
- ein gedruckter, was er sey 105.

Pistolen, was sie seyn 21. Art.
Planeten, was sie seyn, und deren Anzahl 2. 3. 147. 148. Ast.
- wenn sie geradelläuffig, rückgängig und stillestehend 151. 155.
- daß ein jeder derselben der Erde einmal näher sey als das andere mal 85.
- wie bey denselben die Verhältniß des wahren Diametri zu dem wahren Diameter der Sonne zu finden? 210. 23. Astron.

Plumpe, was sie sey
Pole oder Welt-Pole, was sie seyn 4. Astr. 5. Geog.
Nord-Pol, was er sey 4. 5.
Süder-Pol, was er sey 4. 5.
Polygon, äussere und innere, was sie sey 71. Kr. S.
Postement, was es. sey 135. S. Arch.
Potentz, was sie sey? (Siehe Dignität) 145. Alg.
- einer Hyperbel, was sie sey 417. Geom.
  - daß ihre Wurtzel gleich sey dem Theil der Asymptote von dem Mittelpunct der Zwerch-Axe, bis an den Punct, wo die Wurtzel von der Potentz der Hyperbel die Asymptote berühret 419.
  - daß sie gleich dem vierdten Theil der Quadrate der halben Zwerch-Axe, und der halben kleinen Axe. 420.

Presbyta, dessen Eigenschafften 91. Dio.
Prisma, was es sey 75. Geom.
- wie es entstehe? 76.
- wie dessen Innhalt zu finden? 323.
- wie es nach der Perspectiv zu zeichnen? 27. Persp.
- dessen verschiedene Arten 76. Geom.
- dreyeckigtes, was es sey 76.

daß es könne in drey gleiche Theile geschnitten werden §. 329. Geom.
acer, was er sey 71. A. M.
l, was es sey 86. 87. Kr. B. K.
ression, was sie sey 46. A. M.
arithmetische, was sie sey 122.
- ihre wahre Beschaffenheit 191. 192. Rech.
- wie in einer die Summe ihrer Glieder zu finden? 194.
- wie in einer die Summe des ersten und letzten Glieds zu finden? 195.
- wie in einer das letzte Glied zu finden? 196.
- wie in einer die Anzahl aller Glieder zu finden? 197.
geometrische, was sie sey 122 A. M.
- ihre wahre Beschaffenheit 201. 202. Rech.
- wie in einer die Summe der Glieder zu finden? 208. 209.
- wie in einer das letzte Glied zu finden? 204.
- wie in einer die Anzahl aller Glieder zu finden? 211.
- wie in einer so viele mittlere Glieder zu finden, als man verlanget? 210.
portion, was sie sey 41 A. M.
arithmetische, was sie sey 122.
- wie sie bezeichnet und ausgedruckt werde? 124.
- wie ihre Glieder beschaffen? 130. 131.
continua, was sie sey 43.
- daß in derselben nur drey verschiedene Glieder 45.
discreta, was sie sey 43.
geometrische, was sie sey 122.
- wie sie gezeichnet und ausgedruckt werde? 124.
wie deren Glieder beschaffen? 130. 131.
deren Nutzen, wenn wir durch eine gegebene Grösse andere von einer andern Art finden wollen. 137. 138. 139.
oportionalregeln, was sie seyn 217.
- wie alle mögliche zu finden? 218.
ostaphaeresis, was sie sey 176. Astr.
ulver, dessen verschiedene Arten 6. Art.
- verschiedene Sätze woraus es zu machen 23.

Knall-Pulver, wie es beſchaffen und woraus es zu verfertigen? §. 6. 8.
Lauf-Pulver, wie es beſchaffen und woraus es zu verfertigen? 6.
Musqueten-Pulver, deſſen Satz 23.
Pirſch-Pulver, deſſen Satz 23.
Schieß-Pulver, wie es beſchaffen und woraus es zu verfertigen? 6.
- - wie deſſen Würckung zu erklären? 8.
- - deſſen verſchiedene Eintheilung 22.
Pumpwerck, was es ſey? 23. 24.
- - wie eines zu verfertigen? 24.
Punct, was einer ſey 2. 6.
Augen-Punct oder Haupt-Punct, was er ſey 8. 9.
Brechungs-Punct, was er ſey 45. 46.
Diſtantz-Punct, was er ſey 11. 12.
Einfalls-Punct, was er ſey 43. 133. 134.
Mittel-Punct eines Circuls, was er ſey 20. 21.
- - der Gröſſe, was er ſey 15. 16.
- - von einer Hyperbel, was er ſey 407. 408.
- - der Schwere, was er ſey 15. 16.
- - - - wie er geometriſch zu finden? 16.
Ruhe-Punct, was er ſey 25.
- - wenn er mit dem Mittel-Punct der Schwere einerley, was erfolgt? 36.
Pyramide, was eine ſey 86. 87.
- wie ſie perſpectiviſch zu zeichnen? 29. 30.
- abgekürtzte, was ſie ſeyn 86. 87.
- dreyeckigte und viereckigte, was ſie ſeyn 86.
- rechtwincklichte und ſchiefwincklichte, was ſie ſeyn 86.
Pyrobolik, was ſie ſey 34. 35.

Q.

Quadrat (in der Geometrie), was es ſey. 54. 60.
- wie es entſtehe? 60.
- daß es von der Diagonal-Linie in zween gleiche Triangel getheilet werde, daß die beyden entgegengeſetzten Winckel einander gleich und die entgegengeſetzte Seiten Parallel-Linien ſeyn. 221.
- wie ein gegebenes auszumeſſen? 232.

wie eines zu machen, welches ſo groß als ein gegebener Triangel oder als ein gegebenes geradlinigtes Vieleck? §. 270. Geom.
wie eines zu machen, welches zwey gegebenen Quadraten zuſammengenommen gleich? 274.
quadruplum, was es ſey 16. A. M.
quintuplum, was es ſey 16.
Quotient, was er ſey 100.
— wenn gleiche oder ungleiche entſtehen? 111.
— wenn einer gröſſer als der andere? 112.

R.

Rad, was es ſey 46. Mech.
— an einer Axe, was es ſey 46.
— — wenn durch Hülffe deſſelben eine Krafft, welche an ſeiner Peripherie appliciret, die Laſt beweget, welche an der Welle hänget; was folget? 105.
Kamm-Rad, was es ſey 49.
Panſter-Rad, was es ſey 64. Hydraul.
— — wenn es ein Stockpanſter, und wenn es ein Ziehepanſter genennet werde? 64.
Schöpff-Rad, was es ſey 35.
Schwung-Rad, was es ſey 186. 187. Mech.
— — woraus deſſen Vollkommenheit zu beurtheilen 189.
— — deſſen Nutzen bey einer Machine. 190.
Staber-Rad, was es ſey 64. Hydraul.
Stern-Rad, was es ſey 49. Mech.
Straub-Rad, was es ſey 64. Hydraul.
Waſſer-Rad, was es ſey 55.
— — ein horizontales, was es ſey 55.
— — — daß bey demſelben das Waſſer deſto mehr vermag, je mehr der Trieb des Waſſers mit der Horizontal-Linie übereinkommet 56.
— — — wenn auf einem die Schauffeln perpendiculär ſtehen und gegen das Waſſer eine hohle Figur machen, was folgt? 57.
— — ein oberſchlächtiges, was es ſey 58.

daß bey demſelben das Waſſer mehr vermag, wenn die Länge ſeiner Schauffeln gröſſer, als die Breite der Rinne, wodurch das Waſſer auf daſſelbe flieſſet, als wo das Gegentheil §. 59. Hydr.

daß bey einem das Waſſer mehr vermag, wenn die Schauffeln eine mit dem Waſſer proportionirliche Weite haben, als wenn die Schauffeln zu enge 61.

daß bey einem das Waſſer mehr vermag, wenn die Schauffeln hinten zu, als wenn ſie offen. 62.

daß bey demſelben das Waſſer mehr vermag, wenn die Schauffeln nicht zu tief gemacht, als wenn ſie ſehr tief 63.

ein perpendiculäres, was es ſey 55.

ein unterſchlächtiges, was es ſey 55.

wie vielerley es ſey 64.

Rachetten, was ſie ſeyn 53. Art.

wie eine zu verfertigen 57.

Rachetten-Gänge, verſchiedene derſelben 54.

Rachetten-Stock, was er ſey 55.

wie einer mit dem Zugehör zu verfertigen? 56.

Radius der kleine und groſſe, was er ſey 77. Lit. A

eines Circuls, was er ſey 20. Geom.

daß er mit dem Tangenten des Circuls in dem Berührungs-Punct einen rechten Winckel mache. 171.

einer Kugel, was ſie ſey 70.

Räderwerck, was es ſey, und wie zu finden, wie oft in einem gegebenen das kleine Rad herumlauffen könne, ehe das groſſe einmal herum gehet? 106. Mech.

wie zu einem die Anzahl der Räder, die Zahl der Kämme für ein jedes Rad und die Zahl der Trillings-Stöcke für ein jedes Getriebe zu finden; wenn beſtimmet worden, wievielmal das kleine Rad herum-

lauffen soll, ehe das andere einmal herumgehet? §. 107. Mech.
wenn eines gegeben, nebst einer Last; wie die Last zu suchen, welche durch das gegebene Räderwerck die Last halten könne? 108.
wie zu einem so wohl die Anzahl der Räder als auch die Verhältnis ihrer Radiorum gegen die Radios ihrer Axen zu finden; wenn die Last gegeben worden und die Krafft, welche die Last durch ein Räderwerck waagerecht halten soll? 111.
tio, was eine sey? Siehe Verhältniß. 23. A. M.
- *multiplex* und *submultiplex*, was sie sey 31.
- *dupla* und *subdupla*, was sie sey 31.
- *tripla* und *subtripla*, was sie sey 31.
- *quadrupla* und *subquadrupla*, was sie sey 31.
- *superparticularis* und *subsuperparticularis*, was sie sey 32.
- *sesquialtera* und *subsesquialtera*, was sie sey 32.
- *sesquitertia* und *subsesquitertia*, was sie sey 32.
- *superpartiens* und *subsuperpartiens*, was sie sey? 33.
- *superbipartiens tertias* und *subsuperbipartiens tertias*, was sie sey 33.
- *supertripartiens quartas* und *subsupertripartiens quartas*, was sie sey 33.
- *multiplex superparticularis* und *submultiplex subsuperparticularis*, was sie sey 34.
- *dupla sesqui altera* und *subdupla subsesqui altera*, was sie sey 34.
- *tripla sesqui quarta* und *subtripla subsesquiquarta*, was sie sey 34.
- *multiplex superpartiens* und *submultiplex subsuperpartiens*, was sie sey 55.
- *dupla superbipartiens tertias* und *subdupla subsuperbipartiens tertias*, was sie sey 35.
- *composita* und deren verschiedene Arten, was sie sey 120.
Ravelin, was es sey 93. Kr. B K.
- wie eines vor eine Cortine zu zeichnen? 95.
Raum, was er sey 8. 9. Dyn.
Raute, was sie sey 54 Geom.

Rechenkunſt, was ſie ſey §. 22.
Rechentiſch des Pythagoras 73.
Rectangulum, was es ſey 54.
- wie eines entſtehe? 60.
- daß ein jedes von der Diagonal-Linie in zwey gleiche Triangel getheilet werde; daß die beyden entgegengeſetzten Winckel in demſelben einander gleich; und daß deſſen entgegengeſetzte Seiten Parallel-Linien ſeyn? 221.
- wie deſſen Innhalt zu finden? 235. 236.
Redoute, was ſie ſeyn 126.
- eine halbe, was ſie ſey 126.
Reduction der Ecliptik, was ſie ſey 196.
Refraction der Strahlen, was ſie ſey 45.
Regeln, wornach der Bau eines Zimmers zu beurtheilen; worin ſie beſtehen? 97.
Rhombus und *Rhomboides*, was ſie ſeyn 54.
- wie ſie entſtehen? 60.
- - daß ſie von der Diagonal-Linie in zwey gleiche Triangel getheilet werden; daß die beyden entgegen geſetzte Winckel einander gleich; und daß die entgegen geſetzte Seiten Parallel-Linien ſeyn. 221.
- - wie deren Innhalt zu finden? 235. 236.
Riemen, was ſie ſeyn 105.
Riemleiſten, was ſie ſeyn 105.
Rolle, was ſie ſey 46.
- obere und untere, was ſie ſey 52.
- - wenn durch Hülffe derſelben eine gewiſſe Krafft eine Laſt waagerecht erhält; wie die Krafft beſchaffen: 112.
Ruthe, was eine ſey 94.
Cubic-Ruthe, was ſie ſey 313.
geometriſche oder Decimal-Ruthe, was ſie ſey 94.
- - deren Zeichen 97.
Quadrat-Ruthe, was ſie ſey 230.

S.

Säulen, was ſie ſeyn 56.
Wand-Säulen, was ſie ſeyn 56.
Saturnus, was er ſey? und deſſen Zeichen 3. 143.
- wie er uns erſcheinet? 138.

wie dieſe Erſcheinung zu erklären? §. 139. Aſtr.
beweget ſich in einer in ihm ſelbſt zurücklaufenden krummen Linie um die Sonne 144.
iſt ein ähnlicher Körper mit unſerer Erde 145.
hat 5. Trabanten 140.
wie ſie ſich um den Saturnum bewegen? 141.
was hieraus zu folgern? 142. 143.
Augwerck, was es ſey 23. Hydraul.
wie eines zu machen? 25.
Schall, daß er durch die Lufft fortgepflantzet werde 1. Muſ.
daß er ſtärcker bey dichter Lufft, als bey dünner 2.
daß er durch eine zitternde Bewegung der Lufft fortgepflantzt werde 4.
woraus deſſen Gröſſe zu beurtheilen? 5.
daß er ſtärcker, wenn viele, als wenn wenige Lufft von einem Körper in eine zitternde Bewegung geſetzt worden 6. 7.
daß er feiner, wenn die Geſchwindigkeit in der zitternden Bewegung groß, als wenn ſie kleine 8.
daß ein feiner eben ſo geſchwinde als ein grober; und ein ſchwacher ſo geſchwinde als ein ſtarcker fortgepflantzt werde 10
daß er nach einer geraden Linie fortgehe 13.
daß wenn er an eine Fläche ſtöſſet, die ihn nicht durchläßt, er in dem Winckel wieder zurück ſpringen muß, in welchem er angeſtoſſen 14.
daß deſſen Fortpflantzung durch das Zittern der Lufft unmöglich, wenn dies Zittern nicht in verſchiedenen Winckeln geſchehen könte 16.
daß je höher er, deſto kleiner der Winckel, in welchem die Lufft zittert 17.
Schatten, was er ſey 28. Opt.
wenn deſſen Figur ein Cylinder? 32.
wenn deſſen Figur ein Kegel? 33.
wenn deſſen Figur ein abgekürtzter Kegel? 34.
wie einer zu zeichnen, der an eine Wand oder an einen andern Körper fällt? 34. Perſp.
wie er zu finden, wenn die Weite der Sonne

hinter der Tafel von der Vertical-Fläche und ihrer Höhe über dem Boden gegeben? §. 35. 36.
- wie er zu finden, wenn die Weite der Sonne vor der Tafel von der Vertical-Fläche und ihrer Höhe über dem Boden gegeben? 36.
- gerader, was er sey 35. 37.
- - - wie er sich zur Länge des dunckeln Körpers verhalte, von welchem er geworffen wird? 36.
- - wie sich verschiedene, welche von einem dunckeln Körper vermittelst veränderter Höhe des leuchtenden Körpers geworffen werden, verhalten? 40.
- - wie er in Perspectiv zu zeichnen, wenn das Licht mit Strahlen, die auf einander fahren, sich ausbreitet? 37. 38. 35. 42.
- verkehrter, was er sey
- wie sich gerade und verkehrte, welche von dunckeln Körpern, die vollkommen einerley, vermittelst einerley Höhe des leuchtenden Körpers geworffen werden, zu einander verhalten? 41.

Scheere, was sie sey 97. 98.
- wie eine vor eine Cortine zu zeichnen? 98.
- wie ihre Defension zu verstärcken? 100.

Scheitel (von einer krummen Linie), was er sey? 365. 366. 28. 60.
Schiffrose, was sie sey 27. 28.
Schlangen, was sie seyn 29.
- wie groß deren Ladung? 32. 33.

Schönheit, was sie sey 14. 84.
- eines Gebäudes, äussere, was sie sey 112. 114.
- - - was sie erfordere? 14.
- - innere, was sie sey
- - in Ansehung der Theile, was sie erfordere? 88. 93. 96.
- - in der Lage der Theile, worauf sie bestehe? 99.
- - - was sie erfordere? 100. 102.
- - in der Materie, was sie erfordere? 110. 111. 35. 36.

Schöpffwercke, was sie seyn 60.

Schornstein, woraus dessen wesentliche Stücke zu beurtheilen? §. 38. B. BK.
Schraube, was sie sey 59. Mech.
- ihre Eigenschafften 127. 128.
- wie ihre Eintheilung zu finden, wenn die Krafft und die Last gegeben worden? 129.
Schraube ohne Ende, was sie sey 132.
- - worauf man zu sehen, wenn man ihr Vermögen bestimmen will? 133.
Schraubengang, was er sey 59.
Schraubenmutter, was sie sey 59.
Schuh, was einer sey 94. Geom.
- dessen Zeichen 97.
Cubic-Schuh, was einer sey 313.
Quadrat-Schuh, was einer sey 230.
Schwärmer, was sie seyn 53. Art.
- derer Verfertigung 55. 58.
- Sätze, verschiedene derselben 54.
Schwalben-Schwantz, was er sey 97. Kr. BK.
Schwere, was sie sey 10. Mech.
- wie ihr wesentliches von ihrer Würckung zu unterscheiden? 13.
Scrupel ein chaldäischer, was er sey 15. Chron.
Seheck, was es sey 43. Geom.
- wie es in Triangel zu verwandeln? 58.
- irreguläres, was es sey 49.
- reguläres, was es sey 49.
- - wie eines auf eine gegebene Linie zu beschreiben? 261.
- - daß eine Seite desselben dem Radio des Circuls gleich 260.
Secunde, was eine sey 137. Mech. 104. Geom.
- deren Zeichen 141. 105.
Seele eines Geschützes, was sie sey 20. Art.
Sehne, was sie sey 22. Geom.
- wenn eine durch eine Perpendicul-Linie in zwey gleiche Theile getheilet wird; was daraus folge? 163.
- wenn auf eine von dem Mittel-Punct des Circuls eine Perpendicul-Linie gezogen wird; was daraus folge? 165.
- daß verschiedene, welche gleiche Bogen abschneiden, einander gleich seyn; und

wenn ſie gleich ſind, daß auch die Bögen, welche von ihnen abgeſchnitten werden, gleiche Bögen §. 162. 163.
von der Helffte eines gegebenen Bogens; wie derſelben Gröſſe zu finden, wenn der Radius eines Circuls gegeben und eine Sehne aus dieſem Circul von einem beſtimmten Bogen? 281.

Sehungsbogen, was er ſey 66. 67.
Semiordinaten, was ſie ſeyn 364. 365.
Sextuplum, was es ſey 163.
Setzer, was er ſey 55. 56.
Setzkolben, was er ſey 33.
deſſen Theile 34.
Sinus eines Bogens, was er ſey 181. 182.
eines Winckels, was er ſey 181.
deſſen Eigenſchafften 182.
deſſen Spitze in der Peripherie des Circuls, iſt die halbe Sehne von dem Bogen, welcher von den Schenckeln des Winckels abgeſchnitten wird 183.
Sinus ähnlicher Bögen, haben gegen die Radios der Circul, von welchen die Bogen genommen, einerley Verhältniß 212.
Sommer, wenn er anfange? 36. 87. 149. 364. 365.
Sonne, was ſie ſey? und deren Zeichen 3. 4.
daß ſie nicht alle Tage gleich hoch über dem Horizont 18.
wie man finden könne, in welchem Punct der Ecliptik ſie ſich befindet, wenn man einen Stern aufgehen ſiehet; nachdem uns der Sehungsbogen, und der Punct der Ecliptik gegeben, mit welchem der Stern aufgeht 68.
hat Flecken 88.
was hieraus zu folgern? 89.
iſt ein FixStern 149. 150.
wie ihre Weite von der Erde zu finden? 202.
daß ſie an allen Orten des Erdbodens Tag und Nacht gleich mache, wenn ſie im Aequatore iſt. 39. 40.

Sonnenfinſterniß, wenn und wie ſie entſtehe 109-121. 365.

wie ſie eingetheilet werden §. 112. Aſtr.
wie ſie zu beobachten 113.
ntagsbuchſtabe, was er ſey 49. Chron.
wie er auf ein gegebenes Jahr nach Chriſti Geburt zu finden? 55.
deſſen Nutzen 56.
vera obliqua, was ſie ſey 46. Geogr.
vera parallela, was ſie ſey 46.
vera recta, was ſie ſey 46.
ſpiegel, was er ſey 129. Opt.
daß man in einem den ſtrahlenden Punct ſehe, indem der durch den Spiegel verlängerte reflectirte Strahl den verlängerten Einfalls-Catherum ſchneidet 138.
ein coniſcher, was er ſey 132.
- wenn er ein erhabener, was er für Eigenſchafften habe? 152.
ein cylindriſcher, was er ſey 132.
- wenn er ein erhabener, was er für Eigenſchafften habe? 151.
ein elliptiſcher, was er ſey 132.
- wenn auf denſelben ein Strahl aus einem Brenn-Punct fähret, ſo muß der reflectirte Strahl in den andern Brenn-Punct fahren 165.
- - wozu ſie zu gebrauchen? 42. Pyr.
ein erhabener, was er ſey 132. Opt.
ein hyperboliſcher, was er ſey 132.
ein paraboliſcher, was er ſey 132.
- daß alle Strahlen, welche auf denſelben mit der Axe der Parabel parallel fallen, durch die Reflexion in dem Brenn-Punct der Parabel zuſammen kommen 164.
ein platter, was er ſey? 132.
- wenn man in einem eine Sache ſiehet, ſo ſcheinet jeder Punct ſo weit hinter dem Spiegel, als er vor demſelben wegſtehet 139.
ein ſphäriſcher, was er ſey 132.
- daß in demſelben der Einfalls-Catherus, der Obliquations-Catherus und der Reflexions-Catherus

durch

durch den Mittelpunct der Kugel gehe, woraus der Spiegel geſchnitten §. 145. ff.
- - wenn er ein erhabener, was er für Eigenſchafften habe? 146. 150.

Brenn-Spiegel, was ſie ſeyn, und woraus ſie zu verfertigen? 35. ſqq.
Hohl-Spiegel, was er ſey 132. ff.
- - ein ſphäriſcher, was er für Eigenſchafften habe? 153. 163.
- - - deſſen Nutzen 32. 34. ſqq.
Spiegel in einer Kartetſche, was er ſey 39. ſq.
Spiel-Raum, was er ſey 19.
Spitze eines Winckels, was ſie ſey 27. ſqq.
Spitze einer Figur, was ſie ſey 56.
Stäbe, was ſie ſeyn 105. ſqq.
Sterne, wenn man ſage, daß ſie auf- oder untergehen? 9. ſq.
- ihre beſondere Arten und Benennungen 53. 55.
- der erſten Gröſſe, was ſie ſeyn 52.
- der andern Gröſſe, was ſie ſeyn 52.
- der dritten Gröſſe, was ſie ſeyn 52.
- der vierdten Gröſſe, was ſie ſeyn 52.
- der fünfften Gröſſe, was ſie ſeyn 52.
- der ſechſten Gröſſe, was ſie ſeyn 52.
- nebelichte, wie ſie beſchaffen? 56.
- daß, wenn einer im Horizont geſehen wird, deſſen Strahl auf die Athmoſphäre die ſtärckſte Inclination habe 73.
wenn einer im Zenith ingleichen im Horizont ſtehet und wenn er vom Zenith nach dem Horizont und von dem Horizont nach dem Zenith gehet, was folget? 74.
- wie die Gröſſe der Refraction eines jeden in einer jeden Höhe zu beſtimmen 76.
- wie deren ſcheinbarer Diameter zu meſſen? 80.
- wie deren wahrer Diameter zu finden, wenn ihre Weite von der Erde gegeben worden? 114.

Fix-Sterne, was ſie ſeyn? 2.
- - daß ſie weiter von der Erde entfernet, als der Saturnus 213. ff.

daß ſie gröſſer als unſere Erde §. 216. Aſtr.
Schantze, was ſie ſey 126. Fr. BK.
, was er ſey 61. Dyn.
l, was er ſey 1. Opt.
aß er eine gerade Linie 2.
daß in demſelben das Bild der Sache ſey, aus welcher er fährt. 13.
wenn verſchiedene derſelben in einem Punct zuſammen ſtoſſen, daß die Fortpflantzung des einen durch den andern nicht gehindert werde 19.
wenn verſchiedene, welchen kein Widerſtand geſetzt wird, parallel gehen; was folget? 20.
wenn gleichſtarcke, die aus einem Punct flieſſen, auseinander gehen, was erfolgt? 21.
wenn gleichſtarcke, die aus einem Punct flieſſen, zuſammen lauffen; was erfolgt? 22.
wenn einer aus einer dichtern Materie in eine dünnere oder v. v. fähret, was folgt? 44. 49.
wenn man ſolche, die aus einem Körper flieſſen und durch ein erhabenes Glaß gebrochen werden, hinter dem Brenn-Punct des Glaſes mit einer Fläche, die das Licht nicht durchläßt, auffängt; was folgt? 105.
der einfallende, was er ſey 45. 133.
wie einer, der in einem gegebenen Glaſe gebrochen wird, durch die Zeichnung zu finden? 68.
gebrochener, was er ſey 45.
optiſche, was ſie ſeyn 6. Perſp.
reflectirte, was er ſey 133. Opt.
wenn er in das Auge fährt; was folgt; 135.
ner Strahl, was er ſey 15. Por.
wenn einer aus einer dichtern Materie in eine dünnere oder v. v. fähret; was folge? 24.
daß er in dem Winckel wieder zurück pralle, in welchen er auf den Spiegel gefallen 31.

Strich-

Strich-Landes, was einer sey 33 fin.
- - hitzige, was sie seyn 33.
- - kalte, was sie seyn 33.
- - temperirte, was sie seyn 33.
Nord-Strich, kalter was er sey 33.
Süder-Strich, kalter was er sey 33.
Stücke, deren Eintheilung 30. fin.
Boden-Stück, was es sey 30.
Mund-Stück, was es sey 30.
Zapffen-Stück, was es sey 30.
erhöhen, was es heisse? 36.
richten, was es heisse? 36.
- wie eines zu richten, daß damit auf einen bestimmten Ort könne geschossen werden? 38.
- unter dieselben rucken, was es heisse? 39. f. 8
Stütze, was und wievielerley sie sey 54. fin.
- ihre Eigenschafften 57. 59.
Stunde, was sie sey 7. fin.
- eine einfache, was sie sey 7.
- - - daß sie die gewöhnlichste, 8
- eine zusammengesetzte, was sie sey 7.
- astronomische, was sie sey 11.
- europäische, was sie sey 11.
- indische, was sie sey 12.
Mittags-Stunden, wie der Unterscheid derselben an verschiedenen Orten zu finden? 26. fin.
Planeten-Stunden, was sie seyn 12. fin.
Subtrahiren, was es sey 85. 88.
- wie es vom Addiren differire? 88.
- das Zeichen, womit es ausgedruckt wird 90.
Summe, was sie sey 47.
- wenn gleiche oder ungleiche herauskommen? 63.
Symmetrie, was sie sey 98 99. 8.
Systema planetarum, was und wievielerley es sey? 156.
- wie durch das copernicanische die besondern und allgemeinen Erscheinungen der Welt-Körper zu erklären? 167.

Register.

T.

Tabulæ finuum et tangentium; wie ſie entſtan-
den? §. 2. Trig.
Tact (in der Perſpectiv), was ſie ſey 6. Perſp.
wie auf einem gegebenen Punct denſelben,
die Perſpectiv von einer gegebenen Höhe
zu richten? 26.
Tag, deſſen verſchiedene Bedeutung 5. Chron.
ein bürgerlicher, was er ſey 5.
ein natürlicher, was er ſey. 5.
Schalt-Tag, was er ſey 27.
Tages-Anbruch, was er ſey 62. Aſtr.
Tages-Termin, was er ſey 10. Chron.
Tangent, was er ſey 170. Geom.
wenn man auf denſelben aus dem Mittel-
Punct des Circuls eine Perpendicul-Linie
ziehet, ſo fällt ſolche auf den Berührungs-
Punct 171.
wie er durch einen gegebenen Punct zu
ziehen? 172.
deſſelben Eigenſchafften 174. 178.
Tangenten ähnlicher Bögen, haben mit den
Radiis der Circul, aus welchen die Bögen, ei-
nerley Verhältniß 212.
Tarie, was eine ſey 137. Rech. 104.
deren Zeichen 141. 105.
Tetraedrum, was es ſey 64.
Theil, wie dis Wort in der Mathematik zu neh-
men? 4. Von.
Theile, was ſie ſeyn, 3.
ein aliquanter, was er ſey 14. A. M.
ein aliquoter, was er ſey 14.
gleichnahmigte, was ſie ſeyn 40. Geom.
Thermometrum oder *Thermoſcopium*, was es
ſey? 50. Aer.
wie eines zu machen, in welchem die Ver-
änderung in der Schwere der äuſeren
Lufft nicht würcken könne? 52.
woraus die Vollkommenheit des Florenti-
niſchen zu beurtheilen? 54.
Thierkreiß, was er ſey 49. Aſtr.
wie er eingetheilet werde? 50.

Thüren, wie ſie beſchaffen ſeyn müſſen? und ihre verſchiedene Arten § 24. 28. f.
• wenn viele in eine Wand kommen ſollen, worauf man zu ſehen? 62.
Töne, was ſie ſeyn 18. f.
• wie die Verhältniß der Winckel in dem Zittern der Lufft, wodurch ſie fortgepflantzet werden, zu beſtimmen? 21.
• derſelben Verhältniß, wenn ſie von zwey Saiten oder elaſtiſchen Körpern verurſachet worden
1) die gleich dick und gleich ſtarck ausgedehnet 22. 23.
2) die gleich lang, von ungleicher Dicke und gleich ſtarck ausgedehnet 24. 25.
3) die gleichlang, gleichdicke, und ungleich ſtarck ausgedehnet 26. 27.
4) die gleichlang aber ungleichdicke und ungleich ſtarck ausgedehnet 28.
5) die gleichdicke aber ungleichlang und ungleich ſtarck ausgedehnet 29.
6) die gleich ſtarck ausgedehnet, aber ungleich dick und ungleich lang 30.
Torricellianiſche Röhre, was ſie ſey, und von wem ſie alſo benennet werde? 21. f.
• • daß ihre Würckung aus dem Druck der obern Lufft zu beurtheilen. 22. ſeqq.
Transporteur, deſſen Gebrauch III. Sect.
Trapezium, was es ſey? 47.
Traube, was ſie ſey 32. f.
Traubenregen, was er ſey 39
Trenchees, was ſie ſeyn 137. f. f.
Treppen, was ſie ſeyn 19. f. f.
• • was ſie für Eigenſchafften haben müſſen? 20. 21. 22.
• • ihre verſchiedene Arten 43. Sect.
Triangel, was er ſey 46.
• deſſen wahre Beſchaffenheit

wenn in einem der eine Schenckel verlängert worden, wie der Winckel, welcher auſſer dem Triangel entſtehet, beſchaffen? §. 140. Geom.

daß in einem jeden die gröſte Linie dem gröſten Winckel, und die kleinſte Linie dem kleinſten Winckel entgegengeſetzet; und wenn die Winckel ungleich, daß die Linie, welche dem gröſten Winckel entgegengeſetzet, gröſſer als die Linie, welche einem kleinern Winckel entgegengeſetzet 141. 142.

daß in einem jeden ſich die Summe zweyer Linien zu ihrer Differentz verhalte, wie der Tangent der halben Summe der Winckel, welche von den gegebenen Linien nicht eingeſchloſſen zu den Tangenten der halben Differentz der Winckel 214.

daß ein jeder, welcher mit einem Parallelogrammo gleiche Grund-Linie und Höhe hat, die Helffte von dem Parallelogrammo ſey. 224.

wie eines jeden Innhalt zu finden? 237.

wie einer in gleiche und proportionirliche Theile zu theilen? 267.

wie einer zu machen, welcher ſo groß als zween gegebene zuſammen genommen 271.

wie von einem aus zwey gegebenen Seiten deſſelben nebſt dem Winckel, den ſie einſchlieſſen, die übrigen Winckel zu finden? §. Trig

geradlinigte, daß zwey derſelben unter gewiſſen Umſtänden einander gleich und ähnlich ſeyn 126. 127. Geom.

daß in einem jeden alle drey Winckel zuſammen 180 Grad machen, und wenn man die eine Seite verlängert, der äuſſere Winckel ſo groß wie die beyden innern, die ihm gegen über ſtehen zuſammen 145.

daß in einem nicht mehr als ein rechter Winckel ſeyn könne 146.

daß in einem nicht mehr als ein ſtumpfer Winckel ſeyn könne §. 146. 147.
wenn ſie zugleich ähnliche; wie ſie beſchaffen? 191. 192.
wenn in einem eine gerade Linie mit der Grund-Linie parallel gezogen wird; was daraus folget 193.
daß, wenn ſie zugleich ähnliche, ihre Höhen mit den gleichnahmigten Seiten in einerley Verhältniß ſtehen und ihre Grund-Linien durch die Höhen in proportionirliche Theile getheilet werden 211.
wenn verſchiedene derſelben, welche beſtimmet werden, indem man die Sehnen von den Schenckeln der ſphäriſchen Triangel zuſammen ziehet, einander gleich und ähnlich; was folget? 352.
wie in einem die Gröſſe einer Seite trigonometriſch zu finden, wenn zwey Winckel und eine Seite gegeben worden? 4. 5.
wie in einem die übrigen Winckel zu finden, wenn zwey Seiten und ein Winckel, welcher einer von den beſtimmten Seiten entgegen ſtehet, gegeben? 5.
wie aus drey gegebenen Seiten deſſelben die Winckel zu finden? 9.
gleichſchencklichter, was er ſey 44.
deſſen Eigenſchaften. 136. 138.
ungleichſchencklichter, was er ſey 44.
gleichſeitiger, was er ſey 44.
ungleichſeitiger, was er ſey 44.
rechtwincklichter, was er ſey 51.
daß in einem das Quadrat von der Hypothenuſe gleich ſey der Summe von den Quadraten der beyden übrigen Seiten 273.
wie in einem die übrigen Winckel zu finden, wenn die zwey Seiten, welche den rechten Winckel einſchlieſſen, gegeben? 7. 8.

ſtumpfwincklichte und ſpitzwincklichte, was ſie ſeyn §. 51. Geom.
ſphäriſcher, was er ſey 349.
daß deſſen Schenckel Bogen von gleichen Circuln ſeyn 350.
daß deſſen Schenckel ſich verhalten wie ihre Sehnen 351.
wenn einer ein gleichſchenckligter zu nennen? 385.
wenn einer ein gleichſeitiger zu nennen? 359.
daß in denſelben ſich die Sinus der Schenckel zu einander verhalten, wie die Sinus der gegen über ſtehenden Winckel 362.
wie von einem aus drey gegebenen Stücken, unter welchen zum wenigſten eine Linie, die übrigen drey Stücke nach der Trigonometrie zu finden? 11. Trig.
Triebſtecken, was ſie ſeyn 49. Mech.
Triglyphen, was ſie ſeyn 130. B. Bk.
ihre Eigenſchafften 131.
Trigonometrie, was ſie ſey 1. Trig.
Trilling, was er ſey 49. Mech.
Triplum, was es ſey 16. A. M.
Tropicus cancri, was er ſey 51. Aſtr. 5. Geogr.
Tropicus capricorni, 51. 5.

V. Vv.

Ueberreſt in der Diviſion, was er ſey 105. A. M.
wie er zu meſſen? 106
Ventil, was es ſey 21. Hydraul.
woraus es zu verfertigen? 22.
Venus, was ſie ſey und deren Zeichen 3. Aſtr.
wie ſie uns erſcheinet 120.
was hieraus zu folgern? 120.
wie ſie ſich in einer in ihr ſelbſt zurücklauffenden krummen Linie um die Sonne bewege 123.
wie ſie ein ähnlicher Welt-Körper iſt mit unſerer Erde 145.
Verhältniß, was ſie ſey 28. A. M.

daß zwey derſelben, welche einerley Nahmen haben, ähnliche und auch gleiche ſeyn §. 38. 118.
wie man vermittelſt einer gegebenen eine andere finden ſolle? 118.
arithmetiſche, was ſie ſey 122.
wie ſie gezeichnet und ausgedruckt werde? 124.
wie in einer das zweyte Glied zu finden, wenn das erſte und der Nahme bekannt? 125.
geometriſche, was ſie ſey 122.
wie ſie bezeichnet und ausgedruckt werde? 124.
wie in einer das andere Glied zu finden, wenn mir das erſte Glied und der Nahme der Verhältniß bekannt? 127.
endliche und unendliche, was ſie ſey 24.
gleiche und ungleiche, was ſie ſey 24.
der gröſſern Ungleichheit, was ſie ſey 24.
der kleinern Ungleichheit, was ſie ſey 24.
eine ſchöne verſchiedener Dinge; worin ſie beſtehe? 34. 35.
woraus deren Gröſſe zu beurtheilen? 35.
zuſammengeſetzte, wie ſie entſtehe? und ihre verſchiedene Arten 110. 118.
Verjüngung einer Säule, was ſie ſey 137. 138.
wie ſie geſchehe? 138. 139.
Verkürzung, was ſie ſey 32. 33.
Verſtäbung, was ſie ſey 32.
des hintern Gürtels, was ſie ſey 32.
des mittlern Gürtels, was ſie ſey 32.
des Mundſtückes, was ſie ſey 32. 33.
Vertheidigung, was ſie ſey 5. 7.
deren Hauptgeſetze 8.
die Eigenſchafften der Mittel, wodurch ſie geſchiehet? 8. 10. Cor.
Uhr, eine declinirte, was ſie ſey 10.
eine inclinirte, was ſie ſey 5.
Abend-Uhr, was ſie ſey 19. IV.)
wie eine zu zeichnen? 5.
Aequinoctial-Uhr, was eine ſey 5.
obere was ſie ſey 11.
wie ſie zu verfertigen? 11.

untere, was ſie ſey §. 5. Gnom.
wie ſie zu verfertigen? 11.
Horizontal-Uhr, was ſie ſey 5.
wie eine zu beſchreiben? 13.
Mittags-Uhr, was ſie ſey 5.
wie eine zu zeichnen? 19. I.)
Mitternachts-Uhr, was ſie ſey? 5.
wie eine zu zeichnen? 19. II.)
Morgen-Uhr, was ſie ſey 5.
wie eine zu beſchreiben? 19. III.)
Polar-Uhr, was ſie ſey 8.
obere, was ſie ſey 8.
wie eine zu verfertigen? 21.
untere, was ſie ſey 8.
wie eine zu verfertigen? 21.
Sonnen-Uhr, was eine ſey 2.
wie eine auf eine gegebene Fläche zu zeichnen? 3.
wie eine auf eine jede Fläche durch Hülffe einer Aequinoctial-Uhr zu zeichnen? 12.
wie eine zu verfertigen, die von Mittage gegen Morgen oder gegen Abend abweichet? 37.
wie eine zu verfertigen, die von Mitternacht gegen Morgen oder gegen Abend abweichet? 38.
wie eine zu verfertigen, die vom Zenith gegen Morgen oder gegen Abend abweichet? 39.
Vertical-Uhr, was ſie ſey 5.
wie eine jede zu zeichnen? 19.
Vieleck, wie ein regulares und geradlinigtes auf eine gegebene Linie zu beſchreiben? 259. Geom.
Viereck, was es ſey. 43.
wie es in Triangel zu theilen 58.
irregulares, was es ſey 49.
regulares, was es ey 49.
wenn eines um einen Circul beſchrieben, wie man die Gröſſe der Seite von demſelben beſtimmen ſoll; wenn die Seite von einem andern, welches in dem Circul be-

ſchrieben, gegeben wor-
den? §. 281
Viſir-Stab, was er ſey, und wie er zu verfer-
tigen? 345
Unendlich groß, was es heiſſe? 8
- - warum etwas alſo genennet werde 9
Ungleichheit, deren Zeichen 11
Unterſcheid, (beym Subtrahiren) was er ſey? 86
Vollkommenheit, was ſie ſey 33
- - eines Gebäudes, was ſie ſey 46
- - - weſentliche, was ſie ſey 6
- - - zufällige, was ſie ſey 6

W.

Waage, wenn man ſage, daß ſie ſchwell? 95
- eine faule, was ſie ſey 95
- - hydroſtatiſche, was ſie ſey 31
- - - deren Eigenſchaften 32
- - mechaniſche, was ſie ſey 90
- - - woraus deren Vollkommenheit
zu beurtheilen? 91. 92
Kramer-Waage, was ſie ſey 92
Schnell-Waage, was ſie ſey 92
Waſſer-Waage, was ſie ſey, und wie ſie ſonſt
genennet werde? 92
- - wie ſie zu verfertigen? 97
Wind-Waage, was ſie ſey 42. 44
- - wie eine zu verfertigen? 43. 44. 92
Waagebalcken, was er ſey 92
- - was er für Eigenſchaften haben
müſſe? 93. 94. 95. 96
Wärme, was ſie ſey 1
Waffenplatz, was er ſey 112
Wall, was er ſey 41
- daß er unten breiter ſeyn müſſe als oben 94
- daß er zur Bedeckung diene 104
- daß er nicht höher zu machen, als es die
Noth erfordert 18. 20
Unter-Wall, was er ſey 41
Zwerg-Wälle, was ſie ſeyn 216
Waldgang, was er ſey 11
- - deſſen Breite 22
Walze, was eine ſey 30

Wasser, wenn es fällt, wie seine Krafft beschaffen in einer gleichförmigen und ungleichförmigen Bewegung? §. 5. Hydraul.
- - wie die Grösse seiner Krafft zu bestimmen? 6.
- - daß seine Krafft desto grösser sey je höher es fällt 8.
- - daß seine Geschwindigkeit grösser, wenn es schief, als wenn es perpendicular fället 9.
- wie seine Krafft beschaffen, wenn es aus der Oefnung eines Gefässes herausläufft? 11.
- wie seine Geschwindigkeit beschaffen, wenn es aus der Oefnung eines Gefässes herausläufft? 13.
- was dazu erfordert werde, wenn es wieder springen soll? 50.
- wenn es von einer gewissen Höhe auf eine Fläche fället, was folget? 46.
- wenn es steiget, daß dieß von einer äusserlichen Ursache herrühre 14.
- - wodurch es in solchem Zustand könne erhalten werden? 15. 18.
Wasserkunst, was eine sey 51.
- worauf bey deren Bau zu sehen? 52.
Wasserschnecke oder Schraube des *Archimedis*, was sie sey 28.
- - wie sie zu verfertigen? 29.
- - deren Zusammensetzung, 31.
Weg, der bedeckte, was er sey 112. Kr. B.K.
Weite, was sie sey 167. Astr.
Weite zweyer Sterne, was sie sey 47.
- curtirte oder verkürtzte eines Planeten, was? 196.
- - wie sie zu finden, wenn das Intervallum und die Inclination gegeben worden? 204.
Welsche Haube, was eine sey 72. B. B.K.
Widerstand, was er sey 53. Dyn.
Winckel, was einer sey 27. Geom.
- dessen Spitze und Schenckel, was sie seyn 27.
- wie dessen Maas zu bestimmen? 109.

der gebrochene oder reſringirte, was er ſey §. 40
ein geradlinigter, wie er zu meſſen 111
• wie einer in zwey gleiche Theile zu theilen? 131.
• deſſen Spitze der Mittelpunct eines Circuls iſt, was er für ein Maas habe? 137
• deſſen Spitze an die Peripherie eines Circuls ſtößt, wenn er ein rechter oder ſtumpfer oder ſpitzer; 138
• • wenn dergleichen einander gleich? 116
daß gleiche und geradlinigte auch ähnliche, und ähnliche geradlinigte auch gleiche ſeyn 119
der kleine, was er ſey 78.
der optiſche, was er ſey 79.
• daß deſſen Gröſſe die Gröſſe, in welcher wir eine Sache ſehen, beſtimme 85
rechter, was einer ſey 72
• womit einer könne beſchrieben werden 73
• deſſen Maas 148
ſchiefer, ſpitziger, ſtumpfer, was ſie ſey 72.
der ſtreichende, was er ſey 82.
• deſſen Maas 83.
Bollwercks-Winckel, was er ſey 78
• deſſen Maas 81.
Centri-Winckel, was er ſey 78
Commutations-Winckel, was er ſey 137.
Einfalls-Winckel, was er ſey 76. Dyn. 47. 137.
Elongations-Winckel, was er ſey 137.
• daß er, nebſt der Parallaxi der Erde und der Entfernung eines Planeten von der Erde, zu finden, wenn der Commutations-Winckel die Entfernung der Sonne und die curtirte Weite des Planeten gegeben 138.
Kehl-Winckel, was er ſey 79.
Neigungs-Winckel, was er ſey 47.
• daß deſſen Sinus mit dem Sinu des gebrochenen Winckels ſtets einerley Verhältniß habe 51.

- was aus der Erfahrung von denſelben bekannt §. 55. Opt.

Polygon-Winckel, was einer ſey 247. Geom.
- wie er in einer regulären geradlinigten Figur zu finden? 258.

Polygon-Winckel einer Feſtung, was er ſey 79. Kr. BK.
- - deſſen Maas 82.

Reflexions-Winckel, was er ſey 76. Dyn.

Refractions-Winckel, was er ſey 48. Opt.

Schulter-Winckel, was er ſey 79. Kr. BK.

Streich-Winckel, was er ſey 79.

Vertical-Winckel, was ſie ſeyn 33. Geom.
- - daß ſie alle einander gleich 117.

Wind, was er ſey? 39. Aer.

- was er verurſache, wenn ihm eine Fläche ſchreg oder perpendiculär entgegen ſtößt? 64.

Winder, was einer ſey 55. Art.

Windſpiel, was es ſey 19.

Winter, wenn er angehe? 36. Geogr

Wiſcher oder Wiſchkolben, was er ſey 33. Art.
- - deſſen Theile 35.

Woche, was eine ſey 17. Chron.

Wohlklang, was er ſey 33. Muſ.
- - wodurch ſeine Gröſſe beſtimmet werde? 36.

Würckung, was ſie ſey 33. Dyn.
- wenn eine gleiche von einem Dinge in verſchiedenen Zeiten mit ungleicher Geſchwindigkeit hervorgebracht werde, was daraus erfolgt? 36.

Würffel, was er ſey 77. Geom.

Wulſt, was einer ſey 105. B. BK.

Wurtzel, was eine ſey 146. Rech.
- binomiſche, was ſie ſey 146.
- trinomiſche, was ſie ſey 146.
- polynomiſche, was eine ſey 146.
- - daß eine jede in eine binomiſche könne verwandelt werden 147.

Wurtzel ausziehen, was es heiſſe 150.
- Cubic-Wurtzel, was eine ſey 146.
- - - ſuchen, was es heiſſe? 150.
- - wie eine aus einer gegebenen Zahl zu ziehen? 173.
- Quadrat-Wurtzel, was ſie ſey 146.
- - ſuchen, was es heiſſe? 150.

- - wie ſie aus einer gegebenen Zahl zu ziehen? §. 164.
- - wie man erfahren könne, ob man die wahre gefunden? 163
Wurtzeltafel, wie ſie beſchaffen? 156
Wurtzelzeichen, was es ſey, und wie es zu gebrauchen? 157

Z.

Zahlen oder Zehler, was ſie ſeyn 1
- derſelben zehnfacher Wachsthum, wie er zu begreiffen? 2.
- - daß deſſen Gebrauch faſt allgemein 3.
- - wie er deutlich zu machen? 14
- - wie ſolche auszuſprechen? 15
- wie eine jede in eine verlangte Decimal-Zahl zu verwandeln? 131
- zerſtreuen, was es heiſſe? 73
- erſte, was ſie ſey 103
- unter ſich erſte, was ſie ſey 105
- gantze, wie eine mit einem Bruche zu addiren? 126
- genannte und ungenannte, was ſie ſeyn 1.
- die güldene, was ſie ſey 73
- - wie ſie in einem gegebenen Jahr nach Chriſti Geburt zu finden? 12
- vermiſchte, was ſie ſeyn 121
- - wie ſolche in einen eigentlichen Bruch zu verwandeln? 122
- zuſammengeſetzte, was ſie ſeyn 103
- unter ſich zuſammengeſetzte, was ſie ſeyn 104
- - wie das gemeine Maas zweyer ſolcher zu finden? 106
Cubic-Zahl oder *Cubus*, was ſie ſey 146
- - wie ſie in eine Decimal-Zahl zu verwandeln? 155
- - vollkommene, was ſie ſey 152
- - - derſelben wahre Beſchaffenheit 161. 163
- - unvollkommene, was ſie ſey 153
- - - wie ſie zu ergäntzen? 174
Decimal-Zahl, was ſie ſey 130

wie deren Nenner aus dem Ort des Zehlers zu erkennen? §. 128. Rech.
wie sie als gantze Zahlen zu schreiben? 129.
wie sie in eine gantze Zahl zu verwandeln? 131.
wie sie zu addiren und subtrahiren? 134.
wie sie zu multipliciren? 136.
wie sie zu dividiren? 137.
Quadrat-Zahl oder Quadrat, was sie sey 145.
wie sie in eine Decimal-Zahl zu verwandeln? 155.
vollkommene, was sie sey 153.
deren wahre Beschaffenheit 158. 160.
unvollkommene, was sie sey 153.
wie eine zu ergäntzen? 170.
Sexagesimal-Zahl, was sie sey 137.
unter was für Umständen man den Nenner derselben aus ihrem Ort erkennen könne? 140.
die Zeichen, wodurch sie zu erkennen? 141.
deren Rechnung 143.
Fünff-Zahl der Römer, was sie sey 79. Chron.
wie sie auf ein gegebenes Jahr zu finden? 80.
Schnitte, was sie seyn 134. B. BK.
Zehler eines Bruchs, was er sey 96. Rech.
Zeichen, was sie seyn 1.
derselben Material und Format 1.
was bey deren Gebrauch für Regel zu beobachten? 5.
der Grössen, daß sie von dreierley Art 7.
wie sie willkührlich zu bestimmen 12. 13.
auf was Art sie immer vollkommner zu machen? 15.
woraus man erkennen kan, daß man einem Ort eine gewisse Bedeutung beyzulegen, was es sey 17.
deren sich die Römer beym Zehlen bedienet, woraus sie bestehen? 20.
chronologische, was sie seyn? 3. Chron.
deren Eintheilung 4.
einfache und zusammengesetzte, was sie seyn 2. Rech.

A 543582

gleichgültige, was ſie ſeyn? §. 31. Lch.
" " vollkommen, was ſie ſeyn 31.
" " " in einer gewiſſen Beſtimmung, was ſie ſeyn? 31.
" " in Anſehung genannter und ungenannter Gröſſen, was ſie ſeyn 34.
Zeit, was ſie ſey 1. Dyn.
" woraus ihre Gröſſe zu beſtimmen? 2. 3.
Zenith, was es ſey 5. Aſt.
Zirckel, was ſie ſeyn, wer ſie am beſten beſchrieben? 18. Geom
Zoll, was er ſey 94.
" deſſen Zeichen 97.
Cubic-Zoll, was er ſey 313.
Quadrat-Zoll, was er ſey 230.
Zug des Feuers, was er ſey 48. Ar.
Zuglöcher, woraus deren weſentliches zu beurtheilen? 38. 3. Al
Zunge eines Hebels, was ſie ſey 45. Meh
Zunge einer Waage, was ſie ſey 92.
" " was ſie für Eigenſchafften haben müſſe? 96. 97.

E N D E.